# Calculul încălzirii maşinilor electrice

Probleme generale.

## Transmiterea căldurii.

Legea cedării superficiale de căldura

$$W = \alpha \cdot \theta$$

Fluxul caloric specific, **W** in W/m$^2$

$$W = \frac{p}{S}$$

Coeficientul de transmisie al căldurii, in W/m$^2$ $^0$C

$$\alpha = f(v, \theta)$$

între suprafaţa răcită şi mediul de răcire are loc o cădere de temperatură numită “superficiala”:

$$\theta = \frac{W}{\alpha} = \frac{p}{S \cdot \alpha}$$

## Transmiterea căldurii.

cădere de temperatură "interioară" $W = -\lambda \cdot grad\theta$

λ - coeficientul de conductibilitate termică a materialelor, în W/m°C.

Maşina electrică → un sistem de corpuri cu surse interioare de căldură, răspândite (stator, rotor, colector, lagăre).

- o parte dintre aceste corpuri, despărţite prin straturi de izolaţie, se influenţează reciproc,
- o altă parte (partea frontală a bobinajelor, colectorul) sunt spălate direct de mediul de răcire.

Fiecare dintre aceste corpuri are un câmp interior de temperaturi şi căderi interioare de temperatură.

Determinarea temperaturii maxime a unei părţi din maşină constă în determinarea sumei căderilor de temperatură interioară şi exterioară.

## Transmiterea căldurii.

Ecuaţia conductibilităţii termice staţionare:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + p_v = 0$$

$p_v$ – cantitatea de căldură degajată în unitate de volum în W/m³.

**Cazuri particulare:**

- în corp nu există caldură degajată, de exemplu izolaţia din crestătură

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0$$

Rezultă:

$$\theta = B \cdot x + A$$

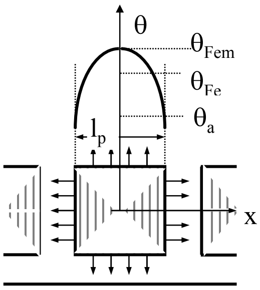
Δ este grosimea (stratului izolaţiei) corpului $\theta_2 = \theta_1 + B \cdot \Delta$

# Transmiterea căldurii.

- pachetul de tole, unde se degajă o cantitate de căldură pe unitate de volum $p_v$

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + p_v = 0$$

$$\theta = A + B \cdot x - \frac{p_v}{2 \cdot \lambda_x} x^2$$




.Variatia incalzirii pachetului de tole.

considerăm ca cele două suprafețe laterale au aceeaşi temperatură $\theta_a$

$$\theta = \theta_a + \frac{p_v}{2 \cdot \lambda_x} \left( \frac{\ell_p}{2} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{2 \cdot x}{\ell_p} \right)^2 \right]$$

Valoarea medie pe lățimea pachetului este:

$$\theta_{Fe} = \frac{1}{\ell_p} \int_0^{\ell_p} \theta \cdot dx = \theta_a + \frac{p_v}{12 \cdot \lambda_x} \ell_p^2$$

# Transmiterea căldurii.

In cazul regimurilor tranzitorii încălzirea variază în timp şi ecuația conductivității termice se scrie

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + p_v = c \cdot \gamma \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

- $c$ este căldura specifică, $c_{Cu}=388\ J/kg^oC$, $c_{Fe}=462\ J/kg^oC$,
- $\gamma$ este densitatea materialului

Capacitatea calorică totală a corpului de greutate G

$$C = c \cdot G$$

## Ecuatia de incalzire a unui corp omogen

$$C\frac{d\mathrm{T}_a}{dt}+\Lambda\left(\mathrm{T}_a-\mathrm{T}_{ma}\right)=p$$

conductibilitatea termică de la corp spre mediul de răcire $\Lambda=\alpha\cdot S$

Notând: $\theta=T_a-T_{am}$

$$C\frac{d\theta}{dt}+\Lambda\cdot\theta=p$$

Căldura înmagazinată | Căldura cedată | Pierderi

## Ecuația de încălzire a unui corp omogen

Corpul atinge încălzirea staționară atunci când toată căldura produsă este cedată mediului, rezultă

$$\theta_{\max}=\frac{p}{\Lambda}=\frac{p}{\alpha\cdot S}=\frac{W}{\alpha}$$

Constanta termică de timp

$$T=\frac{C}{\Lambda}=\frac{c\cdot G}{\alpha\cdot S}=\frac{C\cdot\theta_{\max}}{p}=\frac{c\cdot\theta_{\max}}{p_s}$$

Pierderi specifice $p_s$ depind de solicitările electrice şi magnetice

Constanta termică de timp pentru un pachet de fier

$$\theta=\theta_{\max}\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

## Scheme termice echivalente

Legea echilibrului energiei calorice pentru 2 corpuri

$$C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + \Lambda_{12} \cdot (\theta_1 - \theta_2) + \Lambda_1 \cdot \theta_1 = p_1$$

$$C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + \Lambda_{21} \cdot (\theta_2 - \theta_1) + \Lambda_2 \cdot \theta_2 = p_2$$

Pierderi

Se înmagazinează în corp

Se transmite la alt corp

Se transmite mediului

In regim staționar termic $\theta$ = ct.

$$\Lambda_{12} \cdot (\theta_1 - \theta_2) + \Lambda_1 \cdot \theta_1 = p_1$$

$$\Lambda_{21} \cdot (\theta_2 - \theta_1) + \Lambda_2 \cdot \theta_2 = p_2$$

## Scheme termice echivalente

analogie cu un circuit electric care conține condensatoare

- pierderile $p \to q$ sarcina electrică,
- conductibilitatea termică $\Lambda \to c$ capacitate,
- încălzirea $\theta \to u$ tensiunea la borne

coeficienții de cuplaj termic

$$k_{12} = \frac{\Lambda_{12}}{\Lambda_2 + \Lambda_{21}} \qquad si \qquad k_{21} = \frac{\Lambda_{21}}{\Lambda_1 + \Lambda_{12}}$$

coeficientul rezultant de cuplaj termic

$$k_T^2 = k_{12} \cdot k_{21}$$

coeficientul termic de scăpări

$$\tau_T = 1 - k_T^2$$

## Scheme termice echivalente

"rezistența termică" $R_T$ $\quad R_T = \frac{1}{\Lambda}$

conductivitățiile termice echivalente de la corpurile 1 şi 2 la mediul de răcire

$$\Lambda_1^{'} = \Lambda_1 + \frac{\Lambda_2 \cdot \Lambda_{21}}{\Lambda_2 + \Lambda_{21}} = \frac{1}{R_1^{'}}$$

$$\Lambda_2^{'} = \Lambda_2 + \frac{\Lambda_1 \cdot \Lambda_{12}}{\Lambda_1 + \Lambda_{12}} = \frac{1}{R_2^{'}}$$

încălzirile rezultă:

$$\theta_1 = \frac{p_1 + k_{12} \cdot p_2}{\Lambda_1^{'}} = \frac{p_1}{\Lambda_1^{'}} + k_{12}\frac{p_2}{\Lambda_1^{'}} = \theta_{1k} + \theta_{120}$$

$$\theta_2 = \frac{p_1 + k_{21} \cdot p_2}{\Lambda_2^{'}} = k_{21}\frac{p_2}{\Lambda_2^{'}} + \frac{p_1}{\Lambda_2^{'}} = \theta_{20} + \theta_{21k}$$

## Scheme termice echivalente

încălzirile se pot găsi prin metoda suprapunerii efectelor

- determinarea experimentală a conductivităților echivalente măsurând încălzirile obținute pentru cele două corpuri la două încercări diferite
  - La mers în gol, pierderile în înfăşurări $p_1 = 0$,
  - la mers în scurtcircuit, pierderile în miez $p_2 = 0$
  - -încălzirile bobinajului şi miezului, respectiv:

$$\theta_{120} = \theta_1 \;{}_{(p_1=0)} \qquad si \qquad \theta_{20} = \theta_2 \;{}_{(p_1=0)}$$

$$\theta_{1k} = \theta_1 \;{}_{(p_2=0)} \qquad si \qquad \theta_{21k} = \theta_2 \;{}_{(p_2=0)}$$

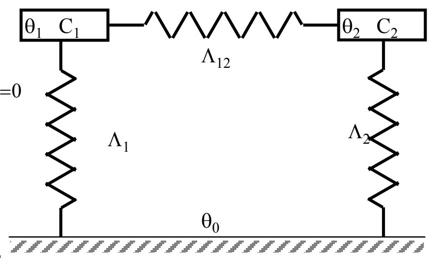
rezultă conductibilitățile echivalente

## Scheme termice echivalente

conductibilitățile echivalente

$$\Lambda_1^{'} = \left(\frac{p_1}{\theta_{1k}}\right) = \left(\frac{p_1}{\theta_1}\right)_{p_2=0}$$

$$\Lambda_2^{'} = \left(\frac{p_2}{\theta_{20}}\right) = \left(\frac{p_2}{\theta_2}\right)_{p_1=0}$$




coeficienții de cuplaj:

$$k_{12} = \left(\frac{\theta_{11}}{p_2}\right)_{p_1=0} \cdot \Lambda'_1$$

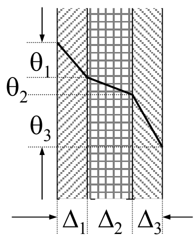
$$k_{21} = \left(\frac{\theta_2}{p_1}\right)_{p_2=0} \cdot \Lambda'_2$$

## Calculul rezistențelor termice

- transmiterea căldurii prin corpuri omogene de grosime $\Delta_i$

$$R_i = \frac{\Delta\theta}{p} = \frac{\Delta_i}{\lambda_i \cdot S_i}$$

- corpuri neomogene, de exemplu izolația stratificată




Izolația stratificată.

conductivitate echivalentă

$$\lambda_e = \frac{\sum \Delta_\ell}{\sum \frac{\Delta_i}{\lambda_i}}$$

rezistența termică echivalentă

$$R_e = \frac{\sum \Delta_i}{\lambda_e \cdot S}$$

## Calculul rezistențelor termice

- rezistența termică a pachetului de tole față de mediul de răcire pe direcția radială

$$R_m = \frac{1}{\alpha_{mi} \cdot S_{mi} + \alpha_{me} \cdot S_{me}}$$

- rezistența termică a pachetului de tole față de mediul de răcire în direcția axială

Rezistența termică prin pachetul de tole axial

$$R_{me1} = \frac{\Delta\theta}{p} = \frac{\ell_p}{6 \cdot \lambda \cdot S_\ell}$$

rezistența termică de la suprafețele laterale la mediul de răcire

$$R_{me2} = \frac{1}{S_\ell \cdot \alpha_\ell}$$

## Calculul rezistențelor termice

- Rezistența termică a cuprului înfășurării aflat în crestătură și pachetul de tole

$$R_c = \frac{\Delta_{i2}}{\lambda_{i2} \cdot S_{i2p}} \qquad S_{i2p} = Z \cdot p_{cr} \cdot \ell_{i2p}$$

- $p_{cr}$ este perimetrul crestăturii, $Z$ numărul de crestături
- $\ell_{i2p}$ lungimea izolației în pachete de tole.

- Rezistența termică dintre izolația înfășurării ți mediul de răcire din canale

- datorită căderii interne de temperatură
- datorită căderii superficiale de temperatură

$$R_{ev} = \frac{\Delta_{i2}}{\lambda_{i2} \cdot S_{i2R}} + \frac{1}{\alpha_b \cdot S_{i2c}}$$

## Calculul rezistențelor termice

- Rezistența termică între partea de bobinaj din crestătură şi partea frontală

$$R_\ell = \frac{\Delta\theta}{p} = \frac{\ell_p}{12 \cdot \lambda \cdot S_{cucr} \cdot Z}$$

- Rezistența termică a capetelor frontale

  - datorită căderii interne de temperatură
  - datorită căderii superficiale de temperatură

$$R_f = \frac{\Delta_{i2f}}{\lambda_{i2f} \cdot S_{i2f}} + \frac{1}{\alpha_f \cdot S_{i2f}}$$

## Coeficientul de transmisie a căldurii

Forma generală a coeficientului de transmisie a căldurii $\alpha$ este

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \left(1 + \gamma \cdot v^\beta\right) \qquad w/m^{2\,0}C$$

$\alpha_0$ este partea constantă a coeficientului de transmisie dependentă de:
- natura mediului,
- forma, dimensiunile suprafeței corpului,
- modul de răcire a suprafetei,

- la convecție naturală $\alpha_0$ depinde de încălzire.

$$\alpha_0 = (16 \div 18) \cdot \theta^{0.25}$$

- canalele radiale ale statorului şi partea frontală a bobinelor

$$\alpha_0 = 16.7$$

-suprafața jugului statoric şi bobinaje polare cu conductoare neizolate, bobinaje stratificate în transformator

$$\alpha_0 = 27 \div 28$$

## Coeficientul de transmisie a căldurii

- bobinaje polare în mai multe straturi şi suprafaţa din întrefier, sau canale axiale ale miezului magnetic

$$\alpha_0 = 12$$

- colectoare, inele de contact

$$\alpha_0 = 52$$

γ – este o constanta dependentă de forma suprafeţei

γ = 1 pentru majoritatea suprafeţelor

γ =*1/2* pentru colectoare şi conductoare neizolate

β - este un coeficient dependent de viteza mediului de răcire şi forma canalelor prin care circulă mediul de răcire.

$$\beta \cong 1 - \frac{v_a}{100}$$

## Coeficientul de transmisie a căldurii

viteza periferică $v_p$ a rotorului

$$v_p = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60} \quad m/s$$

– viteza mediului de răcire :

- la periferia rotorului

$$v = \frac{1}{2} v_p$$

-în canalele de ventilaţie pentru fier

$$v = \sqrt{v_p}$$

- la bobinele de excitaţie

$$v = 0.45 \cdot v_p$$

- la jug

$$v = \frac{S_c}{\pi \cdot D \cdot L} \sqrt{v_p}$$

- în canale de ventilaţie in apropiere de bobinaj

$$v = 2 \cdot \sqrt{v_p}$$

# Intocmirea schemelor termice echivalente

Se consideră un stator de maşină sincronă cu întrefier relativ mare pentru a nu ține seama de influența rotorului asupra încălzirii statorului.

1. Se calculează în diverse părți ale maşinii:
   $p_{Fe}$ pierderi în fier,
   $p_c$, pierderi în bobinaj din crestătura,
   $p_f$ pierderi în capete de bobină.

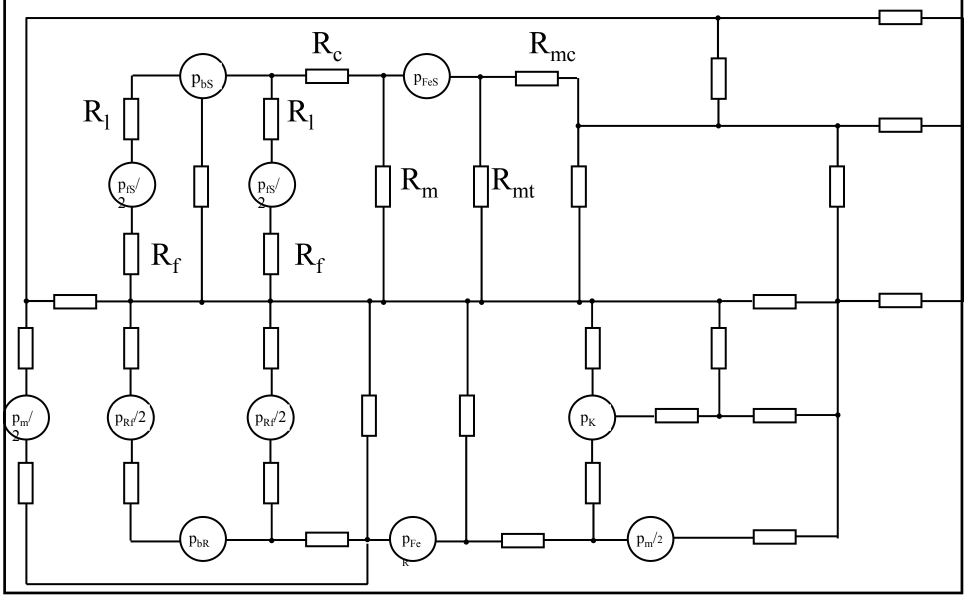
2. Se stabileşte schema căilor de scurgere a fluxurilor calorice.

3. Se calculează coefiecienții de conductivitate şi coeficienții de transmisie a căldurii.

4. Se calculează rezistențele termice.

5. Se calculează supratemperaturile medii pentru bobinaj şi fier

# Scheme termice echivalente



## Calculul supratemperaturilor medii pentru bobinaj şi fier

Rezistențele termice vor fi :

$$R_{Fe} = \frac{R_m \cdot R_{me}}{R_m + R_{me}}$$

$$R_b = \frac{R_t \cdot R_v}{R_t + R_v}$$

Dacă se consideră ca $p_f = p_c$ atunci:

$$R_b = \frac{R_t \cdot R_v + \frac{R_\ell}{4}\left(R_f + R_v\right)}{R_f + R_r + R_\ell}$$

Se scriu ecuațiile pentru două corpuri

$$Q_b = \frac{\theta_b - \theta_a}{R_b} \qquad Q_b = p_b - Q_c$$

$$Q_{cc} = \frac{\theta_b - \theta_{Fe}}{R_c} \qquad Q_{Fe} = p_{Fe} + Q_c$$

$$Q_{Fe} = \frac{\theta_{Fe} - \theta_a}{R_{Fe}}$$

## Calculul supratemperaturilor medii pentru bobinaj si fier

Rezolvând sistemul de ecuații, prin eliminarea fluxurilor termice $Q$ rezultă:

$$\theta_b = \frac{\left[p_{Fe} + p_b\left(1 + \frac{R_c}{R_f}\right)\right]R_c}{\left(1 + \frac{R_c}{R_b}\right)\left(1 + \frac{R_c}{R_t}\right) - 1}$$

$$\theta_{Fe} = \frac{p_{Fe}R_c + \theta_b}{1 + \frac{R_c}{R_v}}$$