

Exercitii pregătitoare (în curs de actualizare)

Ultima actualizare: 08.01.2017

1. Determinați rangul matricii A pentru cazurile:

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Determinați o bază pentru spațiul vectorial V , dat de:

$$V = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 - x_3 = 0, x_1 - x_2 + x_4 = 0, x_2 + x_4 = 0\}.$$

3. Fie $V = C(\mathbb{R} = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ continuous}\})$ spațiul vectorial al funcțiilor continue definite pe $\mathbb{R}$. Determinați (și demonstrați) dacă următoarele mulțimi de funcții sunt linear independente sau nu:

(a) $A = \{\sin(t), \cos(t), t\};$

(b) $B = \{\sin^2(t), \cos^2(t), \cos(2t)\}.$

4. Se consideră vectorii $\vec{u}, \vec{v}$ necoliniari. Determinați α astfel încât vectorii :

$$\vec{a} = \alpha \vec{u} + 3\vec{v}, \quad \vec{b} = \vec{u} + \vec{v}$$

să fie coliniari

5. Fie A, B, C, D patru puncte din $\mathbb{R}^3$. Arătați că:

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{AC} \cdot \vec{DB} = 0.$$

6. Fie $\vec{u}$ și $\vec{v}$ doi vectori astfel încât unghiul dintre ei să fie $\pi/4$ și $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$. Fie

$$\vec{a} = \vec{u} - 3\vec{v}, \quad \vec{b} = -\vec{u} + 2\vec{v}.$$

Calculați:

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b};$

- (b) lungimile diagonalelor paralelogramului construit pe vectorii $\vec{a}$, $\vec{b}$, precum și unghiul dintre diagonale.
7. Scrieți ecuația suprafeței cilindrice ale cărei generatoare fac unghiuri egale cu axele de coordonate și sunt tangente sferei:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

8. Scrieți ecuația suprafeței generate de o dreaptă paralelă cu planul (II) : xOy și care intersectează dreapta $(d) : Oz$ și se sprijină pe curba

$$(\mathcal{C}) : \begin{cases} x^2 + y^2 - 2y &= 0 \\ y - 2z &= 0 \end{cases}$$

9. Determinați ecuația suprafeței conice cu vârful în $V(1, 1, 1)$ și având curba directoare

$$(\mathcal{C}) : \begin{cases} y^2 + z^2 - 1 &= 0 \\ x + y + z &= 0 \end{cases}$$

10. Determinați ecuația suprafeței generate de o dreaptă ce trece prin $A(1, 0, 0)$ și care se află la distanța constantă $d = 2$ față de punctul $B(1, 2, 3)$.

11. Determinați ecuația proiecției curbei

$$(\mathcal{C}) : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 1 &= 0 \\ x + y + z &= 1 \end{cases}$$

din $O(0, 0, 0)$ pe planul $z = 3$.

12. Determinați ecuația suprafeței generate de o dreaptă paralelă la planul (II) : $x + z = 0$ care intersectează axa Oz și curba:

$$(\mathcal{C}) : \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 &= 0 \\ z &= 0 \end{cases}$$