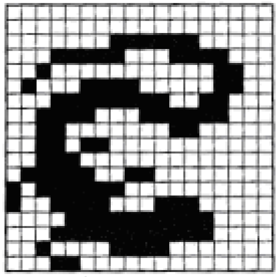
Proprietăţi geometrice simple ale obiectelor din imagini binare (alb/negru)

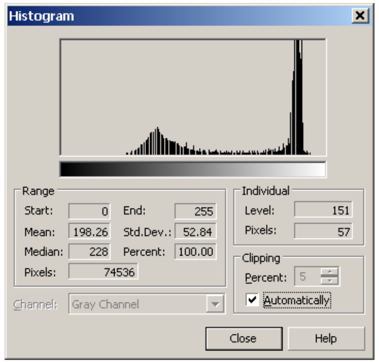
Imagine binara?

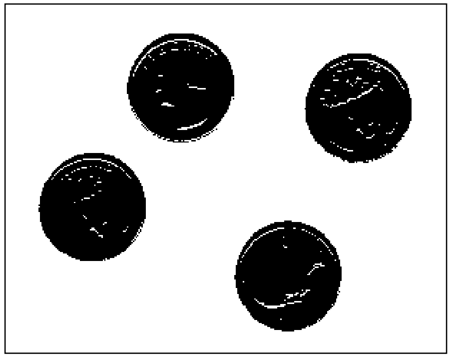
2 nuanţe:

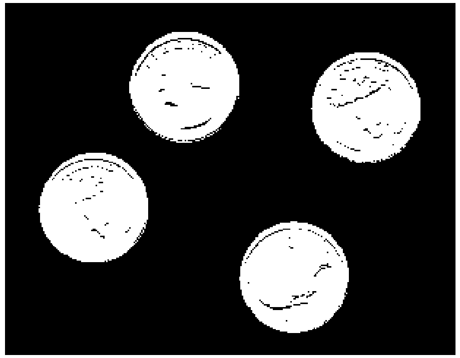
alb ("0") – pixelii de fond

negru ("1") – pixelii aparţinând obiectelor





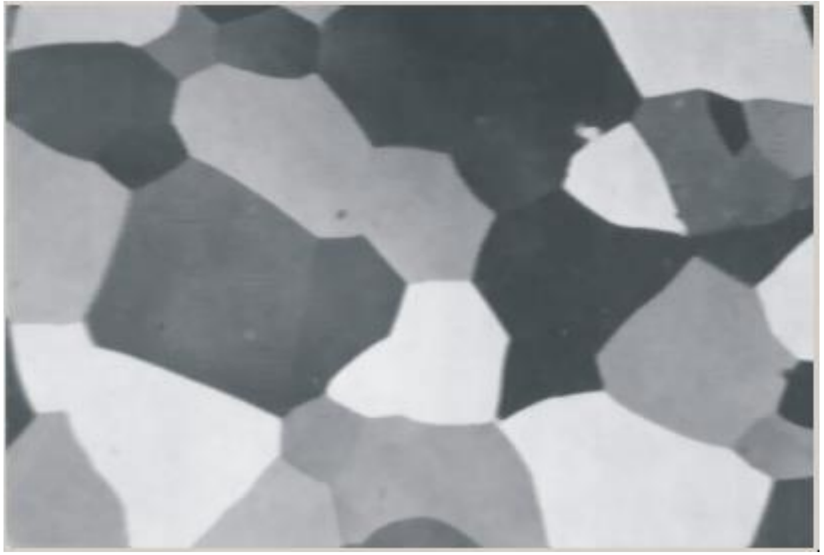


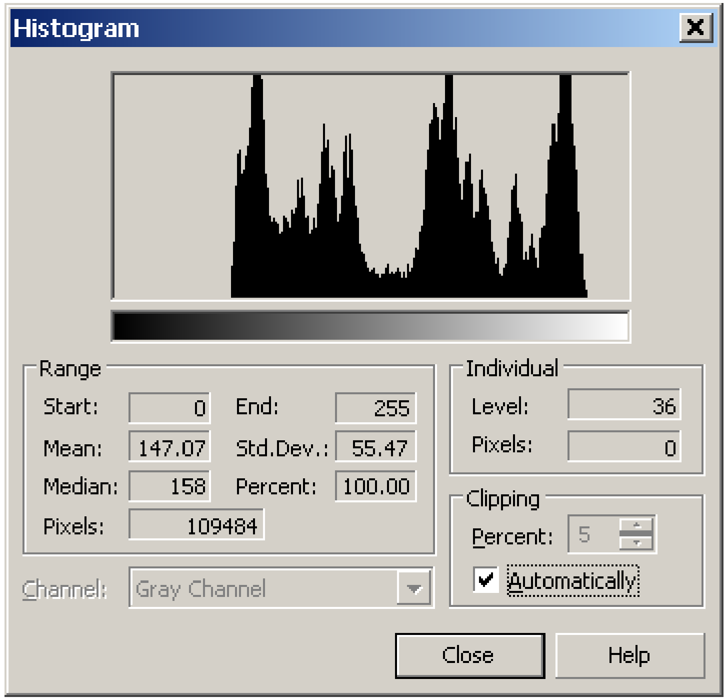


Grayscale (monocromă) Histograma Alb/negru (binara) Negativ

⇒ Binarizare

Imagini care nu se pot segmenta prin binarizare:





1. Proprietăţi geometrice simple

Simplificare: imagine cu un singur obiect:

Notaţii:

$$b(x,y)=\begin{cases}1 & pixel\_obiect\\ 0 & pixel\_fond\end{cases} \Rightarrow$$ culoarea/intensitatea pixelului de la locatia (x,y)

Momente spatiale: $m_{ji} = \sum_{x,y} b(x,y) \cdot x^j \cdot y^i$

Momente centrate (invariante la translatie): $mu_{ji} = \sum_{x,y} b(x,y) \cdot (x - \bar{x})^j \cdot (u - \bar{y})^j$

Momente centrate si normalizate (invariante la scalare): $nu_{ji} = \frac{mu_{ji}}{m_{00}^{\frac{i+j}{2}+1}}$

https://docs.opencv.org/2.4/modules/imgproc/doc/structural_analysis_and_shape_descriptors.html?highlight=moments#moments

https://en.wikipedia.org/wiki/Image_moment

1.1 Aria obiectului

$$A = \iint_I b(x,y)dxdy$$

sau pentru cazul discret (nr. pixelilor obiect):

$$A = \sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m} b(x,y) = m_{00}$$ unde: y =[1 .. n] şi x = [1 .. m]

1.2 Poziţia / centrul de masa

Centrul de masa := acel punct al obiectului in care poate fi concentrata întreaga masa a obiectului fără a schimba momentul de ordinul I al obiectului pe direcţia oricărei axe

Momentul de ordin 1 pe direcţia axei x:

$$\bar{x} \cdot \iint_I b(x,y)dxdy = \iint_I xb(x,y)dxdy \Leftrightarrow \bar{x} \cdot \sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m} b(x,y) = \sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m} xb(x,y) \Leftrightarrow \bar{x} \cdot m_{00} = m_{10}$$

Momentul de ordin 1 pe direcţia axei x:

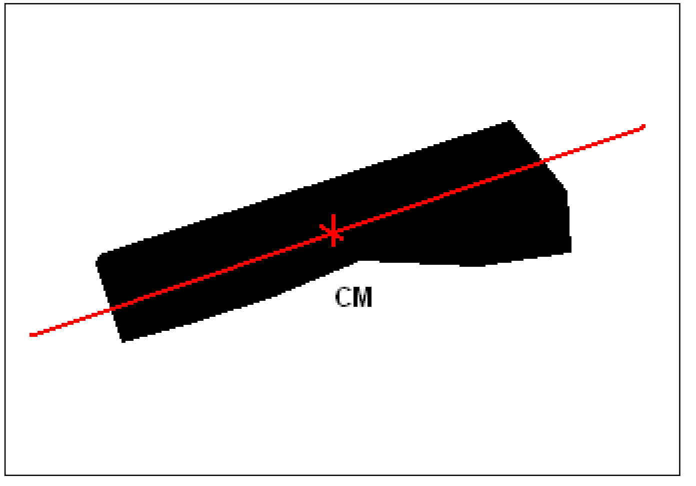
$$\bar{y}\cdot\iint_I b(x,y)dxdy=\iint_I yb(x,y)dxdy \quad\Leftrightarrow\quad \bar{y}\cdot\sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m}b(x,y)=\sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m}yb(x,y) \quad\Leftrightarrow\quad \bar{y}\cdot m_{00}=m_{01}$$

unde $(\bar{x},\ \bar{y})$ sunt coordonatele centrului de masa

$$\bar{x}=\frac{\sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m}xb(x,y)}{A}=\frac{m_{10}}{m_{00}} \quad , \quad \bar{y}=\frac{\sum_{y=1}^{n}\sum_{x=1}^{m}yb(x,y)}{A}=\frac{m_{01}}{m_{00}}$$

1.3 Orientarea

(direcţia de alungire / axa de inerţie minima / axa cu cel mai mic moment de ordin 2)

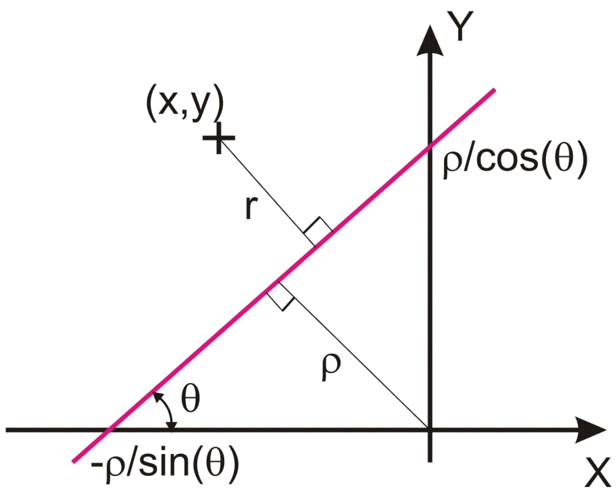


Momentul de ordin 2:

$$E = \iint_I r^2 b(x, y)\,dx\,dy \qquad (1)$$

Unde:

r este distanta de la punctul *(x,y)* la dreapta căutata (axa de inerţie minimă).



Ecuaţia dreptei:

$$x \sin\theta - y \cos\theta + \rho = 0 \qquad (2)$$

Soluţia: determinarea dreptei pt. care momentul de ordin 2 este minim: $E'(\rho,\theta)=0$

Pentru un punct (x,y) al obiectului, distanta r dintre acest punct si dreapta va fi:

$$r^2 = (x \sin\theta - y \cos\theta + \rho)^2 \qquad (3)$$

Înlocuind (3) in (1):

$$E = \iint_I (x \sin\theta - y \cos\theta + \rho)^2 \, b(x,y) \, dxdy \qquad (4)$$

Derivând E după ρ si egalând cu 0 obţinem:

$$E'_\rho = \iint_I 2(x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)b(x,y)dxdy = 2\sin\theta \iint_I xb(x,y)dxdy - 2\cos\theta \iint_I yb(x,y)dxdy + 2\rho \iint_I b(x,y)dxdy =$$

$$= 2A(\bar{x}\sin\theta - \bar{y}\cos\theta + \rho) = 0 \qquad (5)$$

unde: $(\bar{x}, \bar{y})$ este centrul de masa al obiectului.

$\Rightarrow$ Axa de inerţie minima trece prin centrul de greutate !

Notaţii (translaţie a originii sistemului de coordonate al imaginii in centrul de masă):

$$x' = x - \bar{x} \quad \text{si} \quad y' = y - \bar{y}$$

$\Rightarrow$

$$x\sin\theta - y\cos\theta + \rho = x'\sin\theta - y'\cos\theta \qquad (6)$$

Înlocuind (6) in (4):

$$E = a \cdot \sin^2\theta - b \cdot \sin\theta\cos\theta + c \cdot \cos^2\theta$$

unde a, b, c sunt momentele (centrate) de ordin 2:

$a=\iint_{I'} (x')^2\, b(x,y)dx'dy' = mu_{20}$

$b=2\iint_{I'} (x'y')\, b(x,y)dx'dy' = 2mu_{11}$

$c=\iint_{I'} (y')^2\, b(x,y)dx'dy'= mu_{02}$

Rescriem *E* in forma:

$$E=\frac{1}{2}(a+c) - \frac{1}{2}(a-c)\cos 2\theta - \frac{1}{2} b\sin 2\theta \quad (7)$$

Derivând E după θ si egalând cu 0 obţinem:

$$E'_\theta = (a-c)\sin 2\theta - b\cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c}$$

Cazurile b=0 si a=c corespund dreptelor orizontale respectiv verticale si trebuiesc tratate special

$$\sin 2\theta = \pm\frac{b}{\sqrt{b^2+(a-c)^2}} \qquad si \qquad \cos 2\theta = \pm\frac{a-c}{\sqrt{b^2+(a-c)^2}}$$

soluţia pozitiva $\Rightarrow$ E-minim

soluţia negativa $\Rightarrow$ E-maxim

$$Factor\_forma = \frac{L_{E\max}}{L_{E\min}} \quad (0 – linie, 1 cerc)$$

Alte proprietati geometrice simple

Neregularitatea conturului („compactness”): $T = 4\pi\left(\frac{A}{P^2}\right)$ (val maxima = 1 / cerc)

Momente Hu (propeietati invariante: translatie, scalare, rotatie):

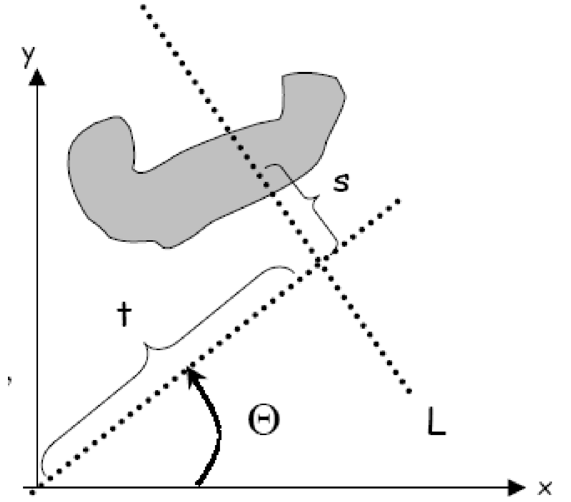
$$
\begin{aligned}
hu[0] &= \eta_{20} + \eta_{02} \\
hu[1] &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2 \\
hu[2] &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \\
hu[3] &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \\
hu[4] &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\
hu[5] &= (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\
hu[6] &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]
\end{aligned}
$$

unde: $\eta \equiv$ nu (momente centrate si normalizate)

2. Proiecţiile

Proiecţia unui obiect pe o dreapta cu direcţia θ:

$$p_\theta(t) = \int_L b(t\cdot\cos\theta - s\cdot\sin\theta, t\cdot\sin\theta + s\cdot\cos\theta)ds$$



2.1 Proiecţia verticala (θ= 0)

$$v(x) = \int_L b(x,y)dy$$

2.2 Proiecţia orizontala (θ= π/2)

$$h(y) = \int_L b(x,y)dx$$

2.3 Aria

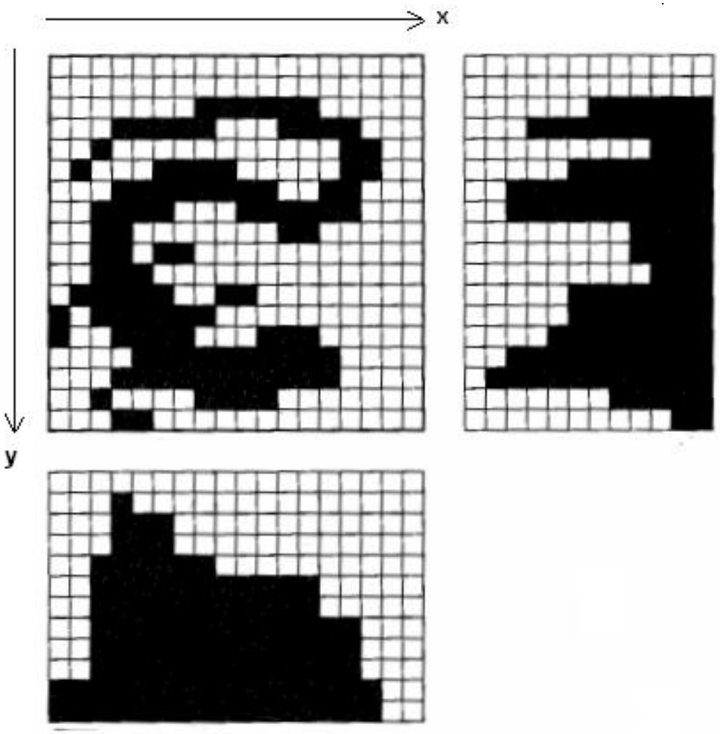
$$A = \iint_I b(x,y)dxdy \quad ; \quad A = \int v(x)dx = \int h(y)dy$$

2.4 Coordonatele centrului de masa

$$\bar{x} A = \iint_I x b(x,y)dxdy = \int x v(x)dx$$

$$\bar{y} A = \iint_I y b(x,y)dxdy = \int y h(y)dy$$

(momentele de ordin 1 ale proiecţiilor sunt egale cu cele ale imaginii originale)

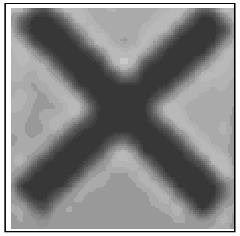


2.5. Aplicaţii ale proiecţiilor

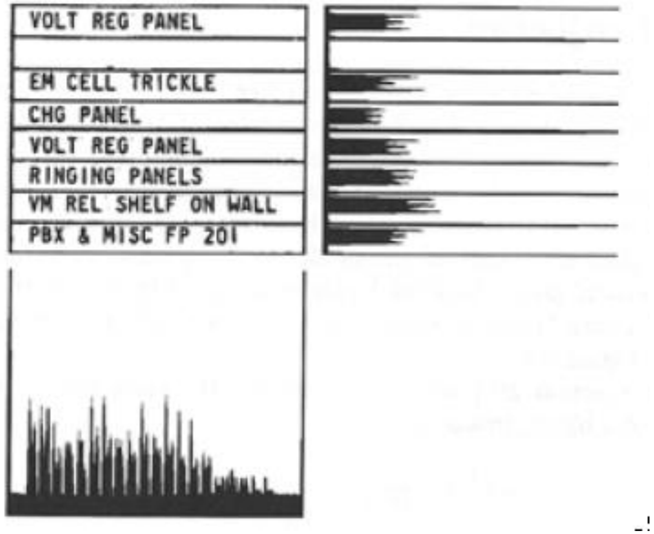
Problema 1: Segmentaţi (puneţi in evidenţa / izolaţi) fiecare litera dintr-un text (tiparit).

ABTH HGH AJJA
ABSN ANS ALOPL
POS WOSKD PLD

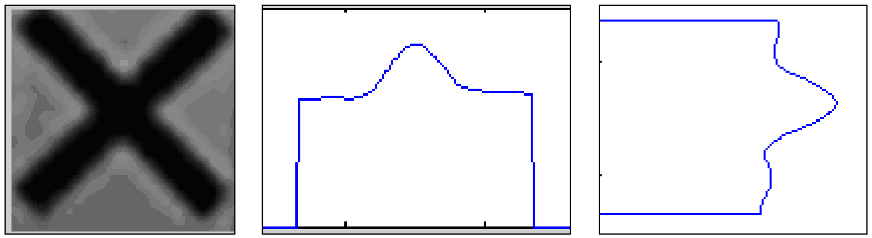
Problema 2:
Detectaţi centrul formei in forma de ‚X' de mai jos:



Recunoaşterea de caractere ⇒ detecţia caracterelor (liniilor şi coloanelor)



Recunoaştere de forme / detecţie de proprietăţi geometrice ale unor forme



a b c

a. Zona dreptunghiulară care mărgineşte o forma de tip “X” b. Suma intensităţii pixelilor dea lungul coloanelor zonei de interes; c. Suma intensităţii pixelilor dea lungul rândurilor zonei de interes.

3. Codificare Run-Length (compresie)

1	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**
0	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

Var. 1

Poz. start şi lungimea secv. De “1”:

(1,3) (7,2) (12,4) (17,2) (20,3)

(5,13) (19,4)

(1,3) (17,6)

Var. 2

Lungimea secv. de 0 si 1 : 0,3,3,2,4,1,2,1,3

4,13,1,4 i

0,3,13,6

k

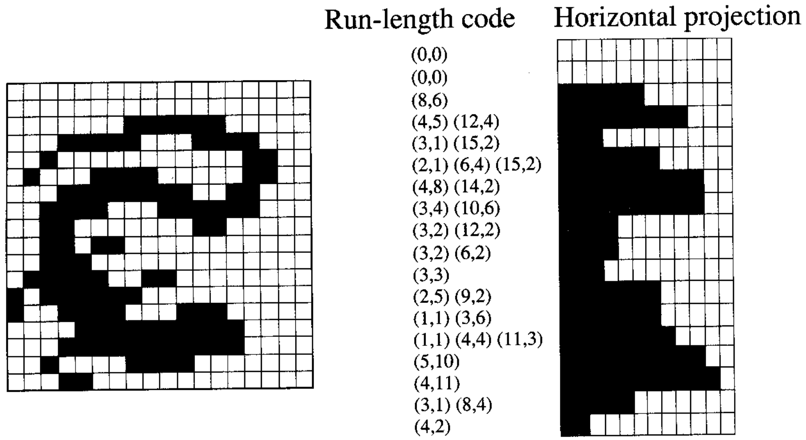
Folosim convenţiile:

- r_{ik} este secvenţa *k* a liniei *i*
- prima secvenţă din fiecare linie este o secvenţă de 0 $\Rightarrow$ secvenţele pare corespund la “1” (k=2j).
- Avem m_i secvenţe pe linia i

Calculul proprietarilor geometrice din codificarea run-length

Aria:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m_i/2} r_{i,2k}$$



Centrul de masa:
Se calculează mai întâi proiecţiile orizontale

$$h_i = \sum_{k=1}^{m_i/2} r_{i,2k}$$

Proiecţiile orizontale calculate din codificarea RLE

Poziţia verticala $\bar{i}$ a centrului de masa:

$$A \cdot \bar{i} = \sum_{i=1}^{n} i h_i$$