

# CALCULUL MECANIC

la mașini electrice

## Calculul mecanic

Calculul mecanic este legat de tehnologia de fabricație, de prelucrarea generală a mașinii.

De ce este important ?

- Printr-o proiectare atentă se poate reduce greutatea materialelor constructive, costul materialelor și costul de producție.
- este foarte important la elaborarea unei serii unitare de mașini și la mașini de mare putere și viteză ridicată.

Ce anume se calculează ?

- ✓ Se dimensionează anumite subansamble constructive,
- ✓ Se verifică solicitările mecanice în diverse părți ale mașinii,

## Ce anume se calculează ?

În general, se face calculul mecanic de verificare al următoarelor părți ale **mașinilor rotative**:

- 1 – axele:            la cuplul transmis  
                          la momentul încovoietor  
                          la viteze critice  
                          la vibrațiile de torsiune
  
- 2 – rotoarele:        în special la viteze mari  
                          la eforturile în corpul rotoarelor, dinți, bandaje, pene
  
- 3 – colectoarele la mașini de putere și viteze mari:  
                          la eforturile din lamele, inele, buloane de strângere

## Ce anume se calculează ?

- 4 – statoarele:      la rigiditatea carcaselor,  
                          la fixare cu monturi de fundație,  
                          la fixarea polilor,  
                          la fixarea părților frontale ale bobinajului.

La **transformatoare electrice** se face calculul mecanic al următoarelor părți:

- 1 – bobinaje:        la forțele axiale,  
                          la forțele radiale.
  
- 2 – penele longitudinale și transversale: la presiune
  
- 3 – tiranți și grinzi de jug : la încovoiere și întindere.

## Calculul axelor

### Calculul axelor

Solicitarea mecanică a axului depinde de poziția lui: orizontală sau verticală:

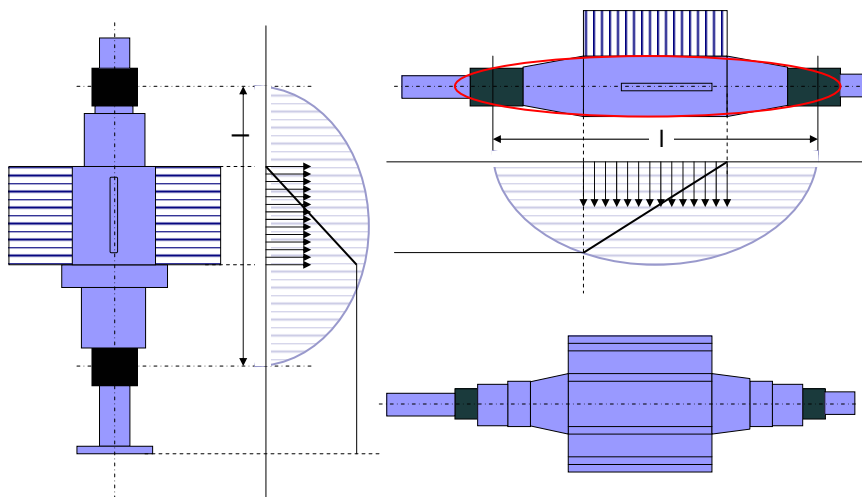
**La axele verticale:** axul este solicitat la:

- întindere sau comprimare datorită greutății proprii și a rotorului  $G$ ,
- solicitarea în direcția radială datorită forțelor de atracție magnetică  $F_o$ ,
- solicitarea la torsiune datorită cuplului transmis  $C_t$ .

**La axele orizontale:** axul este solicitat la:

- încovoiere datorită greutății proprii și a rotorului  $G$ ,
- solicitarea în direcția radială datorită forțelor de atracție magnetică  $F_o$ ,
- solicitarea la torsiune datorită cuplului transmis  $C_t$ .

## Solicitarea mecanică a axului



## Forța de atracție magnetică

**Forța de atracție magnetică** datorită excentricității inițiale

$$F_{am} = F_o = 6,3 \frac{\varepsilon_o}{\delta} B_{\delta}^2 \cdot D \cdot L \quad [kg]$$

$\delta$ - întrefier  
 $B_{\delta}$  - inductia  
D- diametrul rotor  
L- lungimea rotor

Unde: excentricitatea inițială se datorește uzurii lagărelor și a impreciziei de montaj, ea cuprinde și săgeata inițială produsă de forțele statice și excentricitatea dinamică și depinde de tipul lagărului și de diametrul fusului.

$$\varepsilon_o = \varepsilon_u + \varepsilon_m + f_o + \varepsilon_d \leq 0,1 \cdot \delta$$

Săgeata inițială - produsă de suma forțelor statice  $F_o$  concentrate  $f_o = \frac{F_o}{k}$

$k = 48 \frac{E \cdot I}{\ell^3}$  rigiditatea axului, egală cu raportul dintre o sarcina concentrată , aplicată la mijloc și săgeata care rezultă

## Momentul de inerție

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad \text{momentul de inerție diametral,}$$

Pentru axele cu diametrul variabil momentul de inerție se determină grafic sau după teorema lui Castigliano, privind egalitățile evidente ale săgeților

$$\frac{F_o \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_{ec}} = \frac{F_o}{2 \cdot E} \int_0^l \frac{x^2}{I_x} \cdot dx$$

Sau ca derivata energiei potențiale a axului în raport cu forța convențională aplicată

$$f_o = \frac{\partial E_a}{\partial F_o}$$

## Săgeata totală staționară

unde  $E=2.106$  [kg/cm] modul de elasticitate al materialului (oțel)

$l$  – distanța dintre reazeme.

Pentru axele cu rotor montat, forța este distribuită  $q$  [kg/cm],

$$k = \frac{384 \cdot E \cdot I}{5 \cdot l^3} \quad F_0 = q \cdot l$$

Forța de atracție magnetică nu poate depăși valoarea

$$F_{amax} = (4 - 4,5) \cdot D \cdot l \cdot \frac{\epsilon_o}{\delta} = k_o \cdot \epsilon_o \quad [kg]$$

**Săgeata totală staționară** și datorită forțelor de atracție magnetică devine:

$$f = \frac{F_0}{k - k_o} < 0,1\delta$$

## Cuplul de torsiune

Cuplul de torsiune se calculează din cuplul nominal.

$$C_N = 97,5 \frac{P_N}{n_N} 10^3 \quad [kg/cm] \quad P_N [kW] \quad n_N [rot/min]$$

Cuplul de torsiune este mai mare decât cel nominal în funcție de tipul mașinii de lucru sau al mașinii antrenate

$$C_t = (4 \div 15) \cdot C_N$$

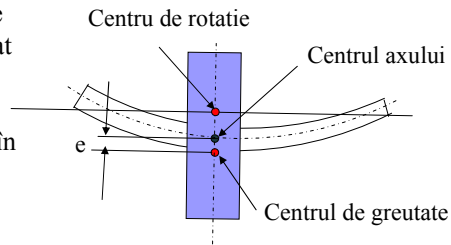
diametrul fusului se poate calcula cunoscând efortul tangențial admisibil pentru oțel

$$\tau_{max} = [kg/cm^2]$$

$$d_{f \min} > \sqrt[3]{\frac{16 \cdot C_t}{\pi \cdot \tau_{max}}} \quad \text{acest diametru se verifică și din condițiile vitezei critice.}$$

## Vitezele de rotație critice

Din cauza că centrul de rotație nu coincide cu centrul axului determinat de săgeata statică și nici cu centrul de greutate al subansamblului rotoric determinat de săgeata totală staționară în cazul rotirii rotorului apar oscilații transversale sau longitudinale.



Din cauza săgetii statice, produse de masa rotorului, axa de rotație este deviată față de axa de rotație. Aceasta deviere, în funcționare, provoacă o forță elastică. Scriind ecuația de echilibru a forțelor de inerție și elastice, care produc o săgeată  $y$  a axului, rezultă:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + ky = 0$$

ecuația oscilațiilor transversale, în cazul când masa rotorului este mare în raport cu masa axului.

## Pulsația oscilațiilor libere

Soluția ecuației

$$y = C \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

pulsația oscilațiilor libere este

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Dacă această coincide cu pulsația de rotație, apare rezonanța și săgeata dinamică  $y$  crește foarte mult.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k}{F} g} = \sqrt{\frac{g}{f} \left[ \frac{r}{s} \right]} = \frac{7}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{f} \left[ \frac{rot}{s} \right]} = 300 \sqrt{\frac{1}{f} \left[ \frac{rrot}{s} \right]}$$

pulsația oscilațiilor libere constituie prima viteză critică, care trebuie să fie mai mare decât viteza maximă a mașinii.

## Oscilații de torsiune ale axelor

Alte viteze critice sunt mai mari

$$\omega_N = N\omega_0 \quad \text{unde } N \in \mathfrak{R}$$

Pe lângă aceste oscilații apar și **oscilații de torsiune** ale axelor. Unghiul de torsiune (răsucire)  $\phi$  al axului este direct proporțional cu cuplul  $C_t$  și invers proporțional cu rigiditatea de torsiune

$$k_t = \frac{GI_p}{\ell}$$

G – este modulul de torsiune

$I_p$  – momentul de inerție polar al secțiunii axului

$$I_p = \frac{d^3 \pi}{32}$$

Dacă este unghiul de torsiune, ecuația oscilațiilor de torsiune:

$$J \frac{d^2 \phi}{dt^2} + k_t \phi = 0$$

$J = m r^2$  este momentul de inerție al masei.

## Oscilațiile sistemului format din două mase

pulsatia oscilațiilor libere de torsiune

$$\omega_t = \sqrt{\frac{k_t}{J}} = \sqrt{\frac{GI_p}{J\ell}}$$

Dacă există două mase așezate pe un ax, la distanța  $l$  între ele, și axul are rigiditatea constantă, rezultă un sistem de 2 ecuații:

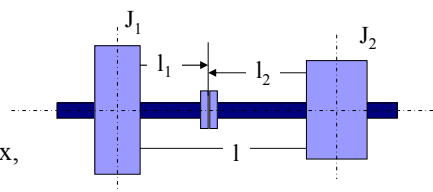
$$J_1 \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} + k_f (\phi_1 - \phi_2) = 0$$

$$J_2 \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + k_f (\phi_2 - \phi_1) = 0$$

sistemul poate fi redus, dacă se notează:

$$J_{12} = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}$$

$$\phi = \phi_1 - \phi_2$$



## Oscilațiile sistemului format din două mase

Două mase dau totdeauna o singură pulsație a oscilațiilor libere:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J_{12}}}$$

Secțiunea principală, adică secțiunea în raport cu care se produce oscilația discurilor  $y_1$  și  $y_2$  se determină din condiția ca pulsațiile lor să fie aceleași.

Rezultă:

$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{J_1}{J_2}$$

În cazul când există un cuplu exterior, care are una sau mai multe componente periodice de pulsație, este posibilă rezonanța prin suprapunerea acestei pulsații cu o pulsație liberă oarecare, acest caz este rezonanța oscilațiilor de torsiune.

## Verificarea solicitărilor în dinți

Efortul unitar la baza dintelui

$$\sigma_{d \max} = \frac{F_{sCu} + F_{sFe}}{b_{d \min}}$$

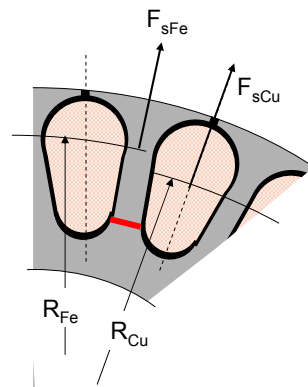
$F_{sCu}$ ,  $F_{sFe}$  - forțe centrifuge ce acționează asupra cuprului din creștătura și dinte

$$F_{sCu} = \frac{G_{sCu}}{g} \omega^2 R_{cu}$$

$$F_{sFe} = \frac{G_{sFe}}{g} \omega^2 R_{Fe}$$

unde  $G_{sCu} = \gamma_{Cu} S_{Cu}$  sunt greutatea cuprului din creștătura și a dintelui pe unitate de lungime.  
 $G_{sFe} = \gamma_{Fe} S_d$

$R_{cu}$ ,  $R_{Fe}$  - razele centrelor de greutate ale cuprului din creștătura și dinte





## Verificarea penelor la compresiune

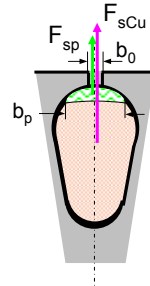
Forța de comprimare se compune din forța centrifugă a cuprului din creștătură și forța centrifugă a penei:

$$F_{sp} = \frac{G_{sp}}{g} \omega R_p$$

Efortul unitar al penei de lățime  $b_p$

$$\sigma_{prox} = \frac{F_{sp} + F_{sCu}}{b_p \varepsilon}$$

unde 
$$\varepsilon = \frac{b_p - b_0}{b_p}$$



## Verificarea bandajelor rotoarelor

Eforturile unitare din bandajele masive sunt produse de forțe centrifuge proprii și presiunea părților frontale ale bobinajului.

Forța centrifugă a părții frontale

$$F_f = \frac{G_f}{g} \omega^2 \frac{D_f}{2}$$

$G_f$  – greutatea părții frontale

$D_f$  – diametrul centrului de greutate al părții frontale.

Efortul unitar determinat de forța centrifugă a părții frontale

$$\sigma'_t = \frac{F_f}{2\pi \cdot s_b} [kg/cm^2]$$

unde  $S_b$  este secțiunea transversală a bandajelor.

## Verificarea bandajelor rotoarelor

Efortul unitar determinat de forța centrifugă proprie

$$\sigma''_f = 0,825 \frac{\gamma}{g} v_b^2 \cdot (1 + 0,212 \cdot \alpha_0^2) \cdot 10^{-2} \quad [\text{kg/cm}^2]$$

unde  $v_b$  [cm/s] viteza periferică a bandajului

$$\begin{array}{l} \alpha_0 \text{ raportul diametrelor} \\ \gamma \text{ greutatea specifică.} \end{array} \quad \alpha_0 = \frac{D_k}{D_R} \quad \gamma [\text{kg/cm}^3]$$

Solicitarea totală rezultă

$$\sigma_t = \sigma'_t + \sigma''_t \leq 2750 \text{ kg/cm}^2$$

## Verificarea fixării polilor rotorici prin coada de rândunică

Forța centrifugă a polului  $F_p = \frac{G_p}{g} \omega^2 \cdot R_p$

Forța centrifugă a înfășurării polare  $F_E = \frac{G_E}{g} \omega \cdot R_E$

Sarcina pe unitate de lungime a cozii de rândunică

$$q = \frac{F_p + F_E}{\ell}$$

este dependent de grosimea tolelor efortului unitar .

$$\sigma_{co} = \frac{q}{b_2}$$

Forța centrifugă a jugului rotorului

$$F_{jR} = \frac{G_{Rj}}{g} \omega \cdot R_{Rj}$$

## Calculul de fixare al polilor principali

Asupra polului acționează forțele: greutatea proprie, greutatea înfășurării, forța de atracție magnetică, forța tangențială creată de cuplul electromagnetic.

Forța tangențială este dată de cuplul tangențial

$$F_{tg} = \frac{C_t}{2p \frac{D}{2}} = \frac{C_t}{pD}$$

Această forță are două acțiuni: deplasarea polului față de carcasă apare forța de frecare între pol și carcasă

$$F_{fr} = \frac{F_{tg}}{\mu} \approx \frac{F_{tg}}{0,2} \quad \text{această forță este preluată de șurubul de fixare.}$$

O rotire a polului față de punctul A, care trebuie anulată de o forță de strângere a șurubului de fixare

$$F_{str} = \frac{F_{tg} h_p}{\frac{bp}{2}} = \frac{2F_{tg} h_p}{b_p}$$

## Calculul fixării polilor principali

Forța totală de strângere mai cuprinde și greutatea polului  $G_p$  și înfășurării  $G_E$

$$F = G_p + G_E + F_{str} + F_{fr} [kg]$$

Secțiunea șuruburilor de fixare

$$S_{sr} = \frac{F}{N_{sr} \sigma} \quad \sigma \leq 2000 kg/cm^2$$

## Verificarea rotorului

Efortul tangențial la orificiul central (diametrul interior al jugului rotoric) în cazul existenței creștăturilor

$$\sigma = 2\sigma_{bd} \frac{1}{1-\alpha_o^2} + 0,825 \frac{\gamma \cdot v_{Rje}^2}{g} (1 + 0,212\alpha_o^2) \quad [kg/cm^2]$$

$$\sigma_{bd} = \frac{(F_{Fe} + F_{CCu})Z_n}{\pi D_{jRC}}$$

$$\alpha_o = \frac{D_{iRi}}{D_{iRe}}$$

viteza periferică la baza creștăturii

$$v_{Rje} = \pi \cdot D_{Rje} \cdot n$$

## Calculul statorului

Rigiditatea carcasi la încovoiere datorită greutății proprii

Calculul momentului de inerție al secțiunii carcasi față de axa sa neutră

$$a_o = \frac{\sum S_i C_i}{\sum S_i} \quad c_i = a_o - a_i \quad R_N = a_o + R_o$$

$$I = \sum I_i + \sum a_i^2 S_i$$

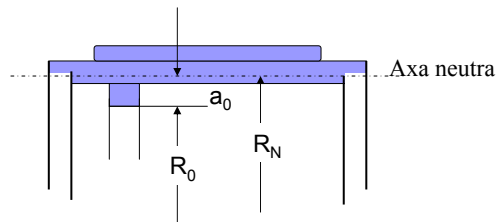
momentul de inerție trebuie să fie

$$I \geq 0,58 \frac{D^2 \ell R_N}{E} \quad \text{sau} \quad I \geq \frac{G_C R_N^2}{22500}$$

$G_C$  – greutatea carcasi

$$E_{fonta} = 0,85 \cdot 10^6$$

$$E_{otel} = 2 \cdot 10^6$$



## Calculul statorului

Forța de frecare a carcusei pe fundație

Forța cea mai mare apare la scurtcircuit.

$$F_{fix} = \frac{C_{sc}}{R_0} - \frac{1}{2} G_c$$

$C_{sc}$  – cuplul mașinii la scurtcircuit

efortul unitar în buloanele de fixare

$$\sigma_{bulon} = \frac{F_{fix}}{N_b S_b}$$

## Calculul inelelor de fixare al capetelor de bobină

Dacă  $X_f$  – reactanța capetelor de bobina,  $X'$  – reactanța tranzitorie (supratranzitorie) în unități relative, atunci forța care solicită la întindere inelele este

$$F_{in} = \frac{10R_N}{\pi\omega D} \left( \frac{X_f}{X'^2} \right) [kg]$$

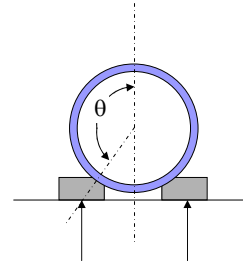
Secțiunea unui inel

$$S_{inel} = \frac{F_{in}}{\sigma_{in} N_{in}}$$

pentru oțel nemagnetic  $\sigma_{in}=2000 \text{ kg/cm}^2$   
pentru alamă  $\sigma_{in}=1500 \text{ kg/cm}^2$

## Calculul frecvenței oscilațiilor proprii ale carcasei

$$f_{oc} = \frac{C_1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi \cdot g \cdot E \cdot I}{G_C \cdot R_N^2}}$$



Constanta  $C_1$  depinde de unghiul de fixare al carcasei

$\theta^0$	80 <sup>0</sup>	100 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>
$C_1$	3,1	1,6	0,8