

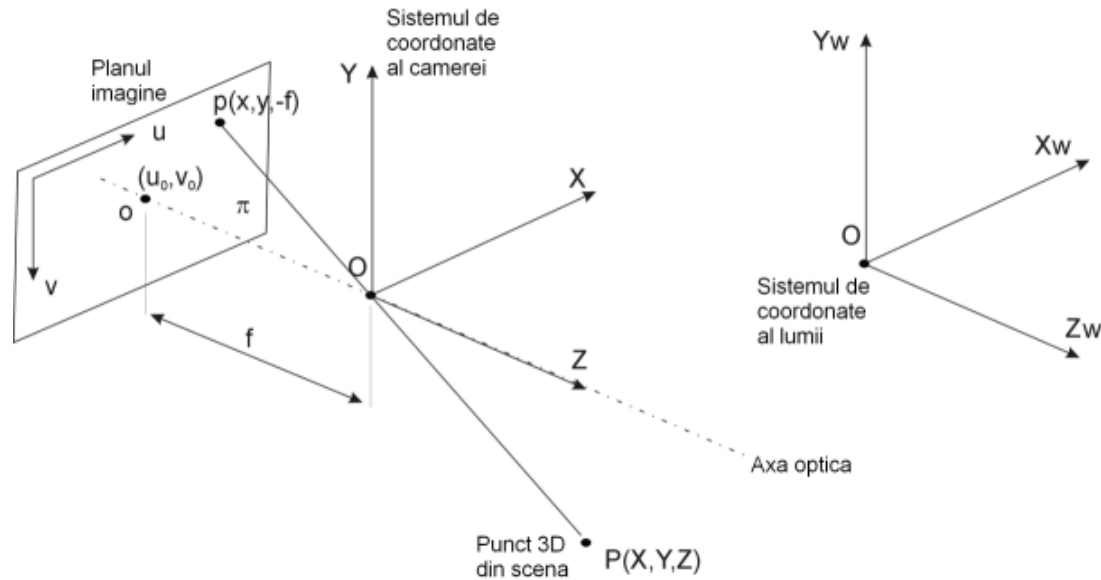
Procesarea Imaginilor

Curs 11

**Inferarea informațiilor metrice
din imagini monoculare și stereo**

Modelul perspectivă (pinhole) al camerei (recapitulare C2)

Apertura / diafragma sunt approximate cu un punct (centrul de proiecție) \Rightarrow principiul coliniarității modelului cu lentile subțiri (constrângerea 3)



Ecuțiile fundamentale ale modelului perspectivă al camerei sunt [Trucco1998]:

$$\begin{cases} x = f \cdot \frac{X_C}{Z_C} \\ y = f \cdot \frac{Y_C}{Z_C} \end{cases}$$

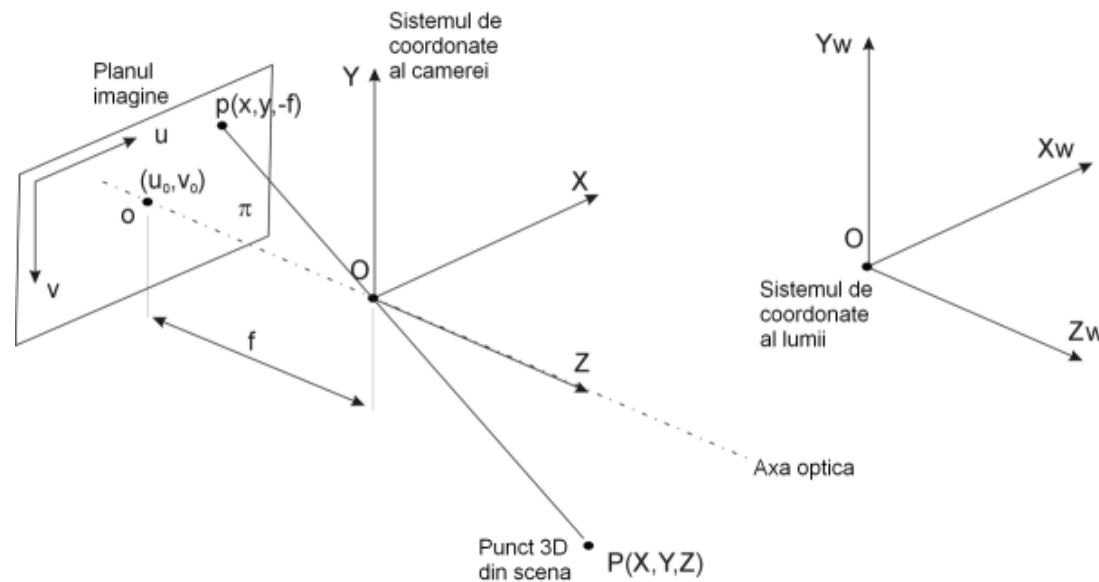
Unde: $[X_C, Y_C, Z_C]$ sunt coordonatele punctului \mathbf{P} în sistemul de coordonate al camerei

$[x, y, -f]$ sunt coordonatele punctului \mathbf{p} în sistemul de coordonate al camerei

Parametrii intrinseci ai camerelor

Descriu caracteristicile optice și geometrice ale camerei (caracteristicile interne ale camerei):

- *distanța focală* – distanța dintre centrul optic al sistemului de lentile al obiectivului și planul imagine: f ;
- *punctul principal* – coordonatele centrului real al imaginii (intersecția axei optice a obiectivului cu planul imagine) în coordonate imagine (pixeli) : (u_0, v_0) ;
- *coeficienții de distorsiune radială și tangențială* ai lentilelor obiectivului.



Parametrii extrinseci

Poziția și orientarea sistemului de coordonate 3-D asociat camerei relativa la sistemul de coordonate asociat lumii

Necesari pentru a transforma coordonatele unui punct din sistemul de coordonate al lumii in sistemul de coordonate al camerei și invers)

Vectorul de translație $\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T$;

Vectorul de rotație $\mathbf{r} = [R_x, R_y, R_z]^T$ sau *matricea de rotație* echivalentă $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$

În sistemele stereo cu mai multe camere, parametrii extrinseci ne permit de asemenea să exprimăm și relația spațială dintre aceste camere.

Mapare directă completă (3D world) \Rightarrow (2D image): proiecție

Matricea de proiecție:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} \cdot [\mathbf{R}_{WC} \mid \mathbf{T}_{WC}] \quad (1)$$

Punct 3D din lume de coordonate $[X_W, Y_W, Z_W]$

$$s \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \mathbf{P} \cdot \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Obținerea coordonatelor imagine 2D:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_S / z_S \\ y_S / z_S \end{bmatrix}$$

Mapare inversa completa (2D image) \Rightarrow (3D world): reconstructie

A. Metodă **aproximativă** de măsurarea a distanțelor cu o camera mono (scenariu specific)

Se poate realiza in anumite conditii simplificatoare:

- O_W (originea sistemului de coordonate al lumii) este proiectia pe planul orizontal (sol/podea/drum) a centrului optic al camerei (O_C)
- $O_W Z_W$ si $O_C Z_C$ sunt coplanare
- Inaltimea *height* si unghiul α de inclinare (pitch) ale camerei sunt fixe si cunoscute (exemplu de scenariu specific pt. camera de supraveghere – monitorizarea traficului de pe autostrada/sosea)

Date de intrare

Parametrii intrinseci ai camerei:

f_X = distanta focala in unitati de pixeli orizontali

f_Y = distanta focala in unitati de pixeli verticali

$p_0(u_0, v_0)$ = punctului principal

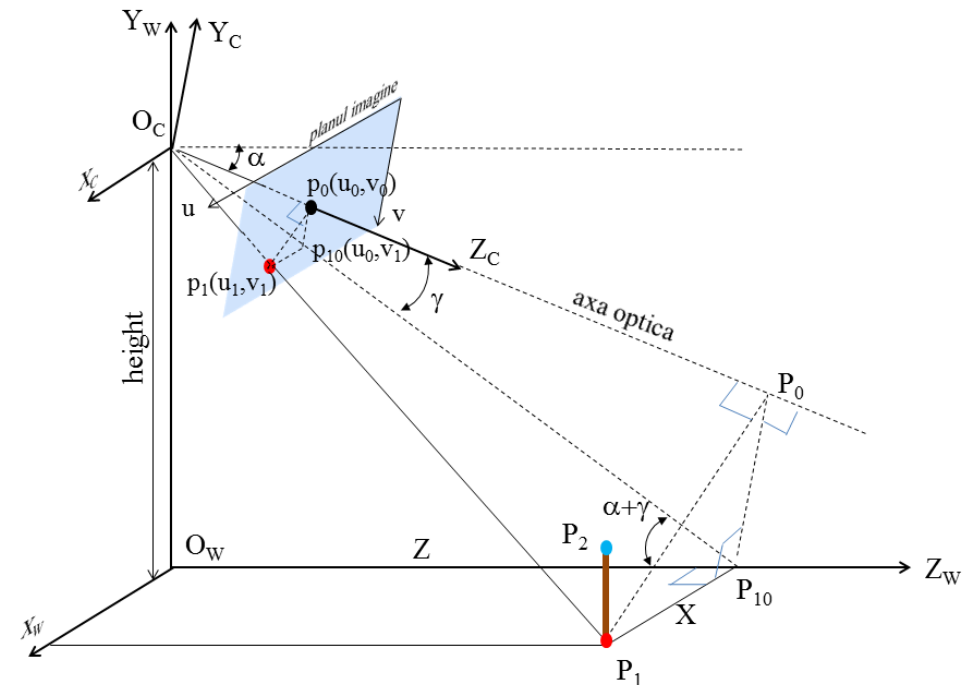
Parametrii extrinseci ai camerei

α = unghiul de inclinare al camerei (pitch)

height = inaltimea camerei fata de planul orizontal

$p_1(u_1, v_1)$ = proiectia pe imagine a punctului curent (de masurat) $P_1(X, 0, Z)$ din planul orizontal

$p_2(u_2, v_2)$ = proiectia pe imagine a unui punct $P_2(X, Y, Z)$ aflat la o inaltime Y deasupra punctului P_1



Date de iesire

Coordonatele 3D ale punctelor P_1 si P_2 in sistemul de coordonate al lumii .

2. Offsetul lateral X al punctului P_1 fata de axa $O_W Z_W$ se poate deduce realizand **proiectia de sus** (top view sau *bird-eye view*) a scenei pe planul orizontal $X_W O_W Z_W$:

Din asemanarea triunghiurilor dreptunghice $\Delta O_W p_{10} p_1$ si $\Delta O_W P_{10} P_1$:

$$X = [P_1 P_{10}] = [p_1 p_{10}] \cdot \frac{[O_W P_{10}]}{[O_W Z_1]} = \frac{(u_1 - u_0)}{[O_W Z_1]} \cdot Z \quad (7)$$

Lungimea segmentului $[O_W Z_1]$ (unde Z_1 este proiectia punctului p_{10} pe planul orizontal) se deduce din proiectia laterala (side-view):

$$[O_W Z_1] = [Y_1 p_{10}] = [O_C p_{10}] \cdot \cos(\alpha + \gamma) = \frac{f_Y}{\cos(\gamma)} \cdot \cos(\alpha + \gamma) \quad (8)$$

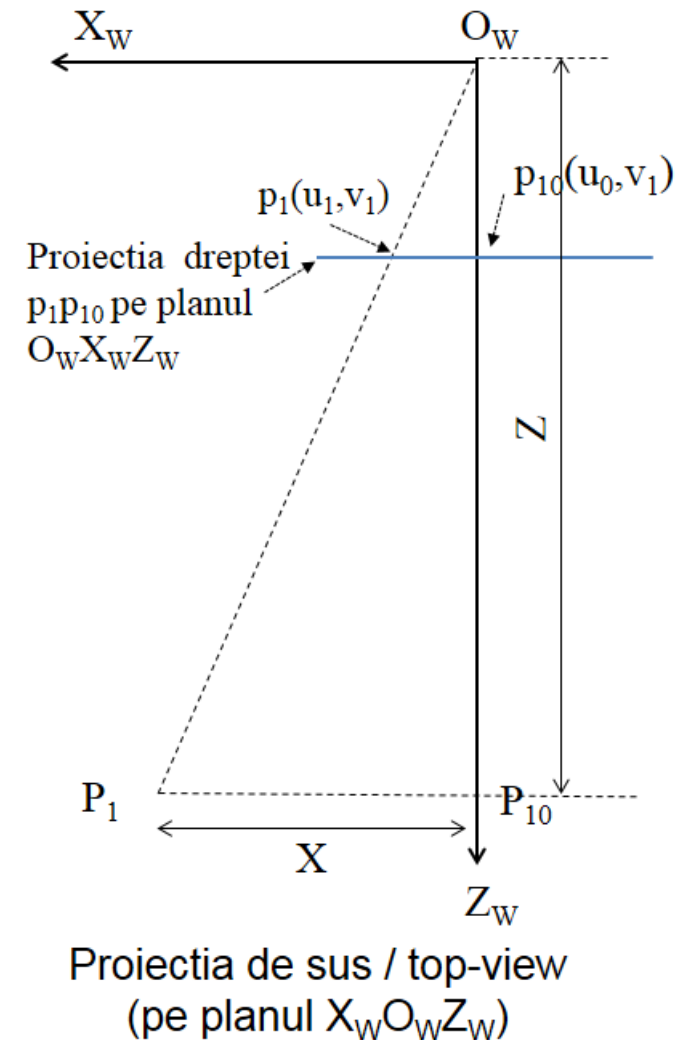
Din (7) si (8):

$$X = \frac{(u_1 - u_0)}{f_Y} \cdot \frac{Z}{\cos(\alpha + \gamma)} \cdot \cos(\gamma) \quad (9)$$

Valoarea lui X se poate deduce si din vederea in perspectiva a scenei (prima figura de sus), scriind relatia de asemanare dintre triunghiurile $\Delta O_C p_{10} p_1$ si $\Delta O_C P_{10} P_1$ rezultand relatia (10) care este echivalenta cu (9):

$$X = \frac{(u_1 - u_0)}{f_Y} \sqrt{height^2 + Z^2} \cdot \cos(\gamma) \quad (10)$$

Nota: la camerele actuale se poate considera $f_x = f_y = f$ [pixeli] !



B. RECONSTRUCTIA PRIN STEROVIZIUNE

Ec. fundamentale ale modelului pinhole:

$$x = f \cdot \frac{X}{Z} \quad (11)$$
$$y = f \cdot \frac{Y}{Z}$$

P(X,Y,Z) punct 3D in sist. coord. al camerei
p(x,y,-f) proiecția pe planul imagine

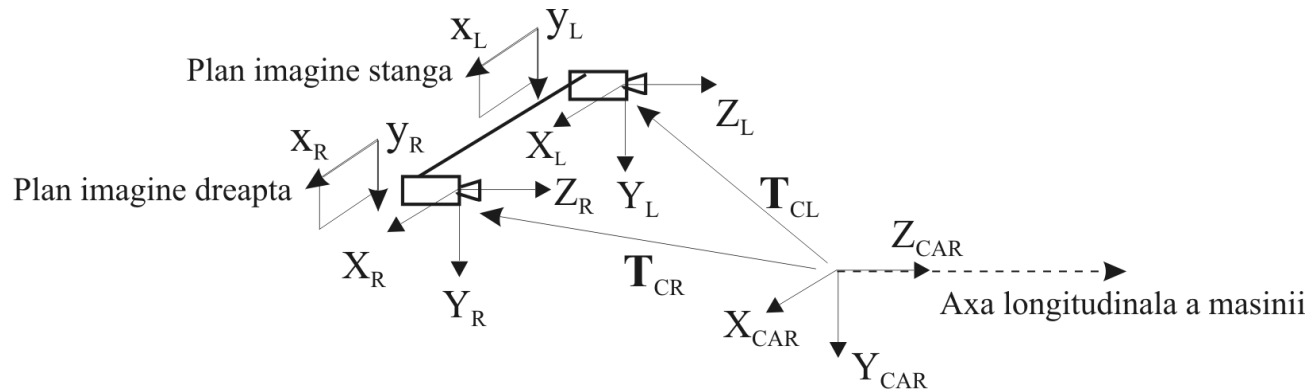
Plecând de la (x, y) putem estima doar ecuația dreptei de proiecție dar nu și adâncimea Z !!!

Măsurarea lui Z ⇒ Stereoviziune

Configurații sisteme stereo:

1. Canonica (cu axe paralele) - model teoretic imposibil de obținut practic ⇒ rectificarea imaginilor
2. Cu axe coplanare (neparalele) – model teoretic
3. Generala

Modelul unui sistem de stereoviziune (binocular)



Setul complet al parametrilor unui sistem de stereoviziune:

Grup parametri	Tip parametri	Set parametri
Parametrii interni ai sistemului stereo	Parametrii intrinseci (un set / camera)	Punctele principale: $\mathbf{PP}_L(x_{0L}, y_{0L}), \mathbf{PP}_R(x_{0R}, y_{0R})$ Distanța focală: $\mathbf{f}_L(f_{xL}, f_{yL}), \mathbf{f}_R(f_{xR}, f_{yR})$ Coeficienții de distorsiune: - radială: $(k_1^L, k_2^L), (k_1^R, k_2^R)$, - tangențială: $(p_1^L, p_2^L), (p_1^R, p_2^R)$
	Parametrii extrinseci relativi (un set / sistem stereo)	$\begin{cases} \mathbf{T}_{rel} = \mathbf{R}_{CL}^T \cdot (\mathbf{T}_{CR} - \mathbf{T}_{CL}) \\ \mathbf{R}_{rel} = \mathbf{R}_{CL}^T \cdot \mathbf{R}_{CR} \end{cases}$
Parametrii externi ai sistemului stereo	Parametrii extrinseci absoluți (un set / camera)	Pentru camerele individuale: Vectorii de translație: $\mathbf{T}_{CL}, \mathbf{T}_{CR}$ Matricele de rotație: $\mathbf{R}_{CL}, \mathbf{R}_{CR}$ Vectorii de rotație (se pot deduce din matricele de rotație): $\mathbf{r}_{CL}, \mathbf{r}_{CR}$ Pentru sistemul stereo (stereo-rig): Vectorul de translație: $\mathbf{T}_{C-rig} = \mathbf{T}_{CL}$ Matricea de rotație: $\mathbf{R}_{C-rig} = \mathbf{R}_{CL}$ Vectorul de rotație: $\mathbf{r}_{C-rig} = \mathbf{r}_{CL}$

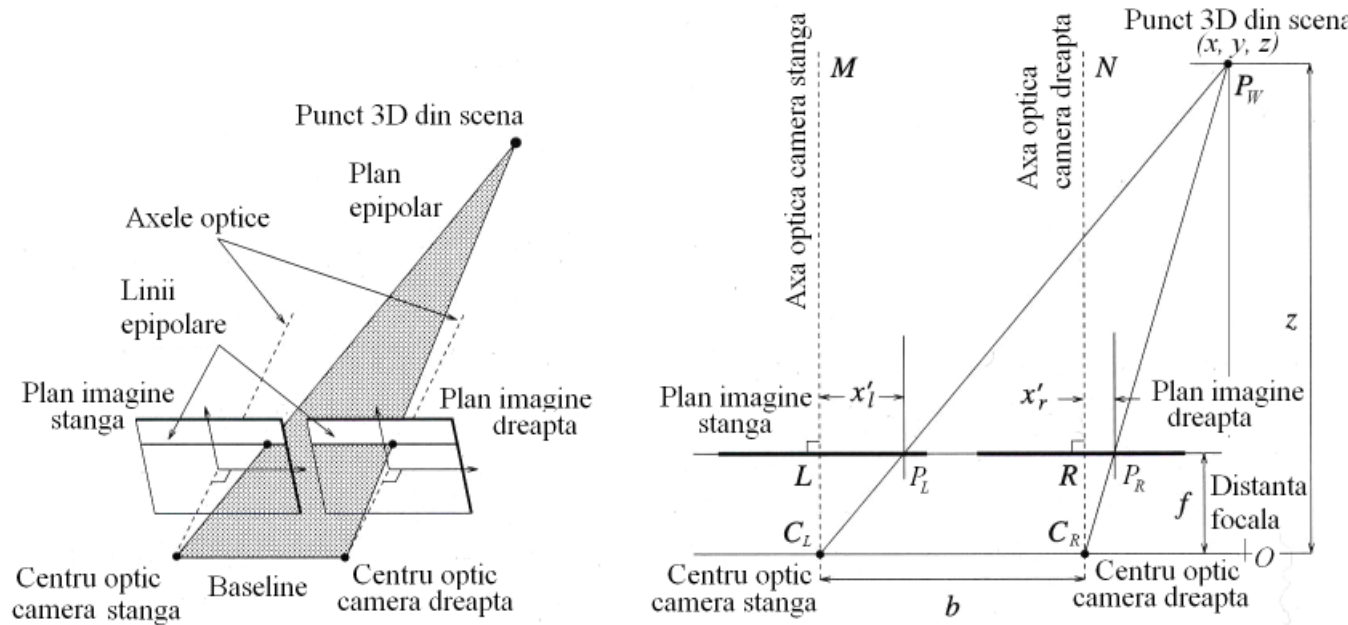
Etapele procesului de stereoviziune

1. Realizarea sistemului stereo prin montarea a doua camere pe un suport rigid (stereo-rig), in configurația dorita (posibila)
2. Calibrarea camerelor (parametrii intrinseci: f , punct principal; parametrii extrinseci: R_{CW} , T_{CW}).
3. Achiziția de perechi imagini sincrone (obligatoriu pt. scene dinamice / optionala pt. cele statice)
4. Rectificarea imaginilor (daca se dorește reconstrucție după modelul canonic).
5. Extragerea si selecția de trasaturi de interes din ambele imagini (muchii verticale sau pixeli in cazul reconstrucției dense.).
6. Realizarea corespondentei (matching) dintre trasaturile imaginii stânga si dreapta.
7. Calculul coordonatelor 3D ale punctului reconstruit in sistemul de coordonate al camerei/lumii.

Referinte stereoviziune

- [Pan1996] He-Ping Pan, "General Stereo Image Matching Using Symmetric Complex Wavelets", *Technology Park, Adelaide, Australia, 1996*.
- [Ramesh1996] J. Ramesh, R. Kasturi, B. G. Schunk, "Machine Vision", *McGraw-Hill, Inc., 1996*.
- [Trucco1998] E. Trucco, A. Verri, "Introductory techniques for 3D Computer Vision", *Prentice Hall, 1998*.

Reconstrucție 3D in cazul canonic și coplanar



Modelul stereo canonic (stânga). Ilustrare a procesului de proiecție a unui punct 3D pe cele două planuri imagine după o vedere top-view (dreapta).

Modelul canonic

$$x'_l = LC_L \cdot \frac{C_L O}{P_W O} = f \cdot \frac{X_1}{Z_1}$$

$$x'_r = LC_R \cdot \frac{C_R O}{P_W O} = f \cdot \frac{X_2}{Z_2}$$

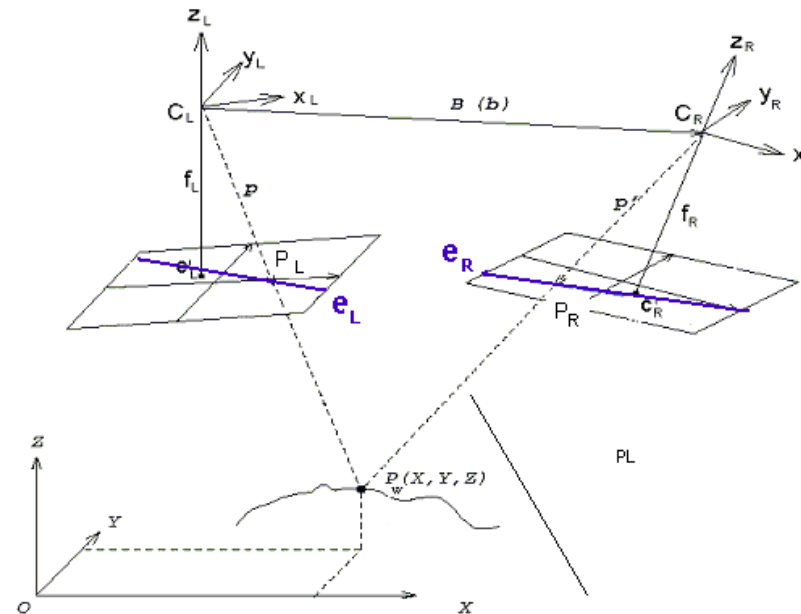
$$d = x'_l - x'_r = f \cdot \left(\frac{X_1}{Z_1} - \frac{X_2}{Z_2} \right) = f \cdot \frac{X_1 - X_2}{Z} = f \cdot \frac{b}{Z} \quad (12)$$

$$Z = \frac{f \cdot b}{d}$$

Modelul coplanar (cu axe neperalele)

$$Z = \frac{f \cdot b}{d + f \cdot \tan(\theta)} \quad (13)$$

Reconstrucție 3D în cazul general



Parametrii intrinseci:

Distante focale

- Left camera: f_L .
- Right camera: f_R .

Puncte principale

- Left camera: $C'_L = (x_{CL}, y_{CL})$.
- Right camera: $C'_R = (x_{CR}, y_{CR})$.

Parametrii extrinseci

$$T_{CL} = \begin{vmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{vmatrix}$$

$$T_{CR} = \begin{vmatrix} X_{CR} \\ Y_{CR} \\ Z_{CR} \end{vmatrix}$$

$$R_{CL} = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}$$

$$R_{CR} = \begin{vmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} \end{vmatrix}$$

Problema reconstructiei 3D = maparea perechilor de puncte 2D (P_L, P_R) intr-un punct unic P_W :

$$\mathbf{P}_W = \begin{vmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{vmatrix}$$

Solutia:

$$\mathbf{P}_W = \mu \mathbf{R}_L * \begin{vmatrix} x_L - x_{CL} \\ y_L - y_{CL} \\ -f_L \end{vmatrix} + \mathbf{T}_{CL} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{vmatrix} = \mu \mathbf{R}_L * \begin{vmatrix} x_L - x_{CL} \\ y_L - y_{CL} \\ -f_L \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

unde μ este un factor de scalare dependent de Z

$$\begin{vmatrix} x_L - x_{CL} \\ y_L - y_{CL} \\ -f_L \end{vmatrix} = \mu^{-1} \mathbf{R}_L^T * \begin{vmatrix} X_W - X_{CL} \\ Y_W - Y_{CL} \\ Z_W - Z_{CL} \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_L - x_{CL} \\ y_L - y_{CL} \\ -f_L \end{vmatrix} = \mu^{-1} \begin{vmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} X_W - X_{CL} \\ Y_W - Y_{CL} \\ Z_W - Z_{CL} \end{vmatrix} \quad (15)$$

$$\mu^{-1} = \frac{-f_L}{r_{13}(X_W - X_{CL}) + r_{23}(Y_W - Y_{CL}) + r_{33}(Z_W - Z_{CL})} \quad (16)$$

Inlocuind μ^{-1} in (15), se obtine:

Pt. camera stanga:

$$\begin{cases} x_L - x_{CL} = -f_L \frac{r_{11}(X_W - X_{CL}) + r_{21}(Y_W - Y_{CL}) + r_{31}(Z_W - Z_{CL})}{r_{13}(X_W - X_{CL}) + r_{23}(Y_W - Y_{CL}) + r_{33}(Z_W - Z_{CL})} \\ y_L - y_{CL} = -f_L \frac{r_{12}(X_W - X_{CL}) + r_{22}(Y_W - Y_{CL}) + r_{32}(Z_W - Z_{CL})}{r_{13}(X_W - X_{CL}) + r_{23}(Y_W - Y_{CL}) + r_{33}(Z_W - Z_{CL})} \end{cases} \quad (17)$$

Pt. camera dreapta:

$$\begin{cases} x_R - x_{CR} = -f_R \frac{r'_{11}(X_W - X_{CR}) + r'_{21}(Y_W - Y_{CR}) + r'_{31}(Z_W - Z_{CR})}{r'_{13}(X_W - X_{CR}) + r'_{23}(Y_W - Y_{CR}) + r'_{33}(Z_W - Z_{CR})} \\ y_R - y_{CR} = -f_R \frac{r'_{12}(X_W - X_{CR}) + r'_{22}(Y_W - Y_{CR}) + r'_{32}(Z_W - Z_{CR})}{r'_{13}(X_W - X_{CR}) + r'_{23}(Y_W - Y_{CR}) + r'_{33}(Z_W - Z_{CR})} \end{cases} \quad (18)$$

Pentru simplificare vom nota:

$$\begin{cases} x'_L = x_L - x_{CL} \\ y'_L = y_L - y_{CL} \\ x'_R = x_R - x_{CR} \\ y'_R = y_R - y_{CR} \end{cases} \quad (19)$$

D.p.d.v geometric (17) si (18) reprezintă cele doua drepte de proiectie ale punctului P.

Sistemul geometric (17) și (18) se poate aduce în forma următoare (20):

$$\mathbf{A} * \begin{vmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{vmatrix} = \mathbf{B} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{vmatrix}, \quad (20)$$

Unde:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r_{13}x'_L + r_{11}f_L & r_{23}x'_L + r_{21}f_L & r_{33}x'_L + r_{31}f_L \\ r_{13}y'_L + r_{12}f_L & r_{23}y'_L + r_{22}f_L & r_{33}y'_L + r_{32}f_L \\ r'_{13}x'_R + r'_{11}f_R & r'_{23}x'_R + r'_{21}f_R & r'_{33}x'_R + r'_{31}f_R \\ r'_{13}y'_R + r'_{12}f_R & r'_{23}y'_R + r'_{22}f_R & r'_{33}y'_R + r'_{32}f_R \end{vmatrix} \quad (21)$$

și

$$\begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}X_{CL} + a_{12}Y_{CL} + a_{13}Z_{CL} \\ a_{21}X_{CL} + a_{22}Y_{CL} + a_{23}Z_{CL} \\ a_{31}X_{CR} + a_{32}Y_{CR} + a_{33}Z_{CR} \\ a_{41}X_{CR} + a_{42}Y_{CR} + a_{43}Z_{CR} \end{vmatrix} \quad (22)$$

Rezolvarea algebrică a sistemului (20) se poate realiza prin metoda celor mai mici pătrate:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (23)$$

D.p.d.v. geometric soluția reprezintă mijlocul segmentului de lungime minimă ce unește cele două drepte.

Realizarea corespondenței (corelației) dintre trăsăturile pereche din cele două imagini stereo.

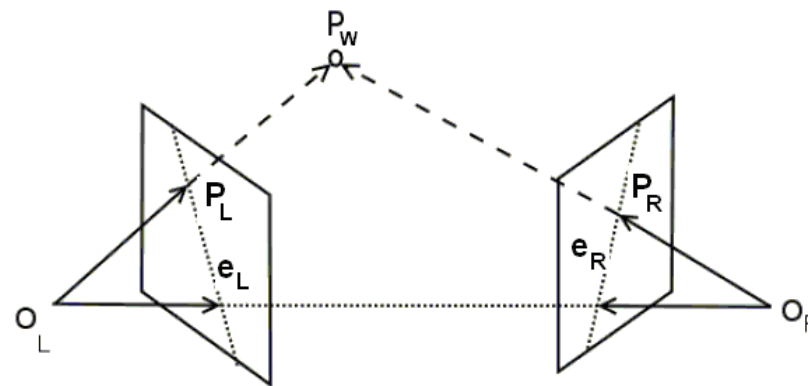
Acest proces poartă denumirea de stereo-corelație (*stereo-matching*) și constă în punerea în corespondență a unui punct din imaginea stângă P_L cu corespondentul său din imaginea dreaptă P_R , unde P_L și P_R sunt proiecțiile imagine ale aceluiași punct 3D P_W . Există două abordări majore a acestei probleme:

- reconstrucția doar a unor **trăsături de interes** (de exemplu puncte de muchie , colturi etc.)
- reconstrucția tuturor punctelor din imagine (în măsura în care este posibil procesul de corelație pentru un anumit punct) – **reconstrucție „densă”**.

Reducerea spațiului de căutare este o modalitate crucială care permite realizarea corespondenței în timp real atât prin algoritmi software cât și hardware. În plus, se mărește robustețea procesului de corelare prin reducerea fals-pozitivelor (prin limitarea spațiului de căutare). **Reducerea spațiului de căutare** are la bază **constrângerile impuse de geometria epipolară**.

Noțiuni de geometrie epipolară

- Planul format de punctul 3D P_W și centrele optice O_L și O_R (fig. de mai jos) ale celor două camere se numește **plan epipolar**.
- **Linia epipolară** este dreapta de intersecție dintre planul epipolar și planul imagine. Unui punct 3D P_W îi vor corespunde două linii epipolare: e_L și respectiv e_R .
- Intersecția dreptei ce trece prin cele două centre optice O_L și O_R (*baseline*-ul) cu cele două planuri imagine se realizează în două puncte fixe (a căror poziție depinde numai de parametrii sistemului stereo) numite **puncte epipolare** (câte unul pentru fiecare cameră).
- Toate dreptele epipolare ale unei camere se intersectează în punctul epipolar corespunzător.



Principala constrângere a geometriei epipolare folosită la reducerea spațiului de căutare în procesul de stereocorelație afirmă că, pentru fiecare punct $\mathbf{P}_L(x_L, y_L)$ din imaginea stângă, corespondentul său din imaginea dreaptă $\mathbf{P}_R(x_R, y_R)$ se va găsi pe linia epipolară corespunzătoare \mathbf{e}_R având următoarea ecuație (și reciproc):

$$a_R * x + b_R * y + c_R = 0 \quad (23)$$

Parametrii liniei epipolare \mathbf{e}_R pot fi calculați cunoscând matricea fundamentală \mathbf{F} [Tru98], estimabilă dacă se cunosc parametrii sistemului stereo:

$$\begin{bmatrix} a_R \\ b_R \\ c_R \end{bmatrix} = \mathbf{F} * \mathbf{P}_L \quad (24)$$

unde :

$$\mathbf{P}_L = \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{- coordonatele omogene ale punctului } \mathbf{P}_L;$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A}_R^{-1})^T * \mathbf{E} * \mathbf{A}_L^{-1} \quad \text{- matricea fundamentală;} \quad (25)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{R}_{LR} * \mathbf{S} \quad \text{- matricea esențială;} \quad (26)$$

$\mathbf{A}_L, \mathbf{A}_R$ - matricele interne ale celor două camere

$\mathbf{R}_{LR} = \mathbf{R}_{CR}^T * \mathbf{R}_{CL}$ - matricea de rotație relativă din sistemul camerei din stânga în sistemul camerei din dreapta

$\mathbf{T}_{LR} = [T_X \quad T_Y \quad T_Z]^T = \mathbf{R}_L * (\mathbf{T}_R - \mathbf{T}_L)$ - este vectorul de translație relativă din sistemul camerei din stânga în sistemul camerei din dreapta

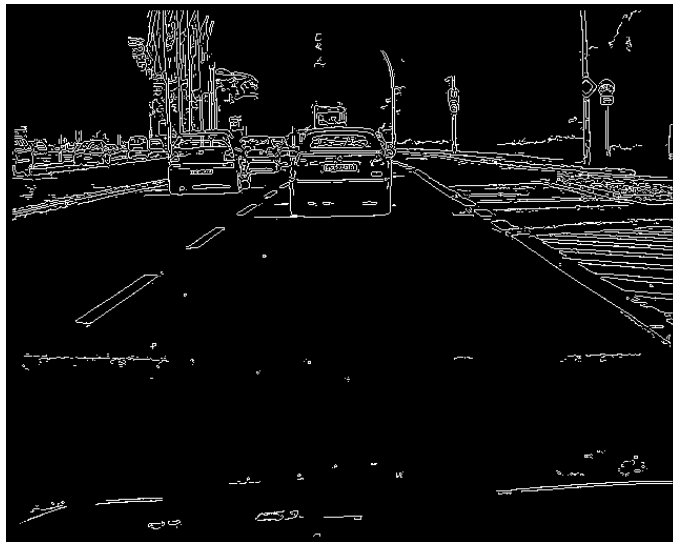
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -T_z & T_y \\ T_z & 0 & -T_x \\ -T_y & T_x & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Pentru **modelul canonic** (imagini rectificate): problema reducerii spațiului de căutare se simplifică semnificativ: perechile de linii epipolare \mathbf{e}_L și \mathbf{e}_R devin coliniare (paralele cu axa orizontală a planului imagine).

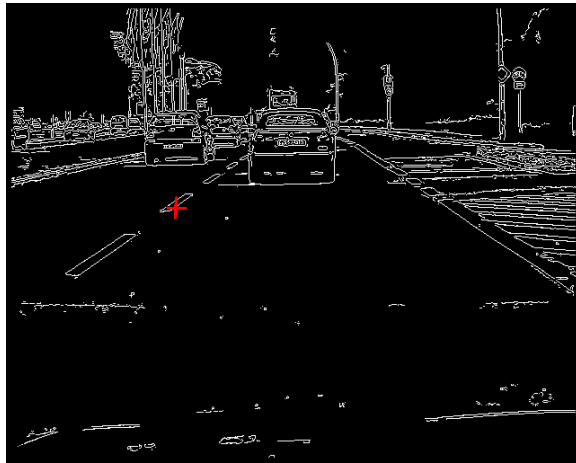
Procedura de stereocorelatie (matching)



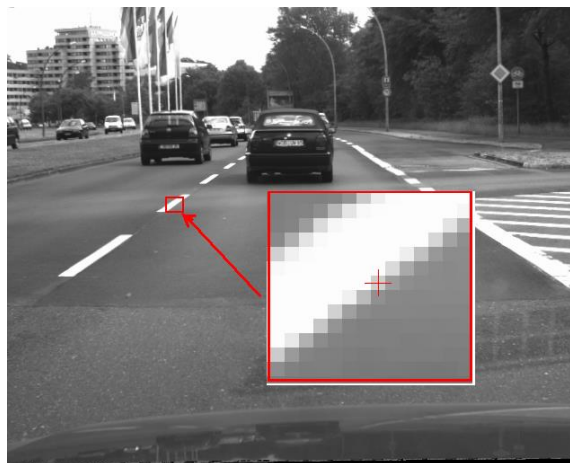
Reconstrucție densă (fiecare pixel)



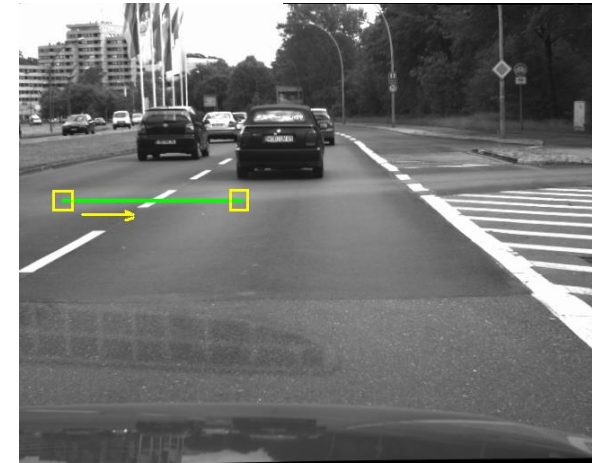
Reconstrucție bazată pe muchii



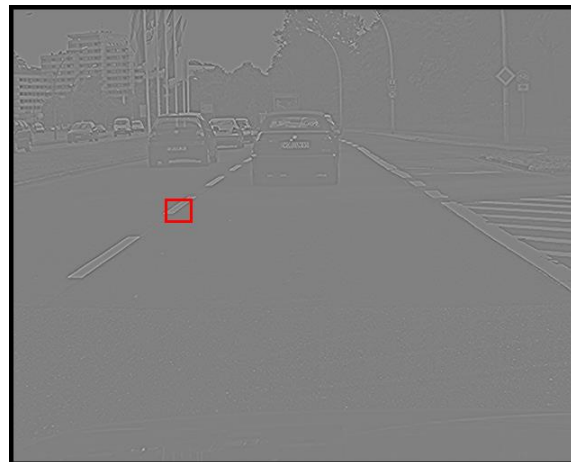
Imaginea de muchii (stanga)



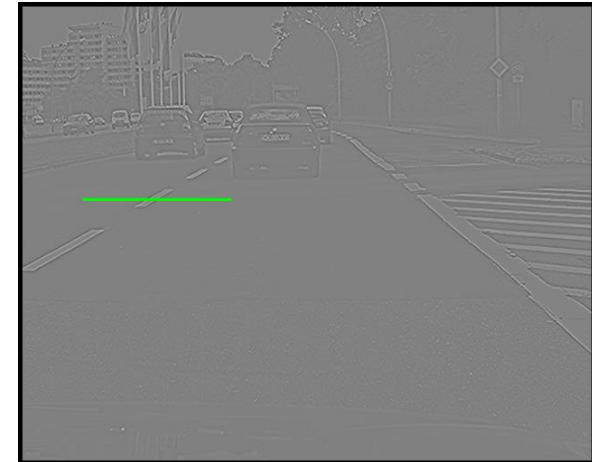
Fereastra (grayscale) corelata din imaginea stanga



Zona de cautare a potrivirii celei mai bune in imaginea dreapta



Fereastra (LOG) corelata din imaginea stanga

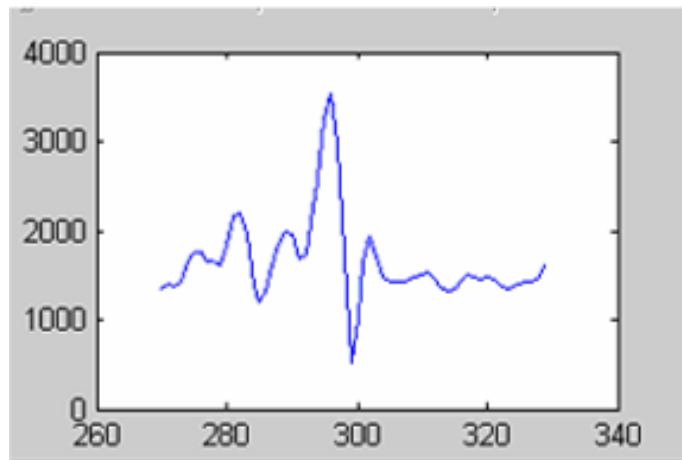


Zona de cautare a potrivirii celei mai bune in imaginea dreapta

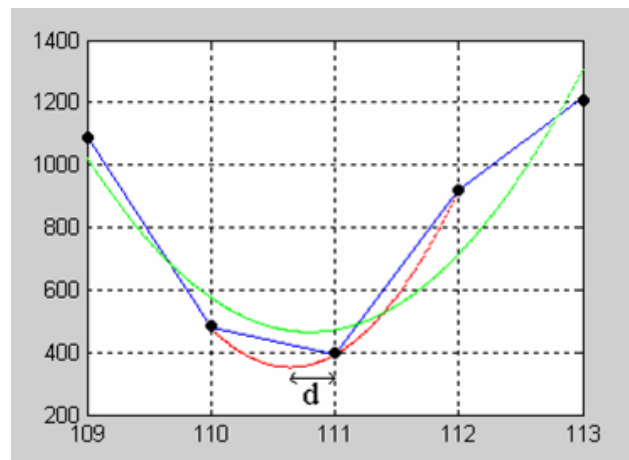
Funcția de corelație

Orice metrica de “distanța”: SAD, SSD, corelație normalizată, etc.

$$SAD(x_R, y_R) = \sum_{i=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sum_{j=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} |I_L(x_L + i, y_L + j) - I_R(x_R + i, y_R + j)| \quad (28)$$



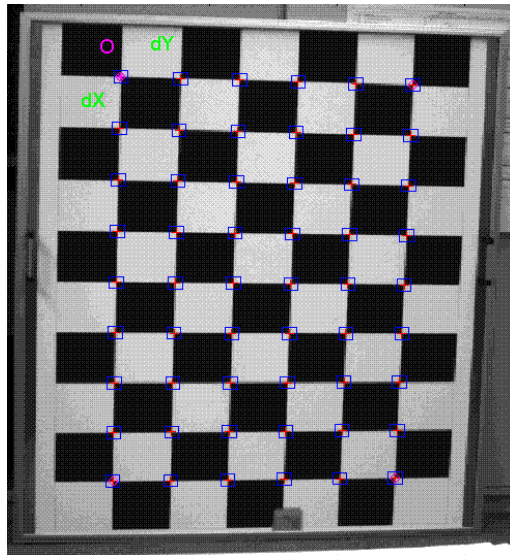
Detectia minimului global al funcției de corelație (SAD)



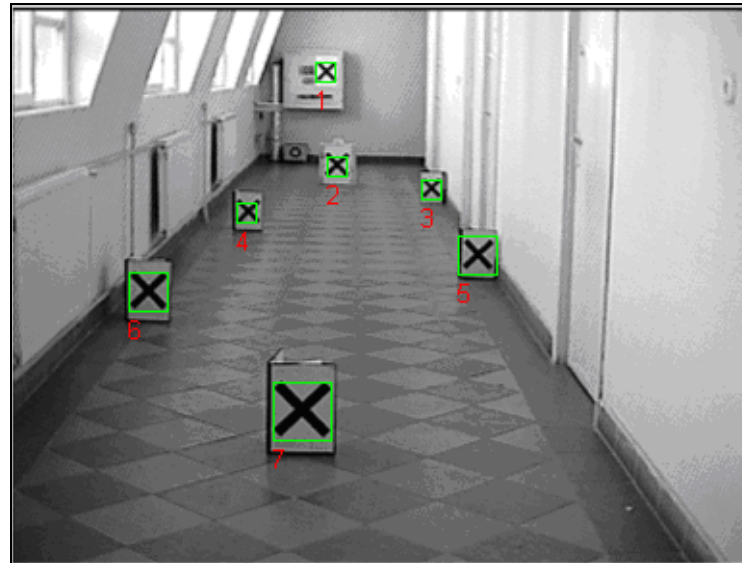
Rafinarea poziției minimului global cu precizie de sub-pixel

CALIBRAREA CAMERELOR

Majoritatea metodelor folosesc un obiect de calibrare planar sau tridimensional cu geometrie cunoscută, și pe care pot fi identificate cu ușurință/precizie anumite puncte de control prin analiza vederilor achiziționate ale acestui obiect.



Patern planar folosit
pentru calibrarea
parametrilor intrinseci



Tinte in forma de X folosite la
calibrarea parametrilor extrinseci

Procesul de estimare a parametrilor

Estimarea parametrilor interni și externi se face prin minimizarea erorii totale dintre imaginile m_i ale punctelor de control detectate din imaginea 2D și proiecțiilor \bar{m}_i ale punctelor de control 3D, calculate folosind modelul camerei care include ca și variabile / necunoscute parametrii de estimat:

$$\|m_i - \bar{m}_i\|$$

Pentru n imagini date ale modelului (planului de calibrare) și pentru fiecare m puncte de control al fiecărui model presupunem că proiecțiile acestor puncte pe planul imagine sunt afectate de un zgomot identic și uniform distribuit (de obicei se consideră un zgomot gaussian cu media 0). Estimarea se poate realiza prin minimizarea sumei pătratelor distanțelor dintre vectorii coordonatelor măsurătorilor și modelului:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)\|^2$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \check{m}(A, k_1, k_2, R_i, t_i, M_j)\|^2$$

$\hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)$ este proiecția punctului M_j pe imaginea i , iar m_{ij} sunt coordonatele detectate ale proiecției punctului de control m_i pe planul imagine i .

Bibliografie

E. Trucco, A. Verri, *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*, Prentice Hall, 1998.

S. Nedevschi, R. Dănescu, F. Oniga, T. Marița, [Tehnici de viziune artificială aplicate în conducerea automată a autovehiculelor](#), Editura U.T. Press, Cluj-Napoca, 2012, pp. 7-59.