

---

# CÂMPURILE MAGNETICE în mașini electrice

---

Elemente de bază

---

## Solenatia in masini electrice

Câmpul magnetic în mașini electrice poate fi produs de:

- înfășurări parcurse de curenți,
- magneți permanenți

**Solenatia :** 
$$F = w_{ef} \cdot i = \mathfrak{R} \cdot \Phi$$

$w_{ef}$  numărul de spire efective ale înfășurării,  
 $i$  curentul prin înfășurare

Valoarea maximă în cazul înfășurării: 
$$F_m = w_{ef} \cdot I_{max}$$

Valoarea maximă a solenației magnetului permanent 
$$F_m = l_{MP} \cdot H_c$$

$l_{MP}$  lungimea magnetului permanent

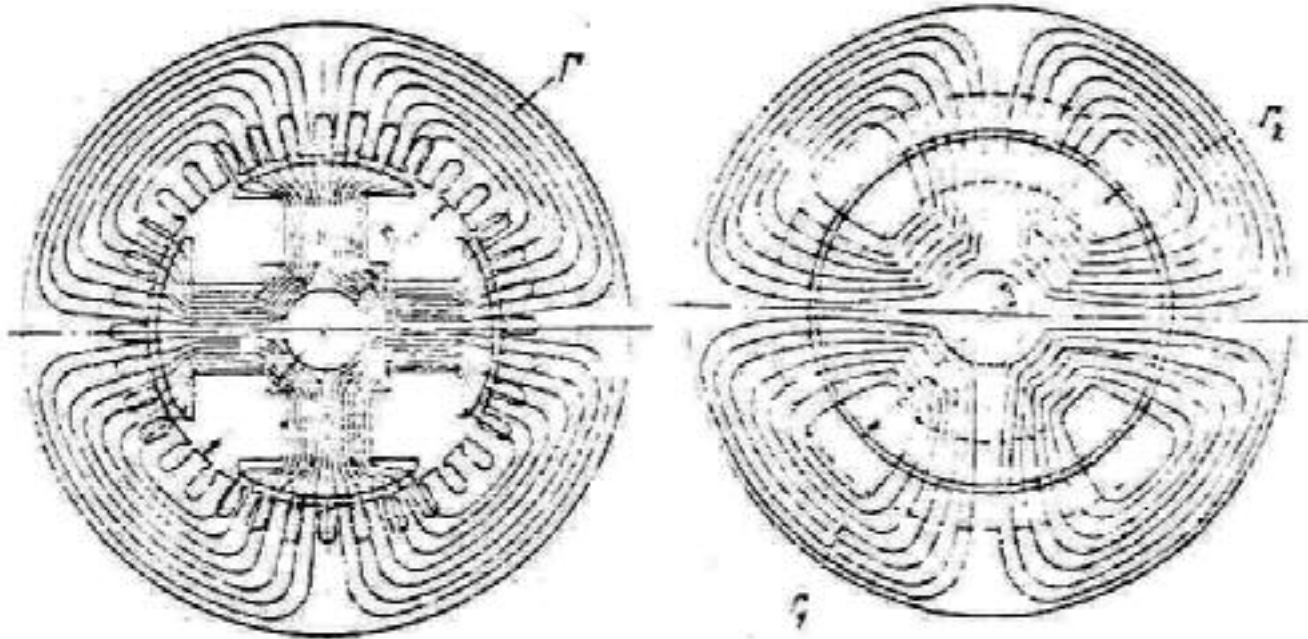
$H_c$  câmpul coercitiv al magnetului.

---

## Clasificare

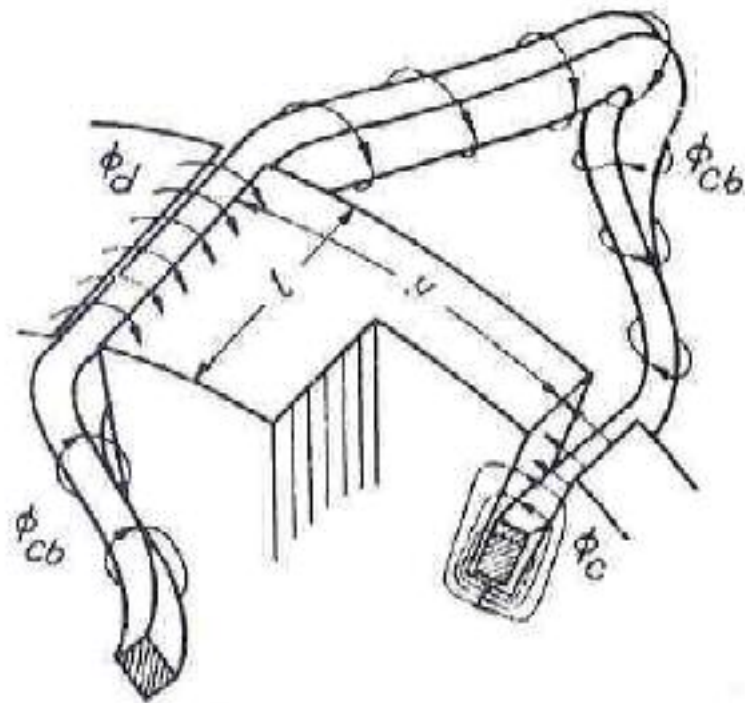
- Clasificare :
- **câmp util**, traversează întrefierul, înlanțuie ambele înfășurări ale mașinii,
  - **câmp de dispersie** sau de scăpări, care înlanțuie o singură înfășurare

Liniile câmpului util.

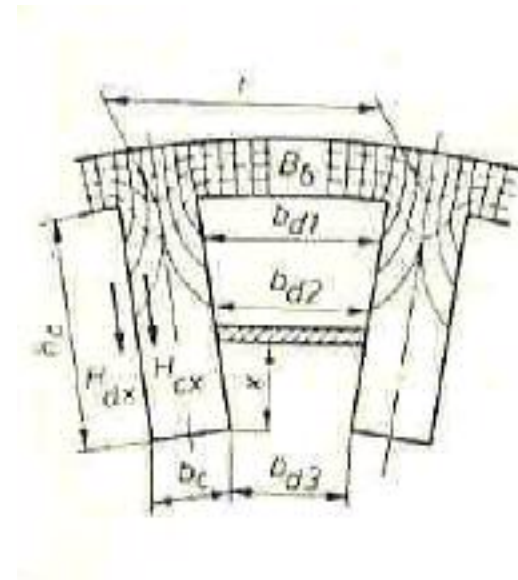


# Clasificare

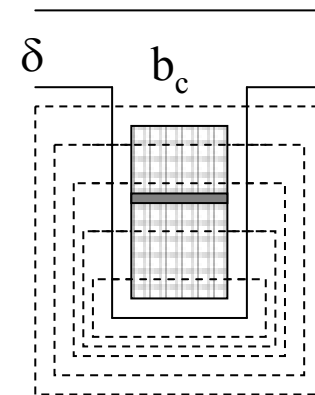
- câmp de dispersie sau de scăpări,



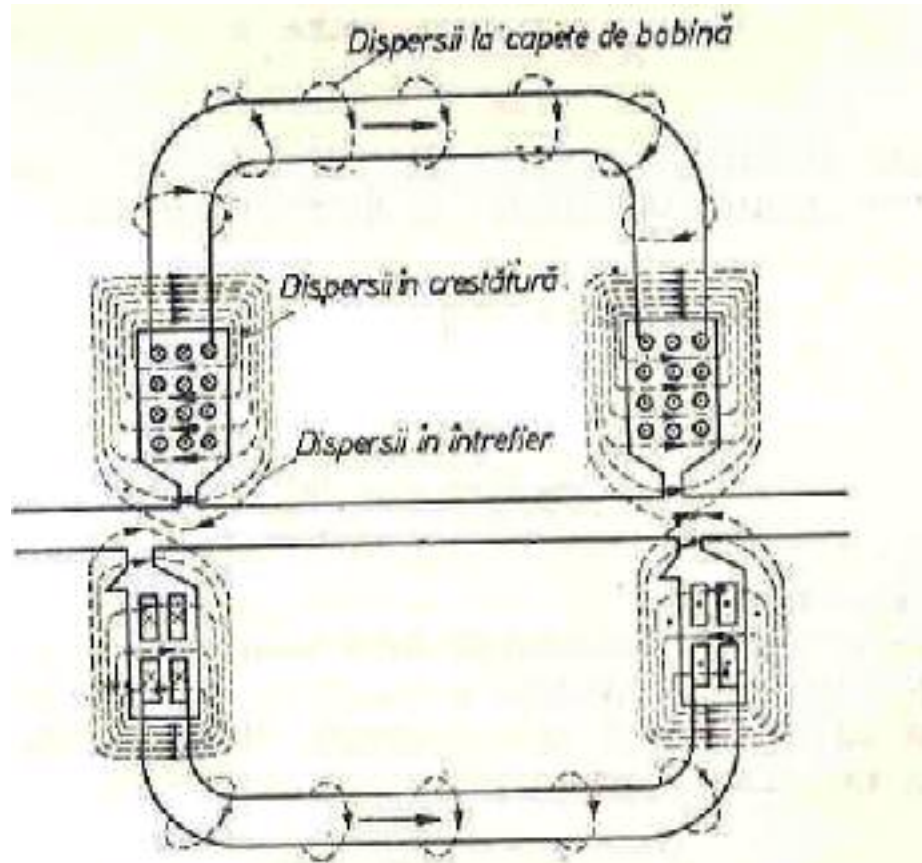
În crestătura  
fără curent



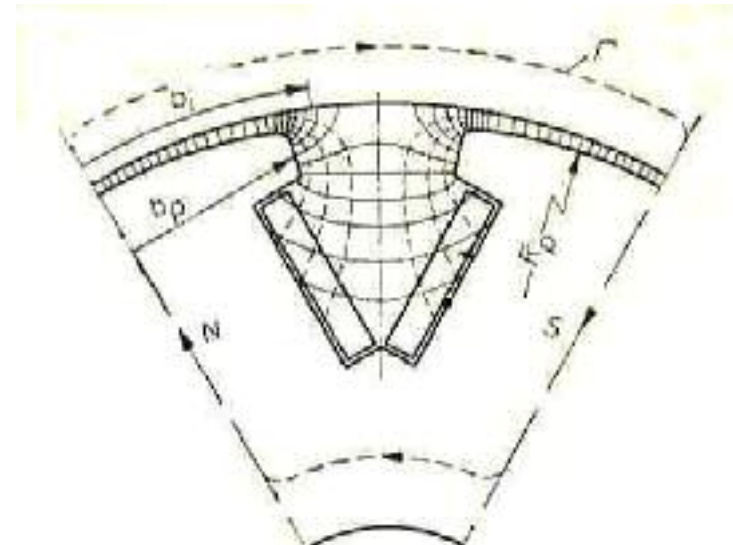
In crestătura -  $\Phi_c$   
având curent



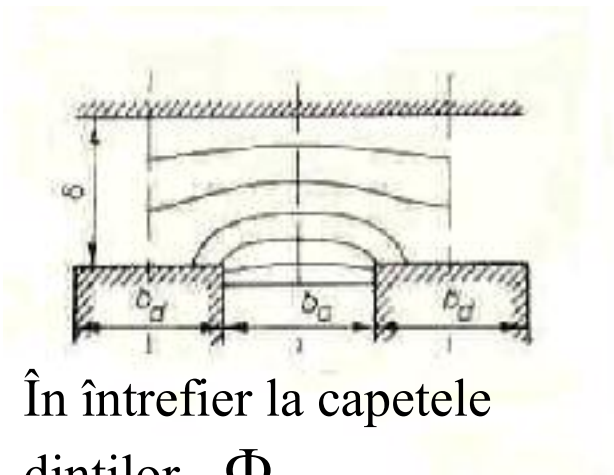
# Câmpul magnetic de scăpări



Dispersia ambelor armături



Câmpul de scăpări  
dintre poli



În întrefier la capetele  
dinților-  $\Phi_d$

---

## Determinarea solenației

Solenația variază :      **În spațiu** dealungul întrefierului sau in  
fereastra transformatorului

Datorită repartizării înfașurărilor și mișcării armăturilor

**În timp**

Datorită variației în timp a curenților și a mișcării armăturilor

Determinarea solenației:      **Pe baza legii circuitului magnetic**

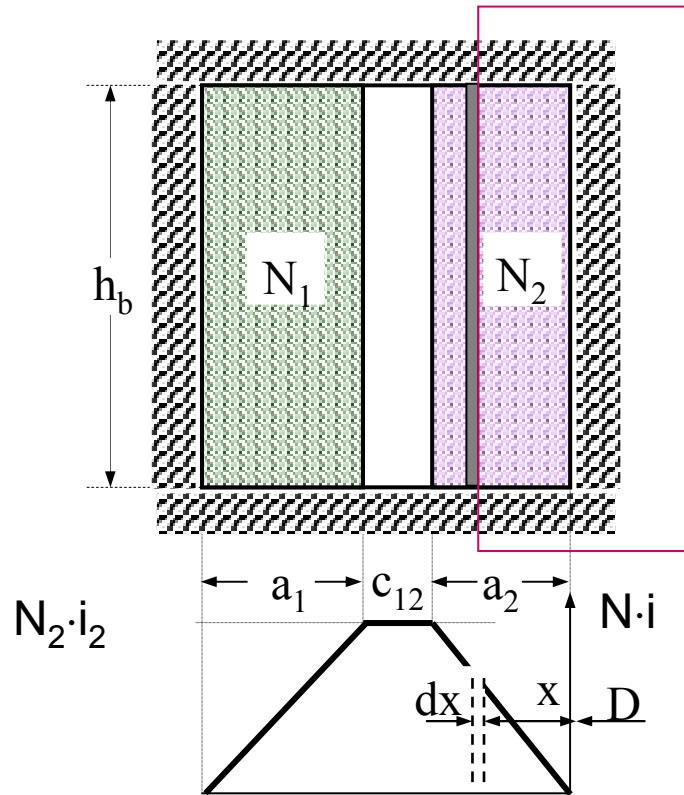
Pe cale grafică

Pe cale analitică

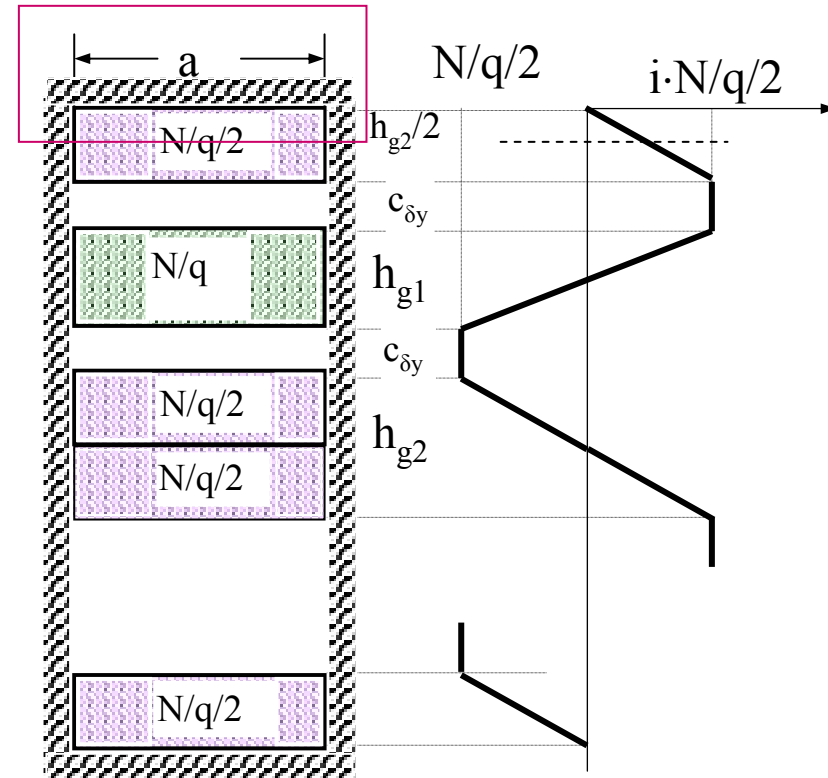
---

# Determinarea solenației

In cazul ferestrei transformatorului



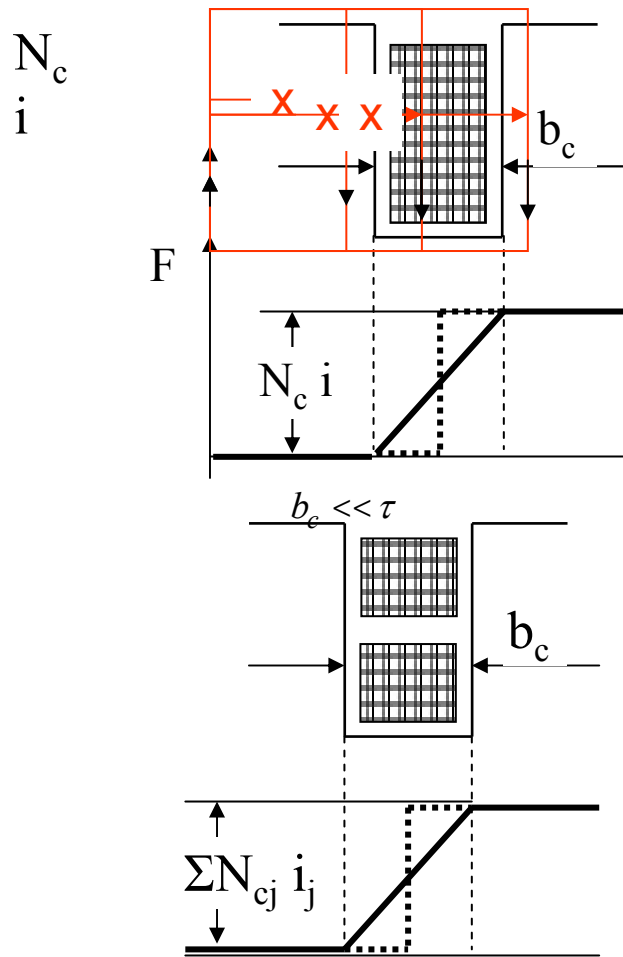
Bobinaj cilindric



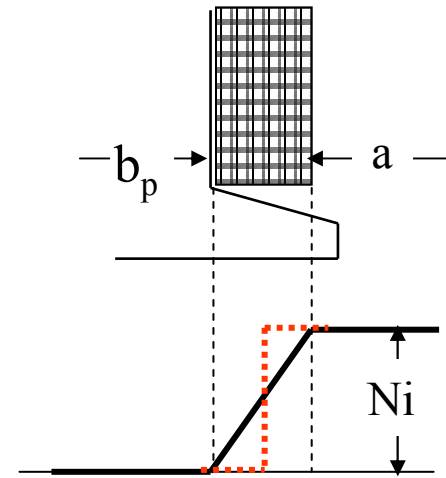
Bobinaj cu q galeți alternati simetric.

# Determinarea grafică a solenației

În cazul unei creștături



În cazul unui pol

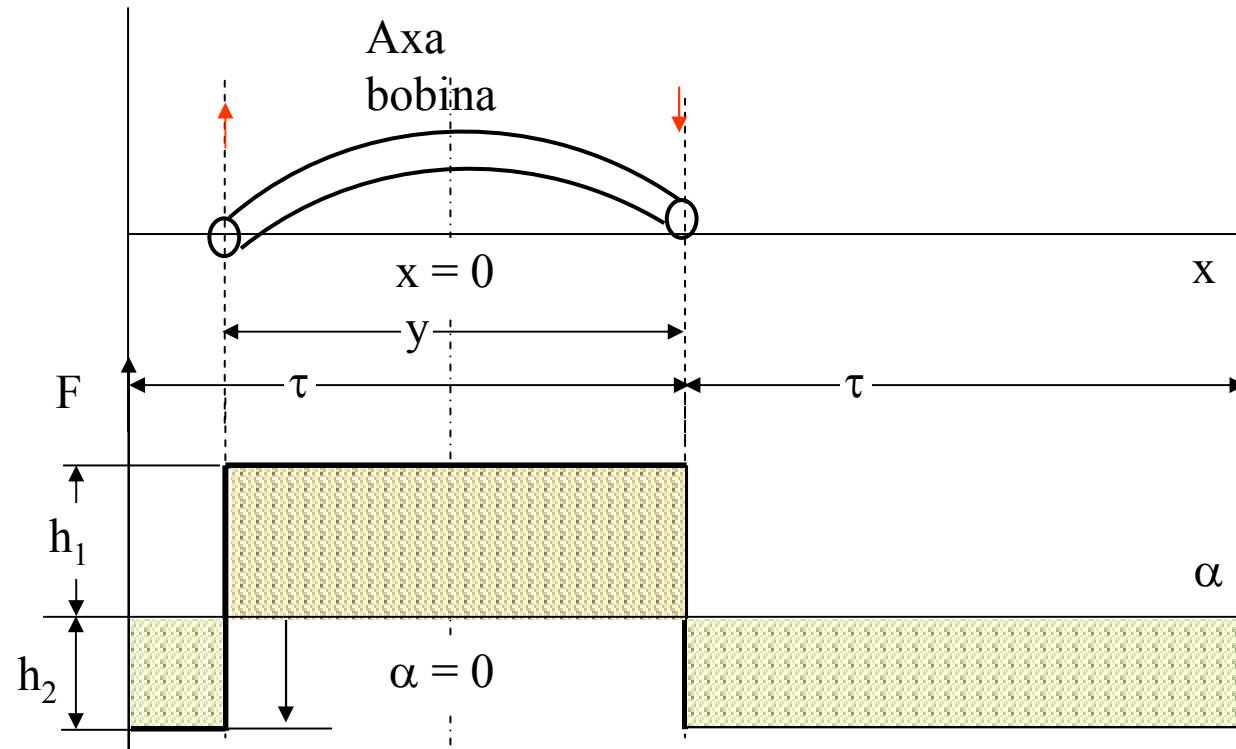


$$a \ll b_p$$

Solenația variază numai în dreptul zonelor cu conductoare parcurse de curenți.



# Solenaua produsă de o bobină



Unghi electric

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau} x$$

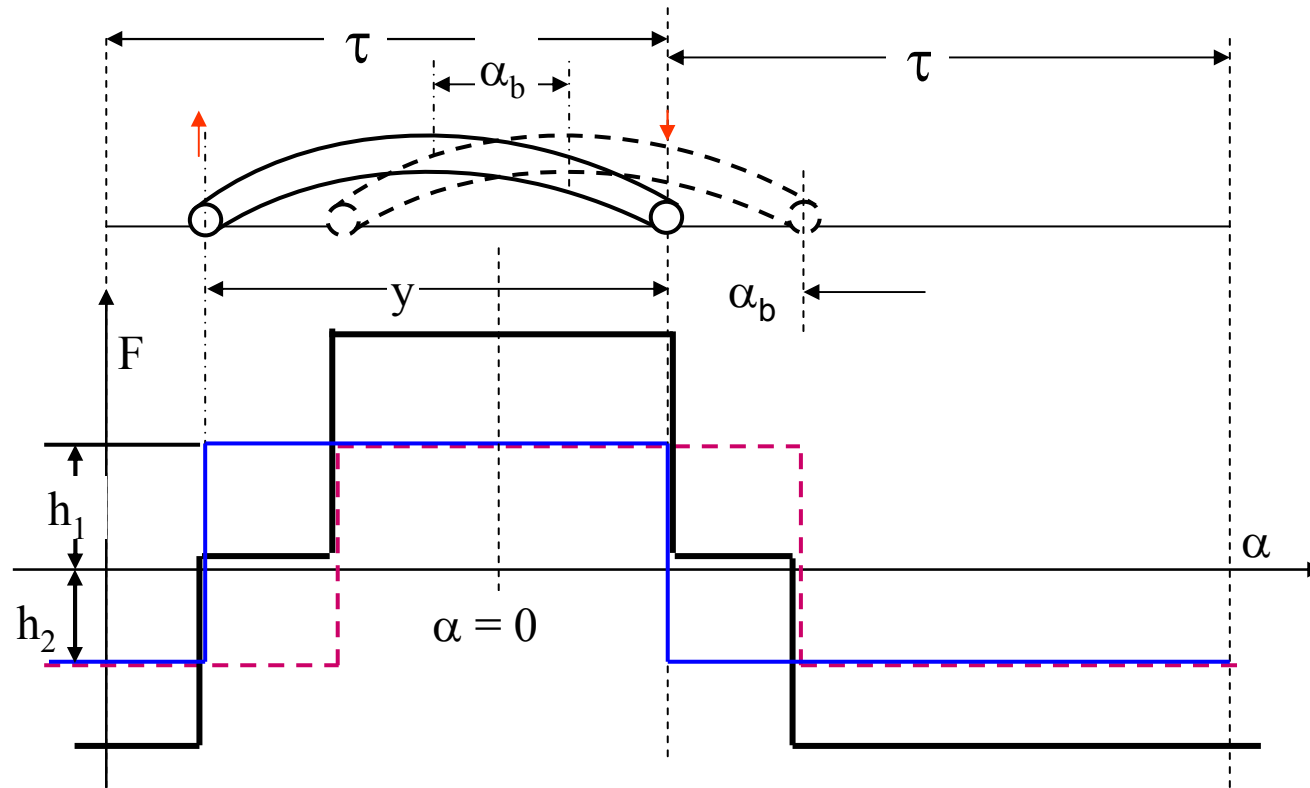
$$h_1 + h_2 = N_c \cdot i$$

$$h_1 \cdot y = h_2 \cdot (2 \cdot \tau - y)$$

$N_c$  numărul conductoarelor în latura de bobină

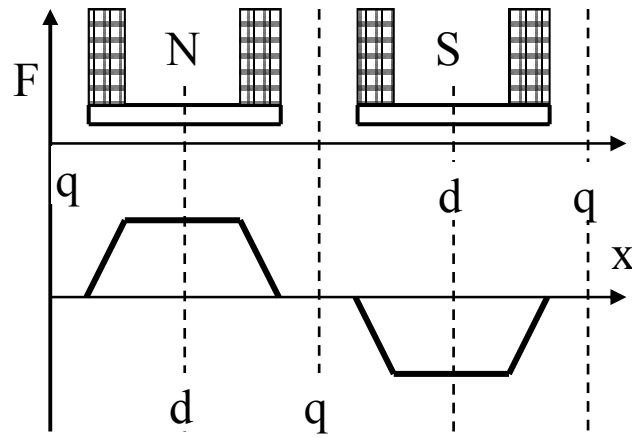
o bobină produce o solenație dreptunghiulară.

## Solenația produsă de o bobină repartizată

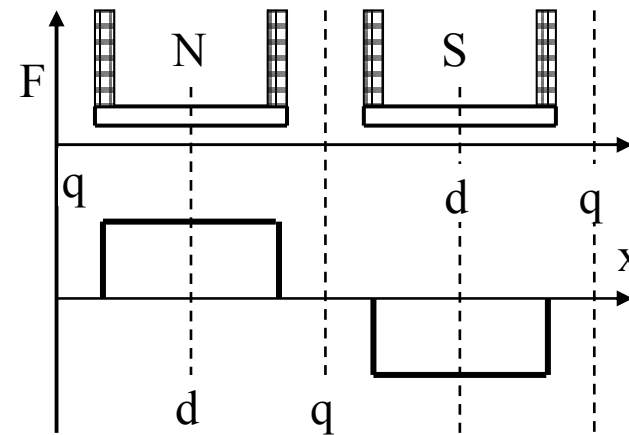


O bobină repartizată produce o solenație ce variază în trepte

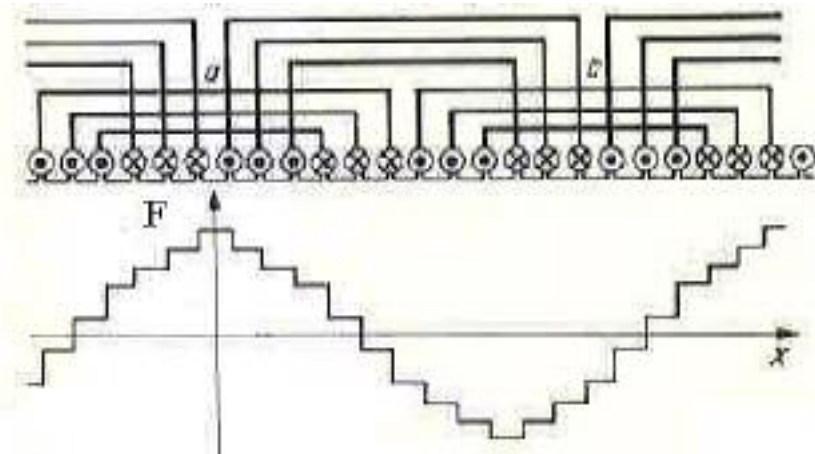
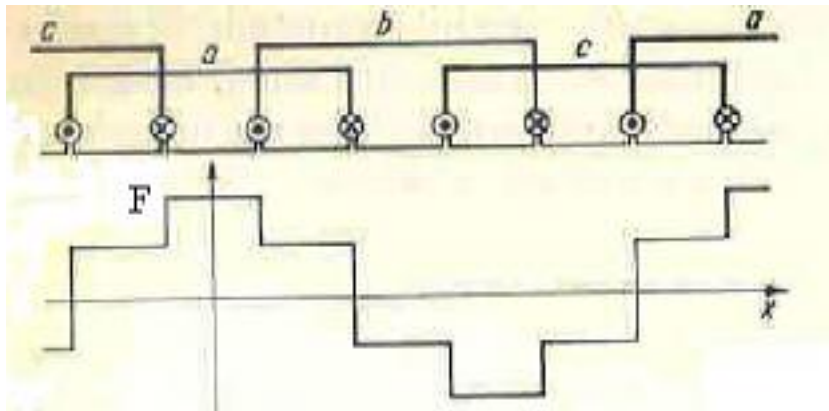
# Reprezentarea în spațiu a solenației. Tipuri de solenatii



trapezoidal



dreptunghiular



Trapezoidal in trepte

# Reprezentarea în spațiu a solenației

$x = 0$  axa bobinei

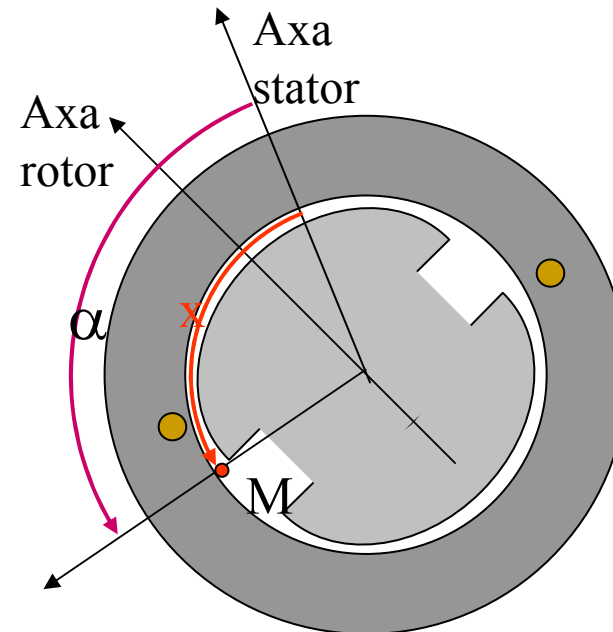
Cum se poate defini poziția punctului M față de bobina statorică ?

Prin distanța  $x$

Prin unghiul geometric  $\alpha_g$

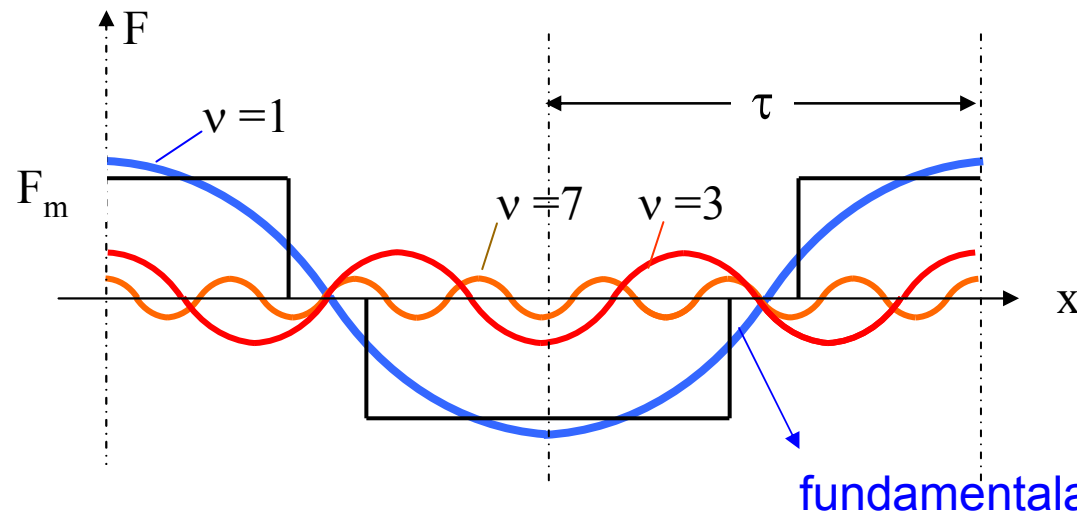
Prin unghi electric  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau} x$$



# Descompunerea solenației

Descompunerea solenației dreptunghiulare în solenații sinusoidale.



Solenația maximă :

$$F_m = N_c \cdot I_{\max}$$

Armonici spațiale

Expresia solenației

$$F = p \sum_{\nu=1}^n F_{\nu m} \cos \nu \frac{\pi}{\tau} x \frac{i}{I_{\max}};$$

Ordinul armonicilor spațiale

$$\nu = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$$

## Expresia analitică a solenației

Expresia solenației

$$F = p \sum_{\nu=1}^n F_{\nu m} \cos \nu \frac{\pi}{\tau} x \frac{i}{I_{\max}}; \quad \nu = 2k+1, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Expresia armonicilor spațiale a solenației de ordinul  $\nu$

$$F_{\nu} = F_{\nu m} \cos \frac{\pi}{\tau_{\nu}} x \frac{i}{I_{\max}};$$

Unde amplitudinea solenației armonice  $\nu$ :

$$\begin{aligned} F_{\nu m} &= (-1)^k \frac{4}{\pi} \frac{1}{\nu} \frac{w \cdot k_{b\nu}}{2 \cdot p} I_{\max} = \\ &= (-1)^k \frac{4}{\pi} \frac{k_{b\nu}}{\nu} \frac{F_m}{2 \cdot p} = (-1)^k \frac{2}{\pi} \frac{F_m}{p} \frac{k_{b\nu}}{\nu} \end{aligned}$$

**Direct proporțional** cu factorul de bobinaj **și invers proporțional** cu ordinul armonicilor

## Expresia analitică a armonicilor solenației

amplitudinea solenației armonice  $\nu$

$$F_{\nu m} = (-1)^k \frac{2}{\pi} \frac{F_m}{p} \frac{k_{b\nu}}{\nu}$$

Armonica fundamentală

$$F_{1m} = \frac{2}{\pi} \frac{F_m}{p} k_{b1}$$

Armonica de ordinul trei

$$F_{3m} = -\frac{2}{\pi} \frac{F_m}{p} \frac{k_{b3}}{3}$$

Armonica de ordinul cinci

$$F_{5m} = \frac{2}{\pi} \frac{F_m}{p} \frac{k_{b5}}{5}$$

Pasul polar

$$\tau_\nu = \frac{\tau}{\nu}$$

Numărul de perechi de poli

$$p_\nu = \nu \cdot p$$

## Factorul de bobinaj

Factorul de bobinaj al armonicii:

$$k_{bv} = k_{qv} \cdot k_{yv} \cdot k_{iv}$$

Factorul de zonă

$$k_{qv} = \frac{\sin\left(\nu \cdot q \cdot \frac{\alpha}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha}{2}\right)}$$

Factorul de înclinare

$$k_{iv} = \frac{\sin\left(\nu \cdot \frac{c}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\nu \cdot \frac{c}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}}$$

Factorul de scurtare

$$k_{yv} = \sin\left(\nu \cdot y_1 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

Numărul de spire efective :

$$w \cdot k_{bv}$$



## Reducerea armonicilor superioare

Prin alegerea lui :  $q$ ,  $y_1$ ,  $c$ ,  $k_{bv}$  devine zero sau foarte mic

*Prin alegerea corespunzătoare a tipului și formei înfășurării se poate realiza o tensiune magnetică cu un conținut mic de armonici deci cu repartizare spațială apropiată de o sinusoidă.*

Exemplu

Factorul de scurtare

$$k_{y\nu} = \sin\left(\nu \cdot y_1 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

dacă  $y_1 = \frac{\nu-1}{\nu} < 1$   $k_{y\nu} = \sin\left(\nu \cdot \frac{\nu-1}{\nu} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left((\nu-1)\frac{\pi}{2}\right) = \sin(k \cdot \pi) \equiv 0$

$$y_1 = \frac{6}{7} \quad k_{y7} = 0 \quad k_{b7} = 0 \quad F_{7m} = 0$$

## Influența înfășurării asupra forme solenației.

Înfășurare trifazată simetrică      Axele fazelor sunt decalate cu:  $\frac{2 \cdot \pi}{3}$

$$F_{3a} = F_{m3a} \cos 3 \cdot \alpha \frac{i_a}{I_{a \max}}$$

$$F_{3b} = F_{m3b} \cos 3 \cdot \left( \alpha + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{i_b}{I_{b \max}} = F_{m3b} \cos 3 \cdot \alpha \frac{i_b}{I_{b \max}}$$

$$F_{3c} = F_{m3c} \cos 3 \cdot \left( \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{i_c}{I_{c \max}} = F_{m3c} \cos 3 \cdot \alpha \frac{i_c}{I_{c \max}}$$

$$F_3 = -\frac{4}{\pi} \frac{k_{b3}}{3} \frac{w}{2 \cdot p} \frac{1}{I_{\max}} (i_a + i_b + i_c) \equiv 0$$

Înfășurarea trifazată simetrică conectată în stea **nu produce** solenație armonică spațială de ordinul trei .

## Solenația rezultantă

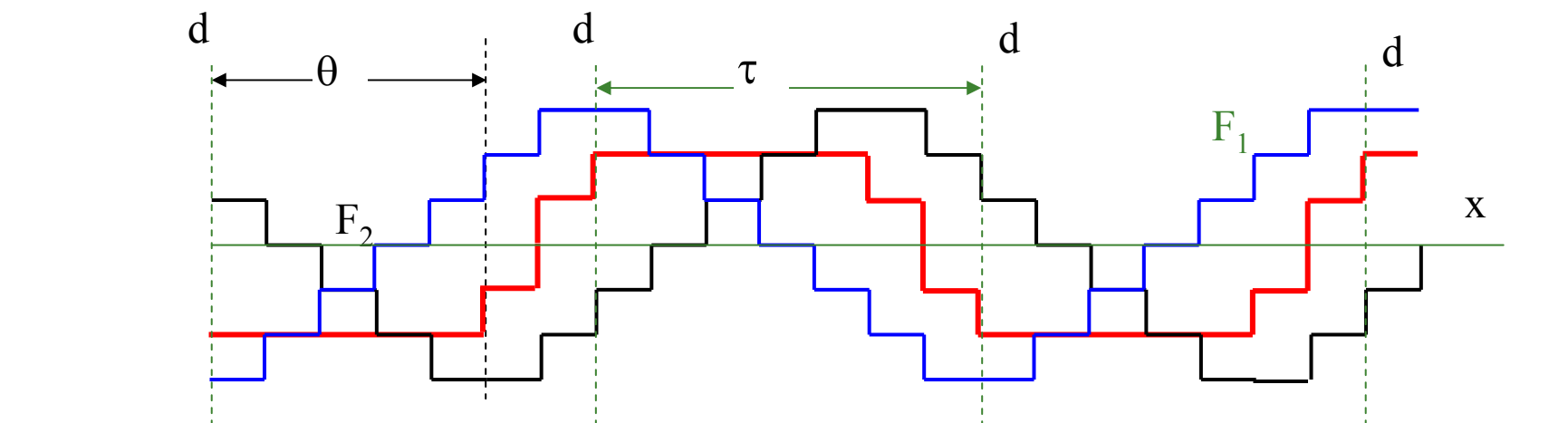
Însumarea solenațiilor. 2 cazuri

- **au aceeași formă**, la mașini cu întrefier constant;
- **au forme diferite**, la mașini cu poli aparenti.

Insumare grafică și analitică.

Însumarea grafică a solenațiilor la mașini cu întrefier constant

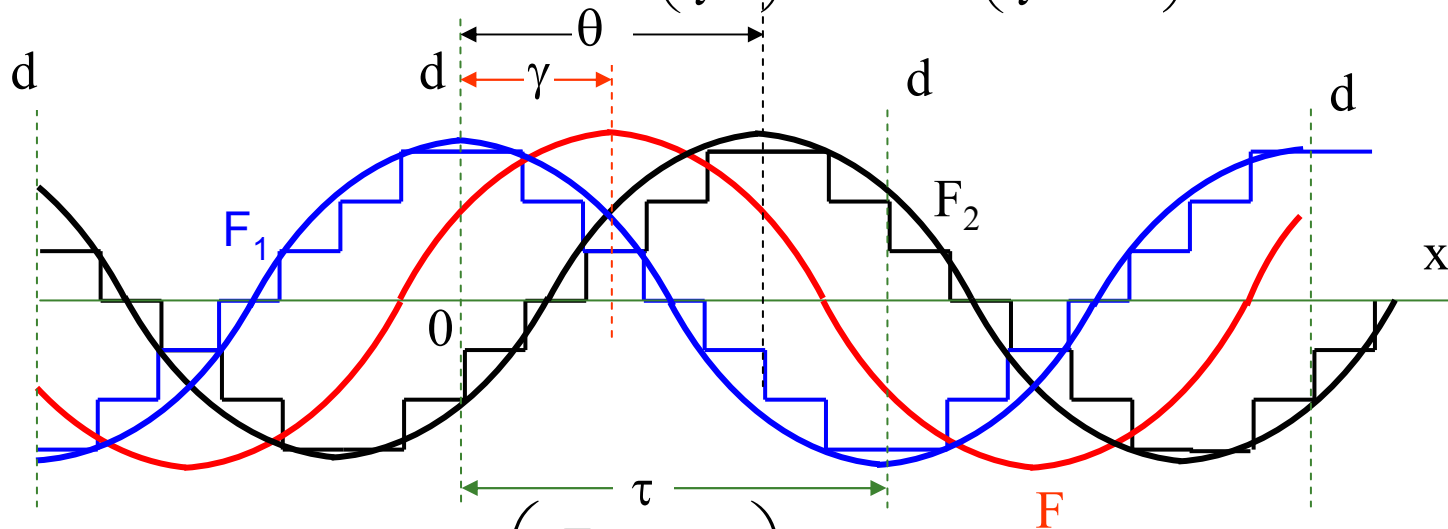
Două solenații decalate în spațiu cu unghiul  $\theta$



# Însumarea analitică a solenațiilor la mașini cu întrefier constant

Se descompun solenațiile în armonici sinusoidale. Dacă se consideră numai fundamentala :

$$F = F_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) + F_2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x + \theta\right)$$



$$F = F_m \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x + \gamma\right)$$

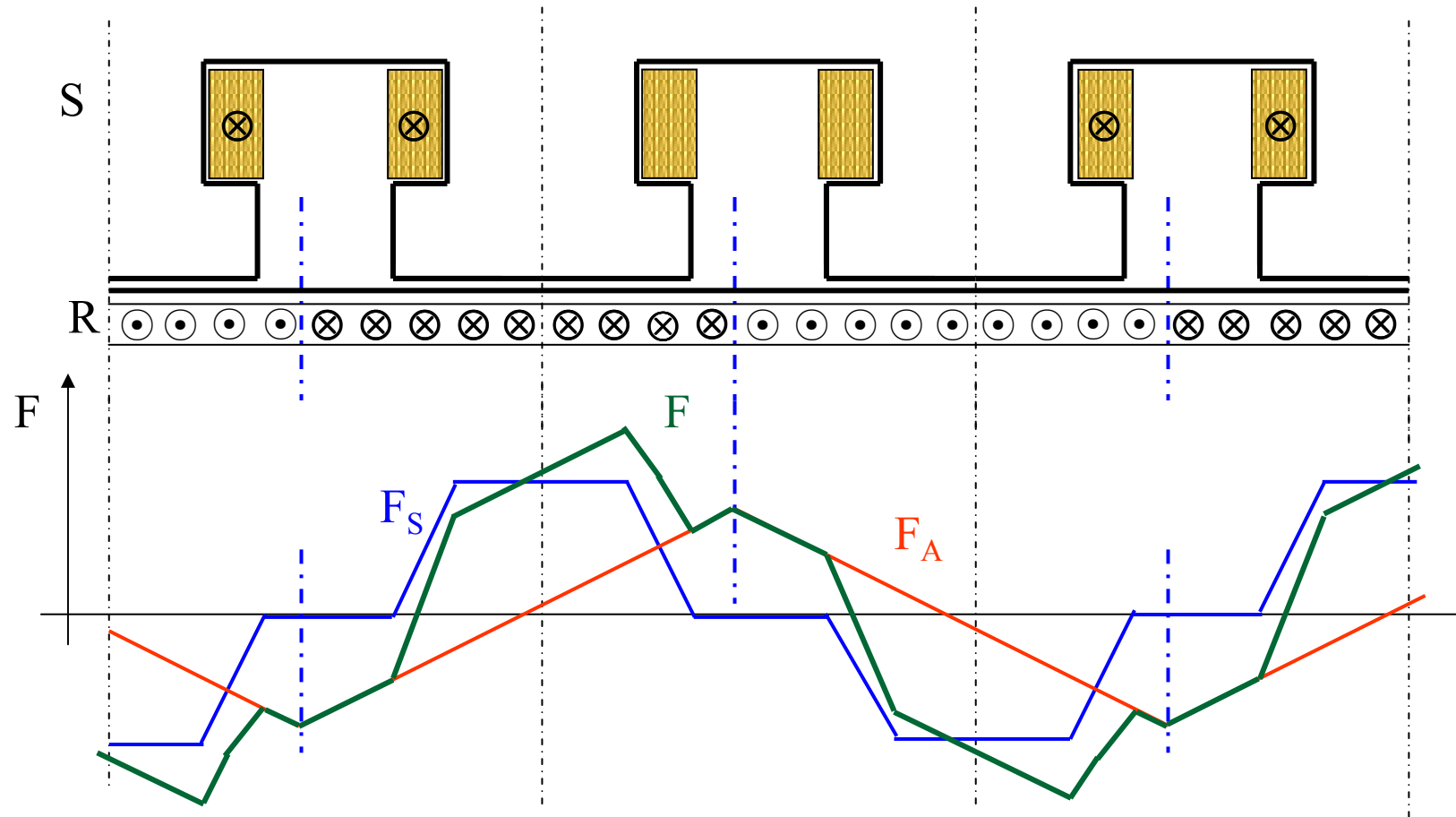
Unghiul de decalaj față de  $F_1$

amplitudinea

$$F_m = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\theta)} \quad \text{tg}(\gamma) = \frac{F_2 \cdot \sin(\theta)}{F_1 + F_2 \cdot \cos(\theta)}$$

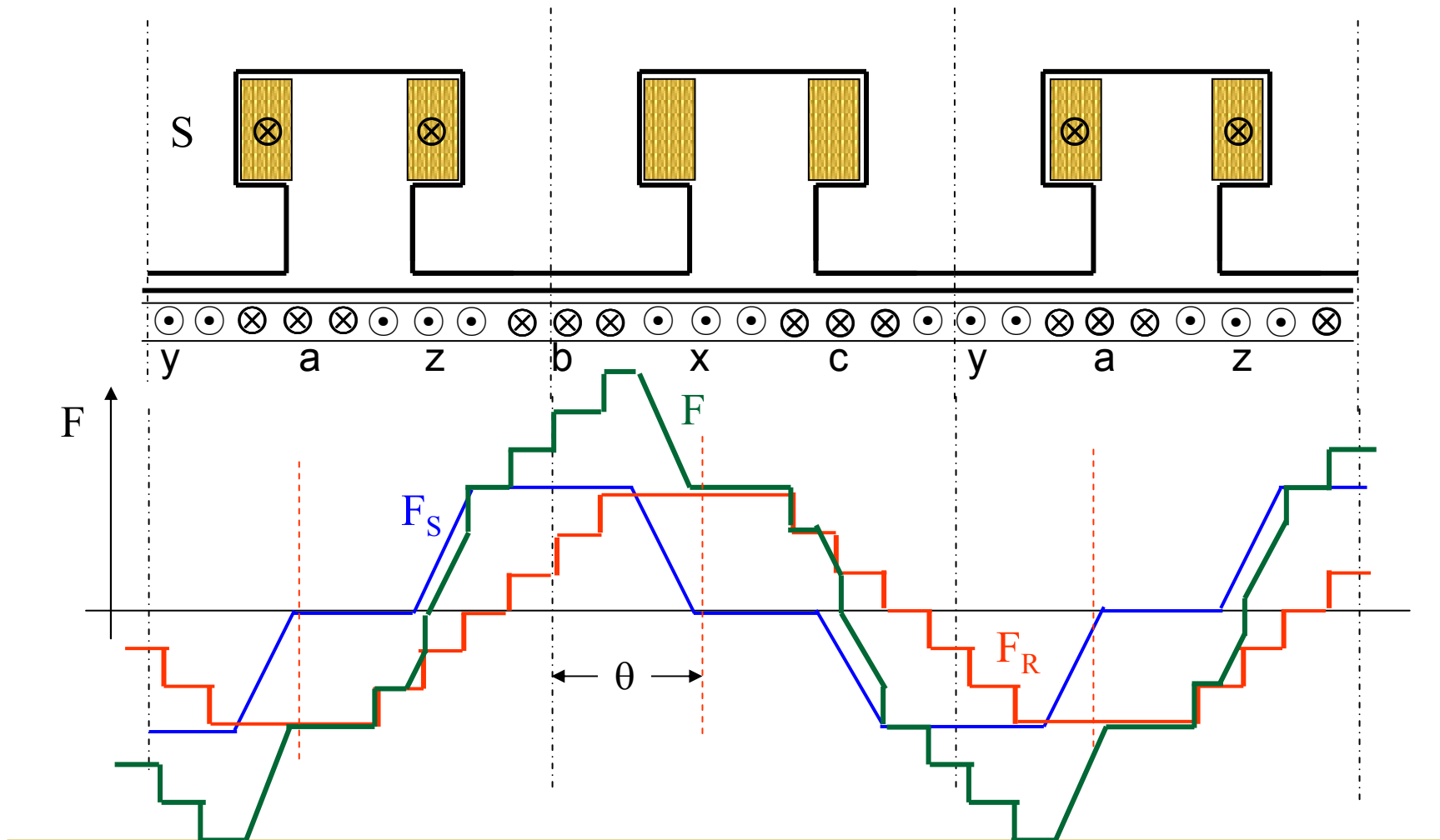
# Însumarea grafică a solenațiilor. Forme diferite

Pentru o mașină cu poli aparenti și înfășurare închisă pe rotor



# Însumarea grafică a solenațiilor

Pentru o mașină cu poli aparenti și înfășurare trifazată pe rotor



---

# Însumarea grafică a solenațiilor

Concluzii.

Dacă solenațiile au aceeași formă.

Solenația rezultantă are aceeași formă

Dacă solenațiile au forme diferite

Solenația rezultantă are forma diferită ce depinde de decalajul dintre ele.

**Neajunsuri**

Această nu permite studiul fenomenelor

Este necesară efectuarea unor simplificări

**Soluții**

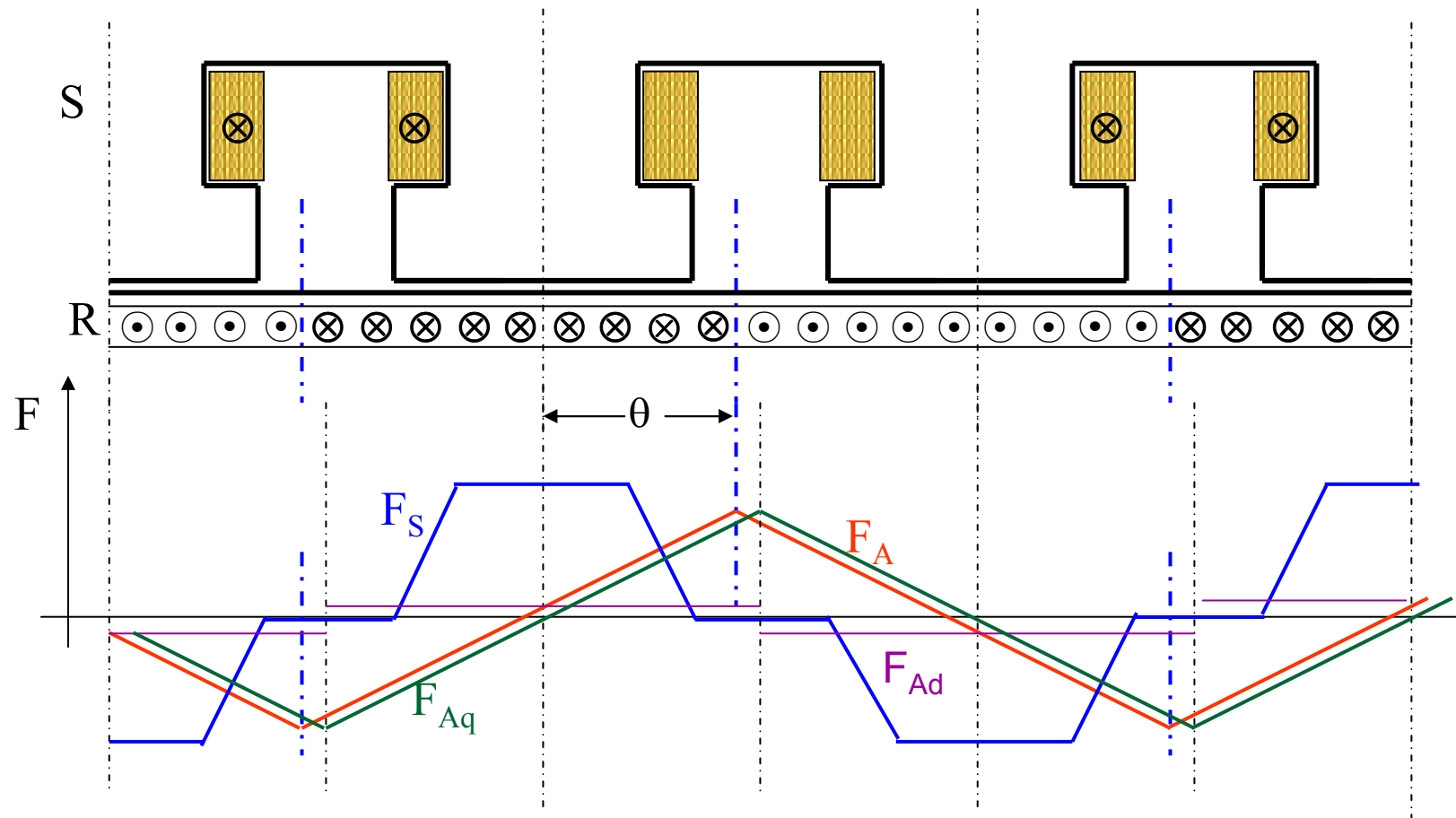
Se descompune solenatiile după două axe

Se consideră armonicile fundamentale ale solenatiilor

---

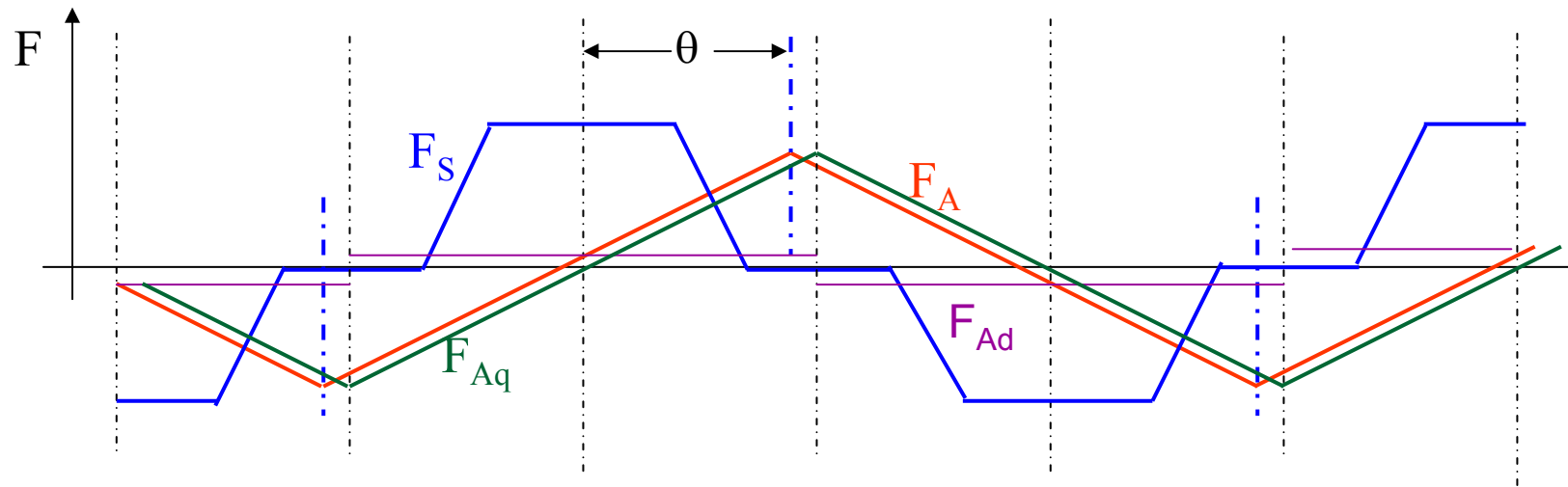
# Însumarea grafică a solenațiilor.

Se descompune solenatia de reactie





## Componentele solenatiei de reactie



$$F_{Ad} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{m}{2} \frac{F_A}{2p} k_d \cdot \cos \theta ;$$

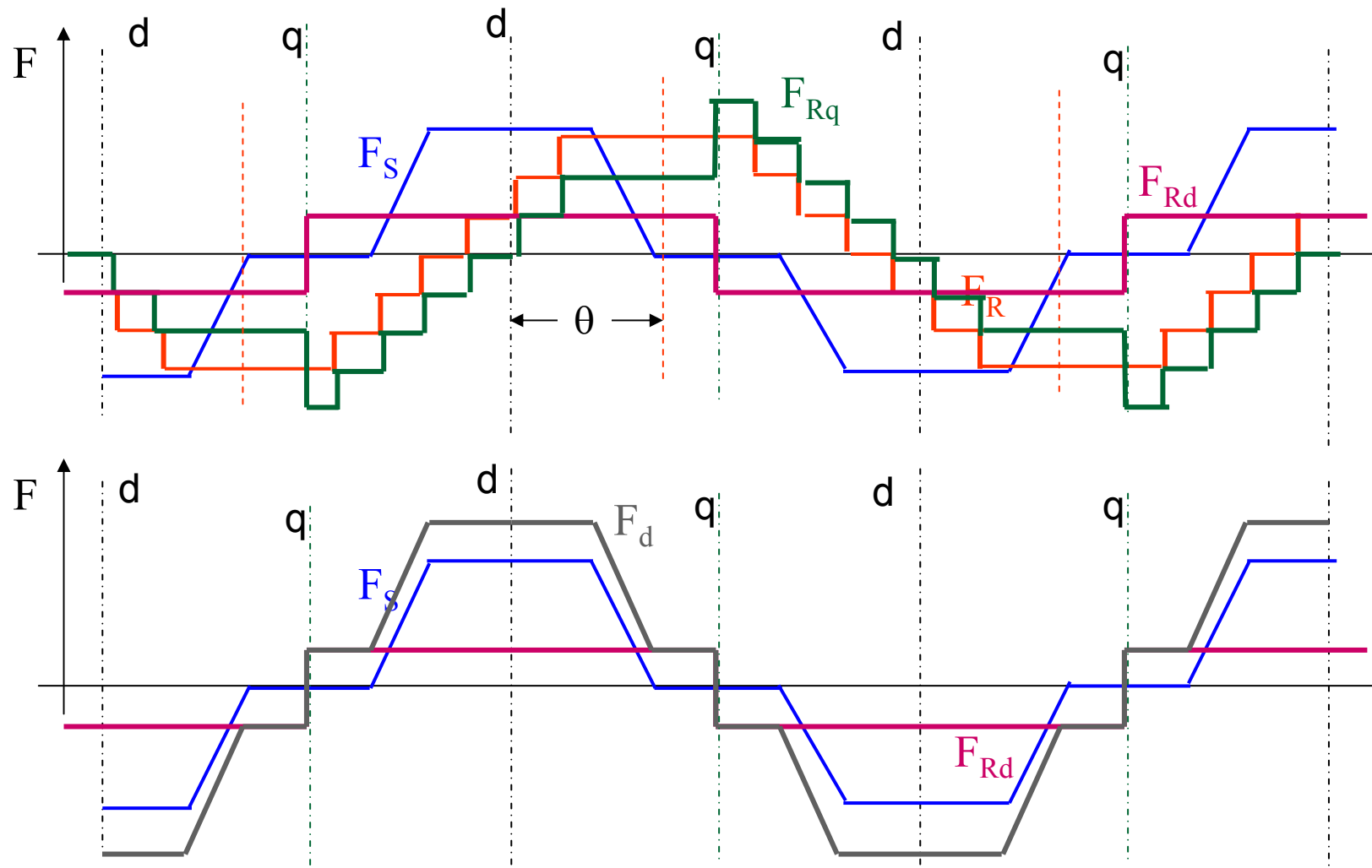
$$F_{Aq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{m}{2} \frac{F_A}{2p} k_q \cdot \sin \theta$$

$$K_d = \frac{\alpha_i \cdot \pi + \sin(\alpha_i \cdot \pi)}{\pi} ;$$

$$\alpha_i = \frac{b_{tp}}{\tau}$$

$$K_q = \frac{\alpha_i \cdot \pi - \sin(\alpha_i \cdot \pi) + \frac{2}{3} \cos\left(\alpha_i \frac{\pi}{2}\right)}{\pi}$$

# Componentele solenatiei de reactie



---

## Componentele solenației de reacție

Concluzii :

Componenta **longitudinală** a solenației de reacție variază dreptunghiular

**Nu modifică forma** solenației inductoare ci **numai valoarea**

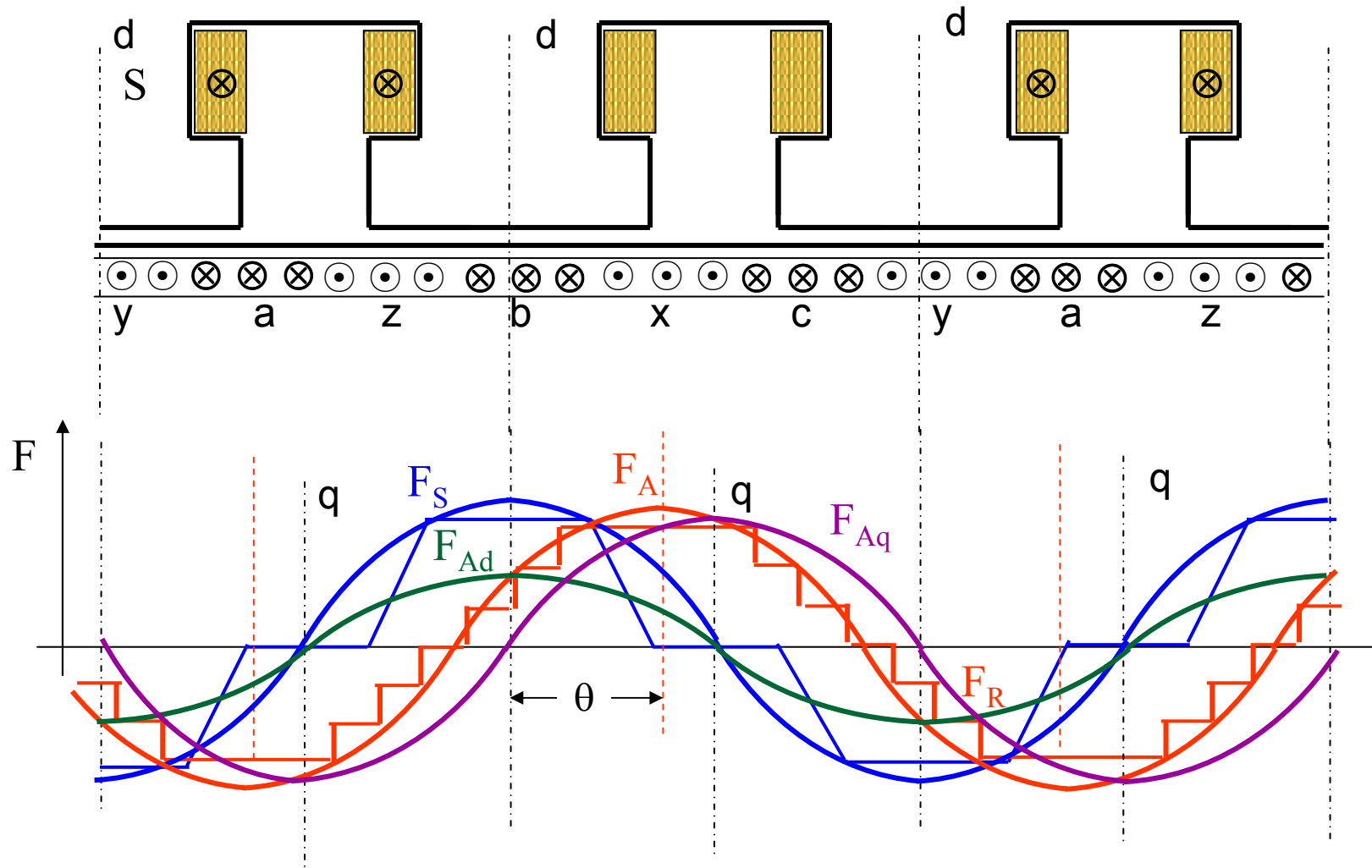
Componenta **transversală** a solenației de reacție își păstrează forma de variație

**Deformează** solenația rezultantă sub talpa polului

---

# Însumarea grafică a solenațiilor

Considerând armonicile fundamentale



## Descompunerea solenației

Solenația rezultantă se calculează separat pentru cele două axe

Se adună solenația **inductoare** cu solenația de **reacție longitudinală** de reacție

$$F_d = F_S + F_{Ad}$$

$$F_d = \frac{m_S}{2} w_S \cdot I_S \cdot k_{bS} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_A}{2} w_A \cdot I_A \cdot k_{bA} \cdot k_d \cdot \cos \theta$$

Pe axa transversală este numai solenația de **reacție transversală**

$$F_q = F_{Aq}$$

$$F_q = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_A}{2} w_A \cdot I_A \cdot k_{bA} \cdot k_q \cdot \sin \theta$$

---

## Relația solenație-câmp

Relația solenație-câmp :

$$B_{\delta} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \delta_c} F_p$$

$B_{\delta}$  - inducția în întrefier,

$F_p$  - solenația unei perechi de poli,

$\delta_c$  - întrefier de calcul.

$$\delta_c = \delta \cdot k_s \cdot k_C$$

$\delta$  - întrefier real,

$k_s$  - factor de saturație,

$k_C$  - factorul lui Carter,

---

## Întrefierul de calcul

$$\delta_c = \delta \cdot k_s \cdot k_C$$

$\delta$  - întrefier real,

$k_s$  - factor de saturație,

$k_C$  - factorul lui Carter, dependent de:

- deschiderea creștăturii,  $b_0$
- pasul dentar,  $\tau_d$  și
- întrefierul real,  $\delta$ .

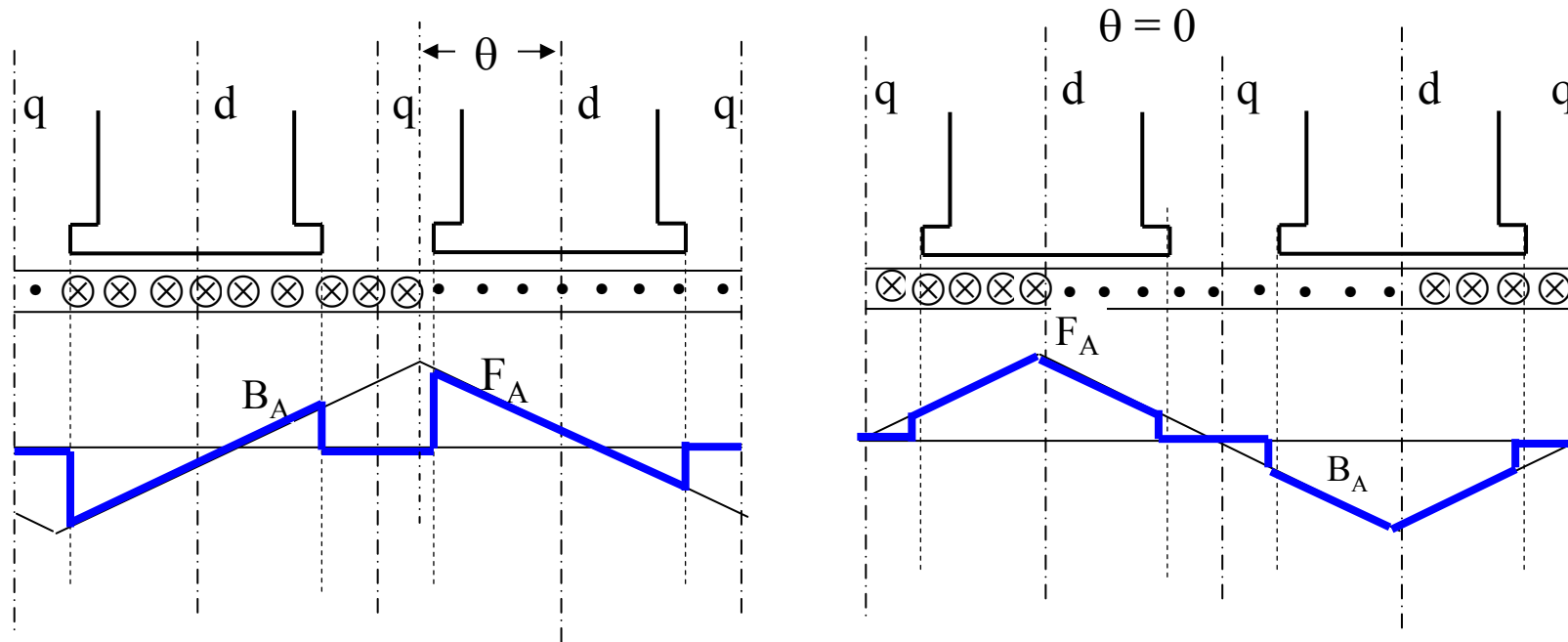
$$k_s = \frac{F_p}{F_\delta}$$

$$K_{ci} = \frac{\tau_{di}}{\tau_{di} - \gamma_i \delta} \quad \gamma = \frac{\left(\frac{b_0}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_0}{\delta}}$$

Se calculează pentru  
ambele armături

$$K_c = K_{cS} K_{cR}$$

# Câmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil

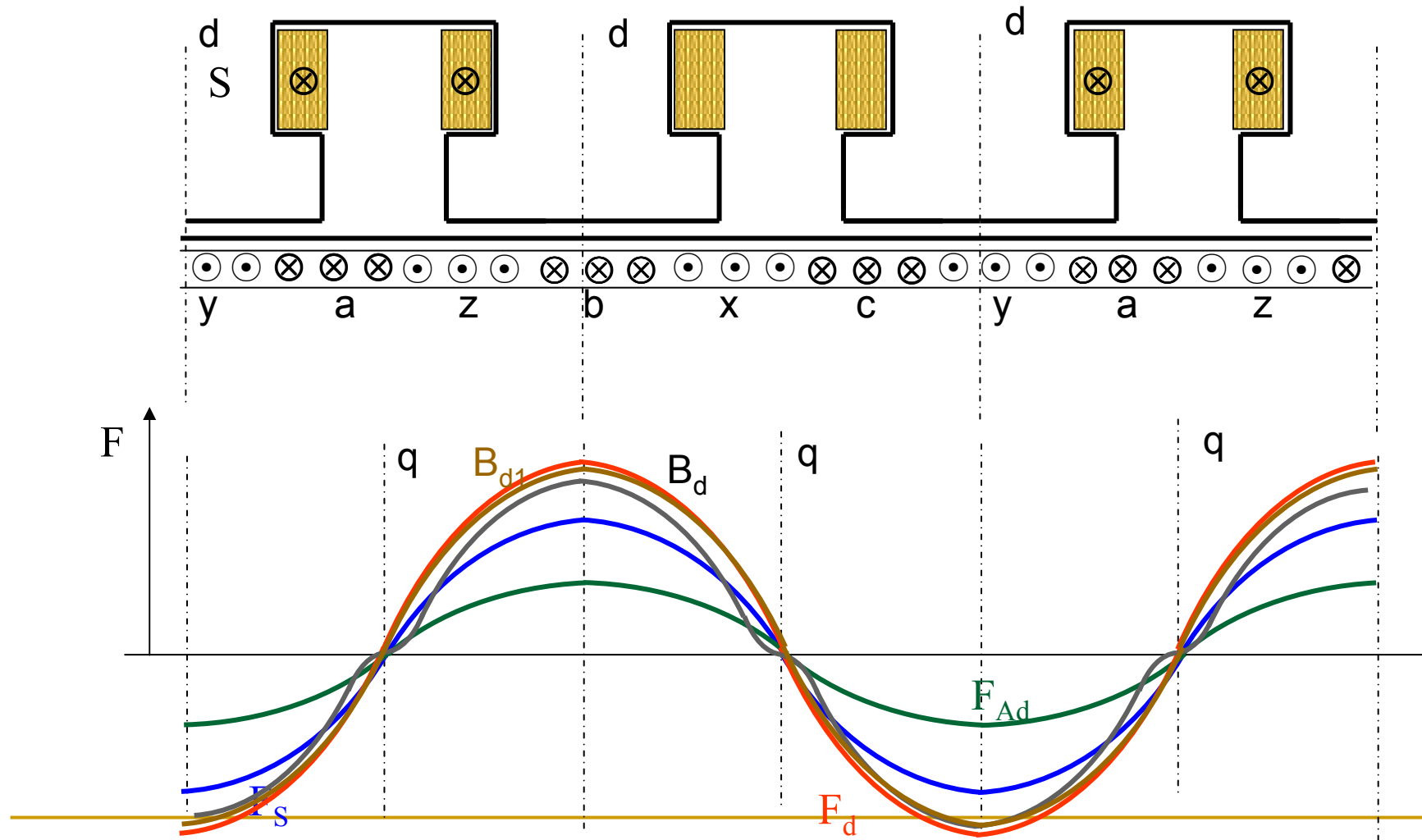


$$B_{\delta} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \delta_c} F_p$$



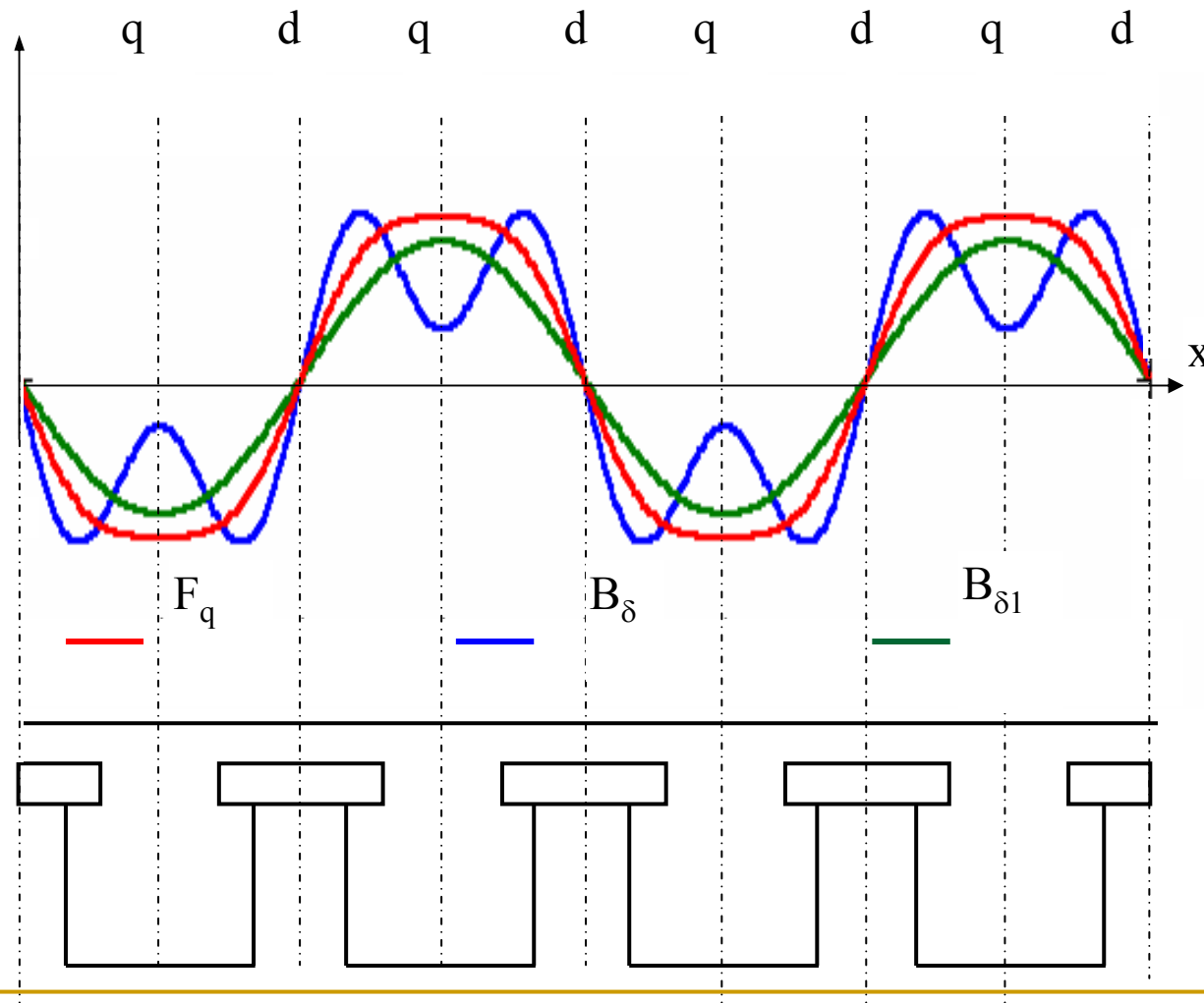
# Câmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil

Câmpul magnetic al solenației longitudinale



# Câmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil

Câmpul magnetic al solenației transversale



---

## Câmpul magnetic rezultat

Câmpul magnetic este determinat de solenația rezultantă.

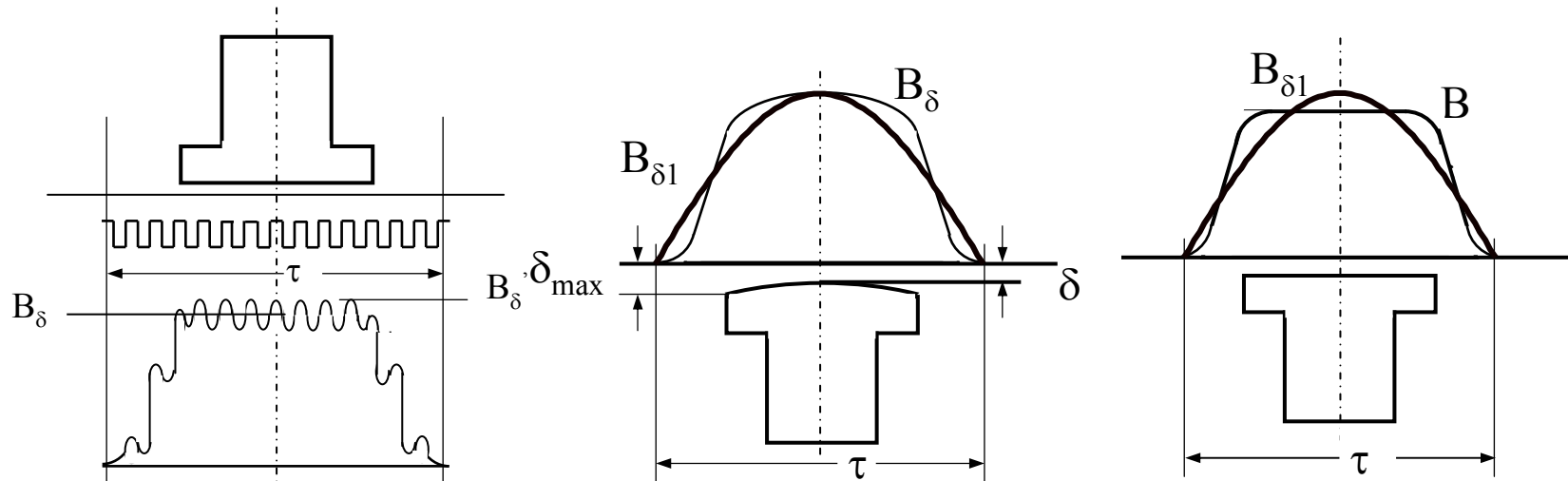
- ✓ Dacă **întrefierul este constant**, atunci forma de variație a inducției magnetice de-a lungul întrefierului coincide cu forma tensiunii magnetice rezultante.
- ✓ Dacă **întrefierul este variabil**, atunci forma de variație a inducției magnetice poate diferi de forma de variație a tensiunii magnetice rezultante

$$B = B_{dm} \cos \frac{\pi}{\tau} x + B_{qm} \sin \frac{\pi}{\tau} x$$

unde  $B_{dm}$  și  $B_{qm}$  sunt valorile maxime ale inducției pe axa polului respectiv pe axa neutră a mașinii; fiind determinate de  $F_d$ , respectiv de  $F_q$ .

---

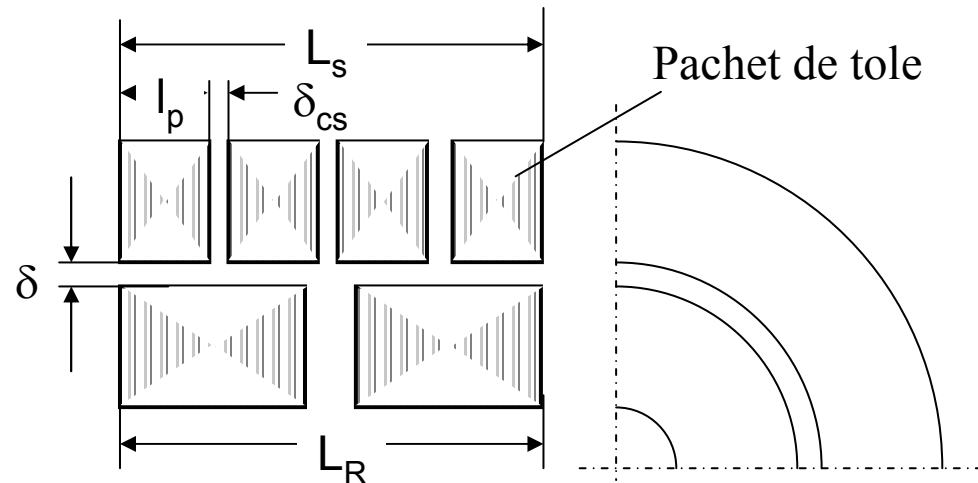
# Modificarea variației inducției din cauza creștăturilor și a pachetelor de tole.



Armonici dentare

$$v_d = \frac{N_{cr}}{p}$$

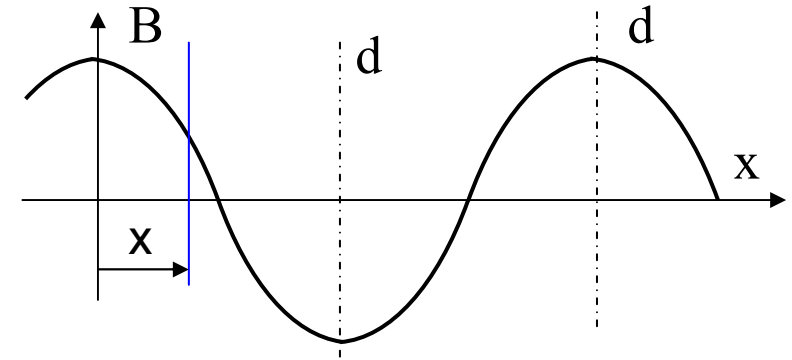
$N_{cr}$  număr de creștături



# Tipuri de câmpuri magnetice

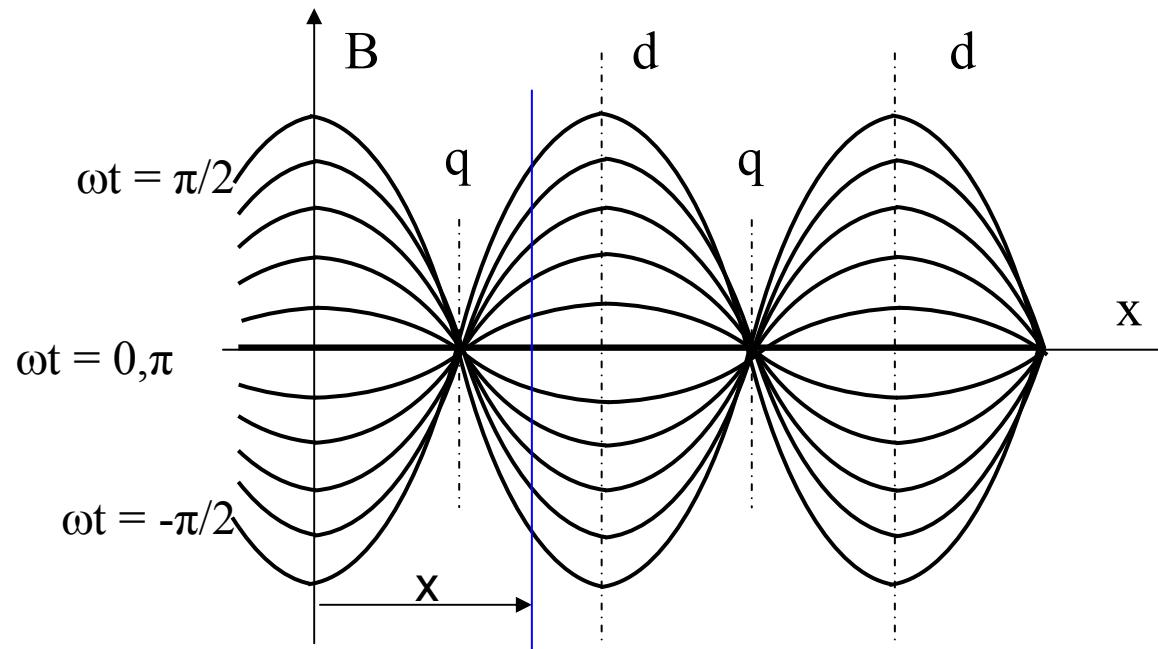
Câmp **constant**

$$B = B_m \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x$$

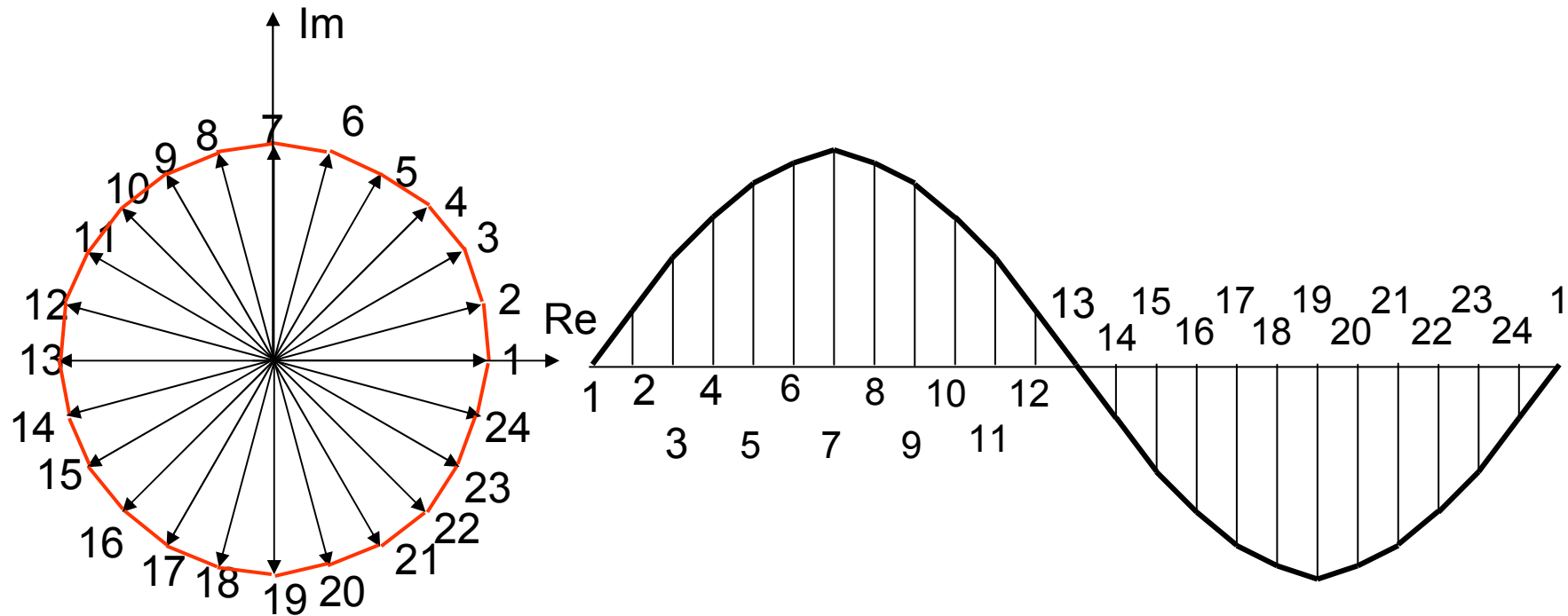


Câmp **pulsator**

$$B = B_m \cdot \cos \left( \frac{\pi}{\tau} x \right) \cdot \sin \omega_s t$$

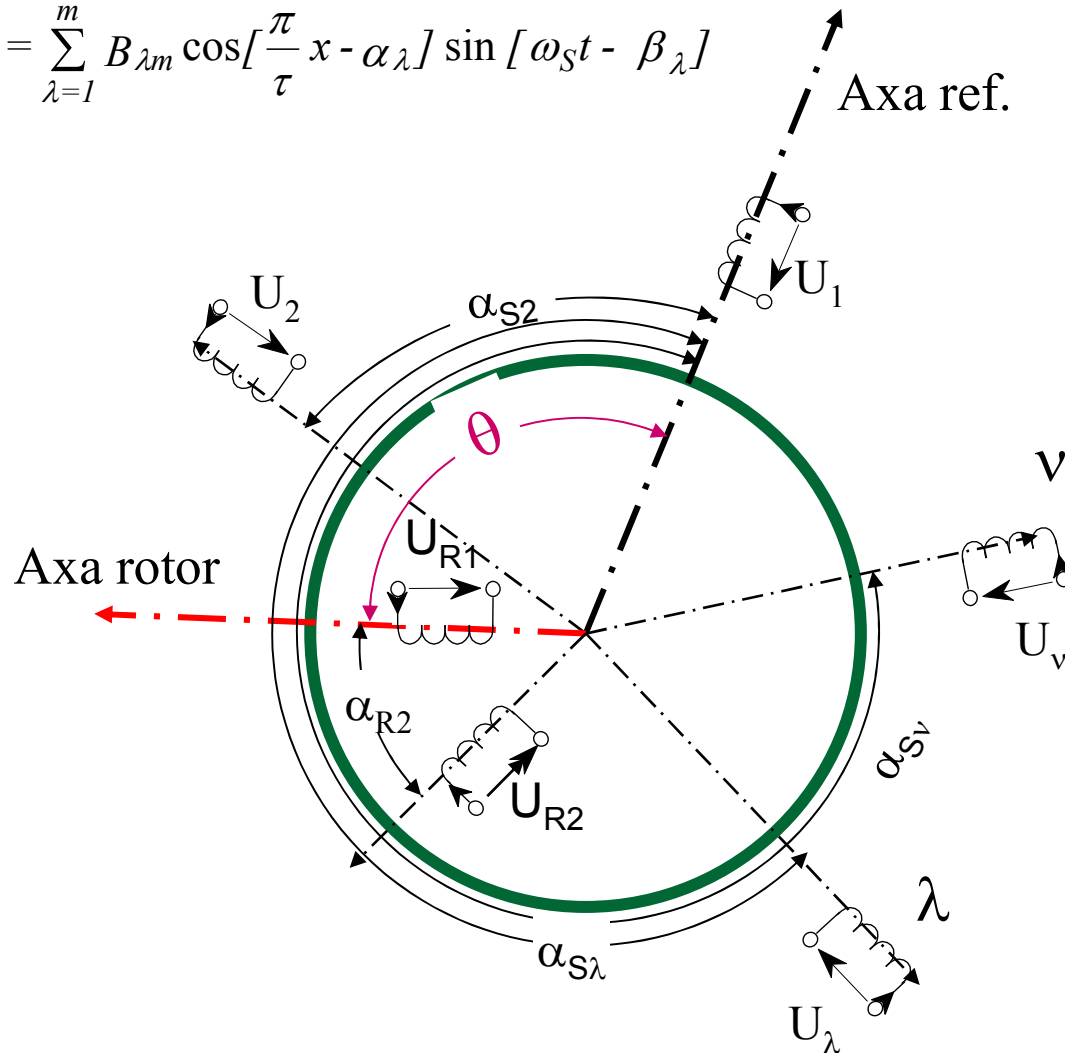


# Reprezentarea mărimilor sinusoidale.



# Producerea câmpului învârtitor pe cale electrică

$$B = \sum_{\lambda=1}^m B_{\lambda m} \cos\left[\frac{\pi}{\tau} x - \alpha_{\lambda}\right] \sin[\omega_s t - \beta_{\lambda}]$$



Înfășurări simetrice

Unghiul dintre două înfășurări consecutive

În stator  $\alpha_S = \frac{2\pi}{m_S}$

În rotor  $\alpha_R = \frac{2\pi}{m_R}$

Unghiul dintre două înfășurări oarecare

$$(\nu - \lambda) \frac{2\pi}{m_S}$$

## Câmp învârtitor

Dacă: înfășurările sunt simetrice;

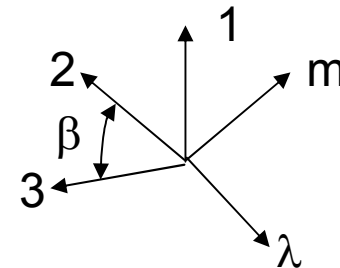
$$(\lambda - 1)\alpha_S = \alpha_\lambda \quad ; \quad w_1 k_{b1} = w_2 k_{b2} = \dots = w_\lambda k_{b\lambda}$$

și sistemul de curenți este simetric;

$$B_{1m} = B_{2m} = \dots = B_{\lambda m} \quad ; \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_\lambda$$

$$B = \sum_{\lambda=1}^m B_{\lambda m} \cos\left[\frac{\pi}{\tau} x - (\lambda - 1)\alpha_S\right] \sin\left[\omega_S t - (\lambda - 1)\beta_S\right]$$

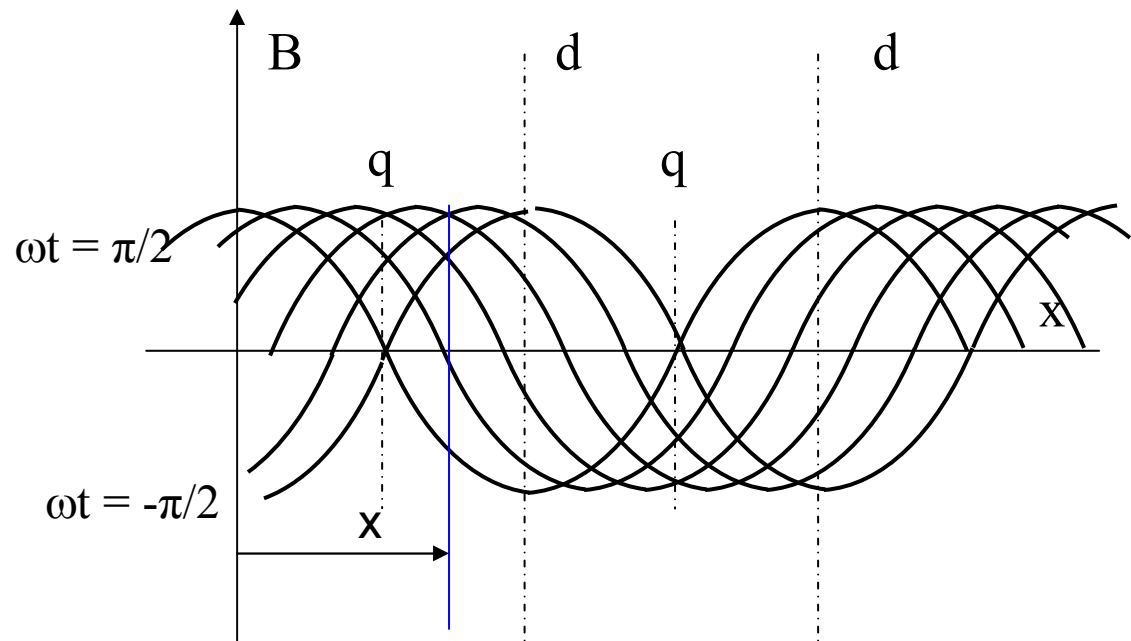
$$B = \frac{m}{2} B_{\lambda m} \cdot \sin\left[\omega_S t - \frac{\pi}{\tau} x\right]$$





## Câmp invârtitor

$$B = \frac{m}{2} B_{\lambda m} \cdot \sin \left[ \omega_S t - \frac{\pi}{\tau} x \right]$$





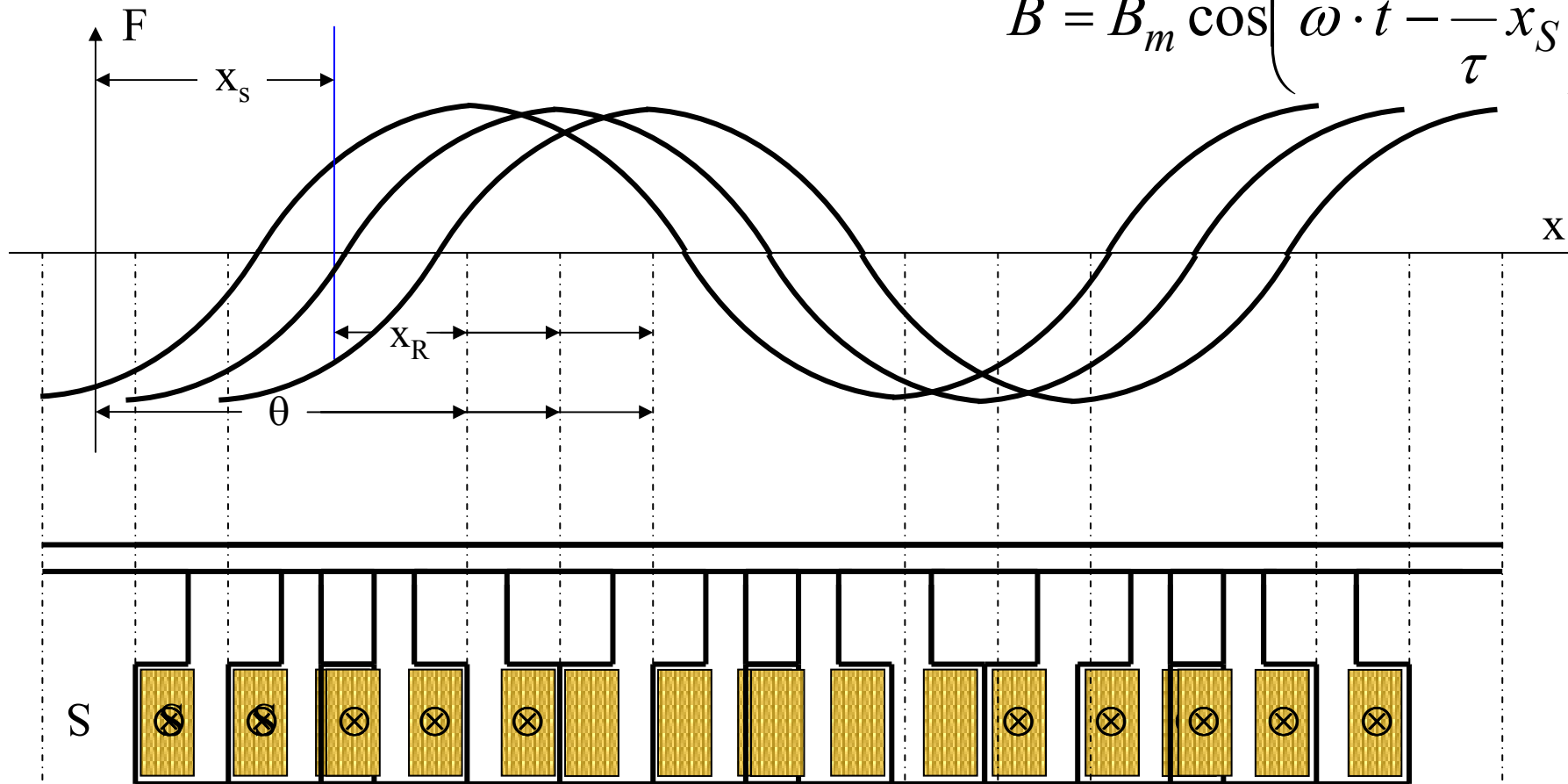
# Producerea câmpului învârtitor pe cale mecanică

$$B = B_m \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x_R$$

$$x_R = \theta \frac{\tau}{\pi} - x_S$$

$$\theta = \omega \cdot t$$

$$B = B_m \cos \left( \omega \cdot t - \frac{\pi}{\tau} x_S \right)$$



## Proprietățile câmpului învârtitor.

- **amplitudinea câmpului** este constantă
  - reprezintă  $m/2$  din amplitudinea câmpului magnetic produs de o înfășurare monofazată.
  - Reprezintă amplitudinea câmpului constant
- **viteza de deplasare**  $v$ , viteza unghiulară de rotație  $\Omega$  sau viteza de rotație  $n$  este:
  - în funcție de pulsația  $\omega$  a curenților și de numărul de perechi de poli  $p$  ai mașinii.

$$V = \frac{\tau}{\pi} \omega_S = 2 \cdot \tau \cdot f_S = \frac{\pi \cdot D}{p} f_S \quad [m/s]$$

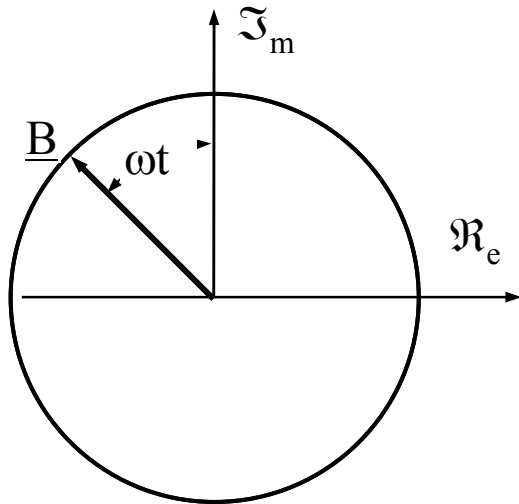
$$n = \frac{V}{\pi \cdot D} = \frac{f_S}{p} \quad [r/s] \quad \Omega = 2 \cdot \pi \cdot n = \frac{\omega_S}{p} \quad [r/s]$$

- Este viteza de antrenare

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n = \frac{\omega}{p} \quad [r/s]$$

# Câmp învârtitor circular

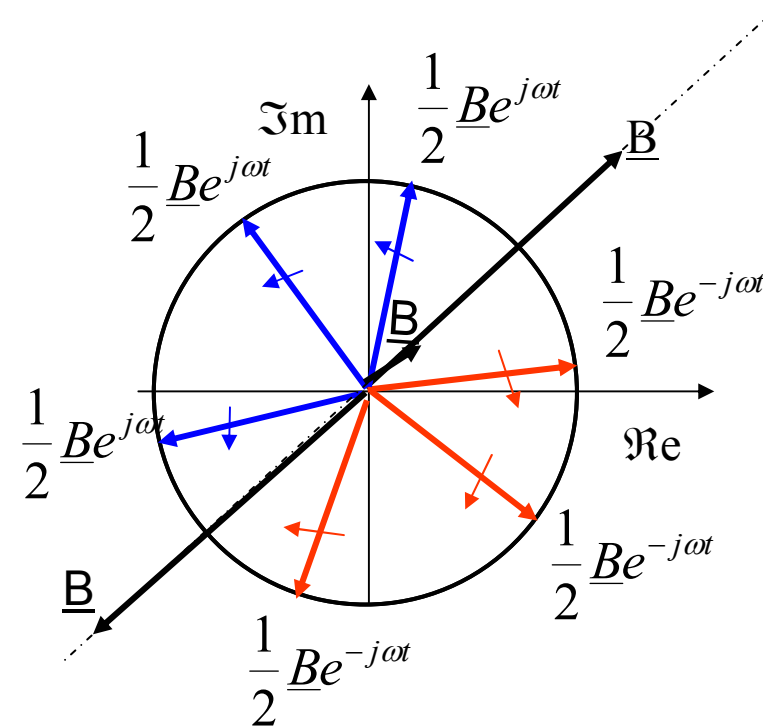
## Câmp învârtitor circular



$$\underline{B} = \frac{m}{2} B_m e^{j\omega t}$$

$$B_v = B_{vm} \cos v \frac{\pi}{\tau} x = B_{vm} \cos v \left( \frac{\pi}{\tau} x - p\Omega t \right)$$

## Compunerea și descompunerea câmpurilor



Câmp pulsator

Un câmp pulsator este echivalent cu două câmpuri învârtitoare de amplitudini egale și care se rotesc în sensuri opuse cu viteze egale.

## Compunerea a două câmpuri pulsatorii.

$$\underline{B}_1 = B_{1m} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\underline{B}_2 = B_{2m} \cdot e^{j\gamma} \cdot \sin(\omega \cdot t - \beta)$$

$$\underline{B} = \frac{1}{2j} (B_{1m} + B_{2m} e^{j(\gamma-\beta)}) e^{-j\omega t} - \frac{1}{2j} (B_{1m} + B_{2m} e^{j(\gamma+\beta)}) e^{j\omega t}$$

$$\underline{B}_d = -j \frac{1}{2} (B_{1m} + B_{2m} e^{j(\gamma-\beta)})$$

$$\underline{B} = \underline{B}_d e^{j\omega t} + \underline{B}_i e^{-j\omega t}$$

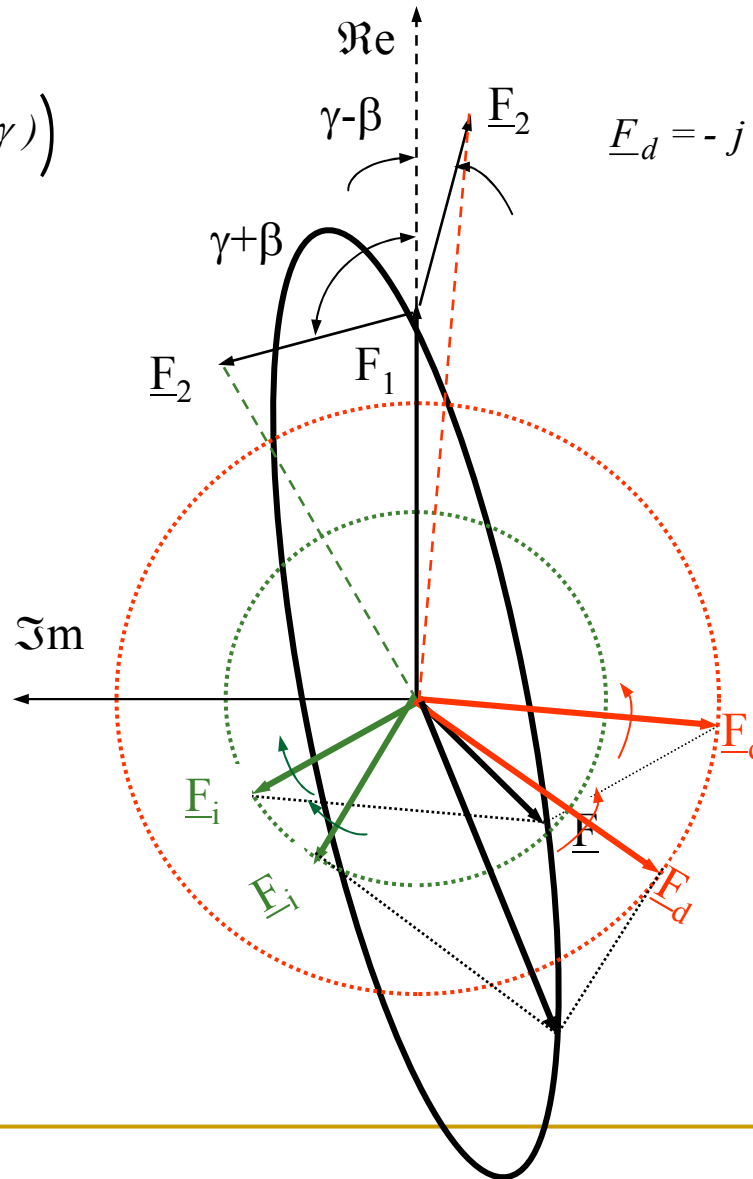
$$\underline{B}_i = j \frac{1}{2} (B_{1m} + B_{2m} e^{j(\beta+\gamma)})$$

Rezultă câmpul format din două câmpuri învârtitoare de amplitudini diferite, care se rotesc în sensuri opuse cu viteze egale și care dau un **câmp învârtitor eliptic**.

## Compunerea a două câmpuri pulsatorii.

$$\underline{E}_i = j \frac{1}{2} (F_{1m} + F_{2m} e^{j(\beta+\gamma)})$$

$$\underline{E}_d = -j \frac{1}{2} (F_{1m} + F_{2m} e^{j(\gamma-\beta)})$$





## Câmpul magnetic al armonicilor superioare

$$B_v = B_{vm} \cdot \cos\left(v \frac{\pi}{\tau} x\right) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Câmp pulsator

Pasul polar al armonicilor  $\tau_v = \frac{\tau}{v}$  sau  $\frac{\pi}{v}$  rad. electric

Produs electric

$$B_v = \frac{m}{2} B_{vm} \cdot \sin\left[\omega \cdot t - v \frac{\pi}{\tau} x\right]$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega_v = \pm \frac{1}{v} \omega_1$$

Armonicile se rotesc cu viteze diferite

Produs mecanic

$$B_v = B_{vm} \cos v \left( \frac{\pi}{\tau} x - p \cdot \Omega \cdot t \right)$$

$$\omega_v = \omega_1 = p \cdot \Omega$$

Toate armonicile se rotesc cu aceeași viteză

## Câmpul magnetic al armonicilor superioare

*Dacă  $\nu$  este ordinul armonicii spatiale al câmpului unei faze, atunci câmpul magnetic rezultat în funcție de ordinul armonicii este:*

*dacă:  $\nu = 2mk \pm 1$  câmpul este **învîrtitor**, viteza de deplasare a câmpului este:*

$$V_{\nu}^{\mu} = \pm \frac{\mu}{\nu} 2 \cdot \tau \cdot f$$

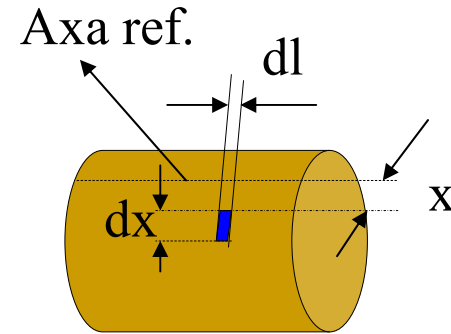
*$\mu$  este ordinul armonicii temporale*

*dacă  $\nu = k \cdot m$  câmpul rezultat este nul.*

# Fluxul util

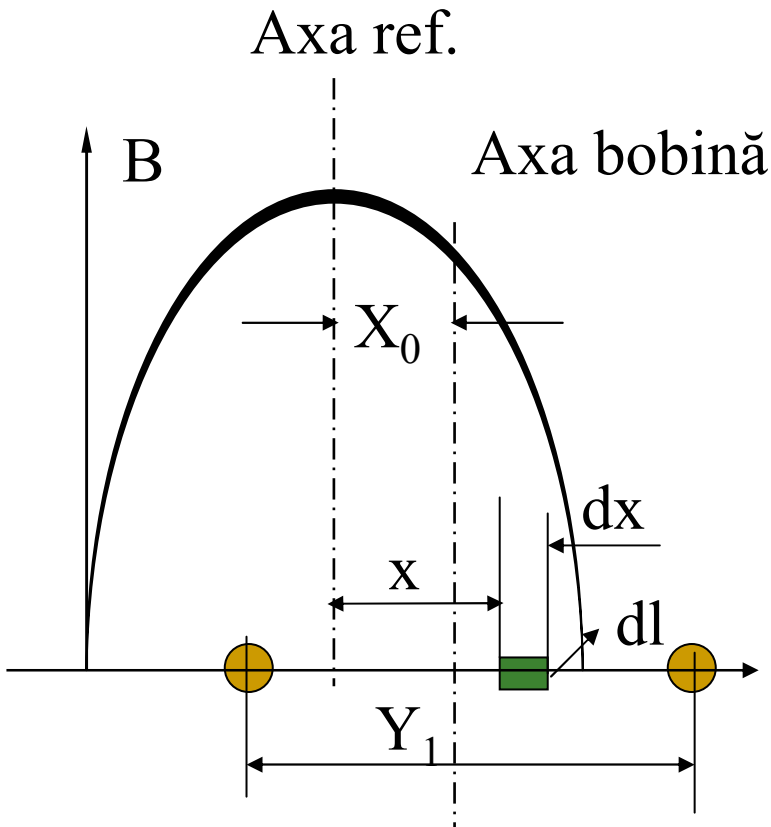
Câmpul pulsator, dirijat după axa de referință

$$B = B_m \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$



Flux elementar

$$d\phi = B \cdot dl \cdot dx$$



Fluxul spirei

$$\phi_{sp} = \int_0^L \int_{X_0 - \frac{Y_1}{2}}^{X_0 + \frac{Y_1}{2}} d\phi$$

## Fluxul util

Fluxul spirei

$$\phi_{sp} = \frac{2}{\pi} \tau \cdot L_i \cdot B_m \cdot k_y \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} X_0 \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$

Fluxul fascicular sau polar

$$\phi = \frac{2}{\pi} \tau \cdot L_i \cdot B_m$$

Fluxul spirei

$$\phi_{sp} = \phi \cdot k_y \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} X_0 \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$

Fluxul total al unei înfășurări (faza)

$$\psi_\lambda = w_\lambda \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} X_0 \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$

## Fluxul util

$$\psi_{\lambda} = w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} X_0(t) \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$

Fluxul poate fi **constant în timp**, dacă :Nu se schimbă poziția bobinei față de câmp  $X_0 = ct.$  și curentul, care produce câmpul este constant  $i = ct.$

Fluxul poate fi **variabil în timp** din cauza **variației curentului**, care produce câmpul sau din cauza **deplasării bobinei față de câmp.**

$$X_0 = p \cdot \Omega \cdot t \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

În acest caz

$$\psi_{\lambda} = w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi \cdot \cos(p \cdot \Omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

## Fluxul util

Câmpul magnetic este învârtitor

$$B = \frac{m}{2} B_m \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

Fluxul spirei

$$\phi_{sp} = \frac{m}{2} \phi \cdot k_y \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{\tau} X_0\right)$$

Dacă bobina se deplasează față de câmp

$$X_0 = p \cdot \Omega \cdot t \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

Fluxul bobinei va fi

$$\psi_\lambda = w_\lambda \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi \cdot \cos(\omega \mp p \cdot \Omega)t$$

Frecvența de variație a fluxului depinde de sensul și viteza de deplasare a bobinei față de câmp.

## Inductivități

**Fluxul propriu** Distanța dintre axa câmpului și a bobinei  $X_0 = 0$

$$\psi_\lambda = w_\lambda \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} X_0(t) \cdot \frac{i(t)}{I_m}$$

$$\phi \rightarrow \phi_\lambda \quad i(t) \rightarrow i_\lambda \quad \psi_{\lambda\lambda} = w_\lambda \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi_\lambda \cdot \frac{i_\lambda(t)}{I_{\lambda m}}$$

**Inductivitatea proprie**

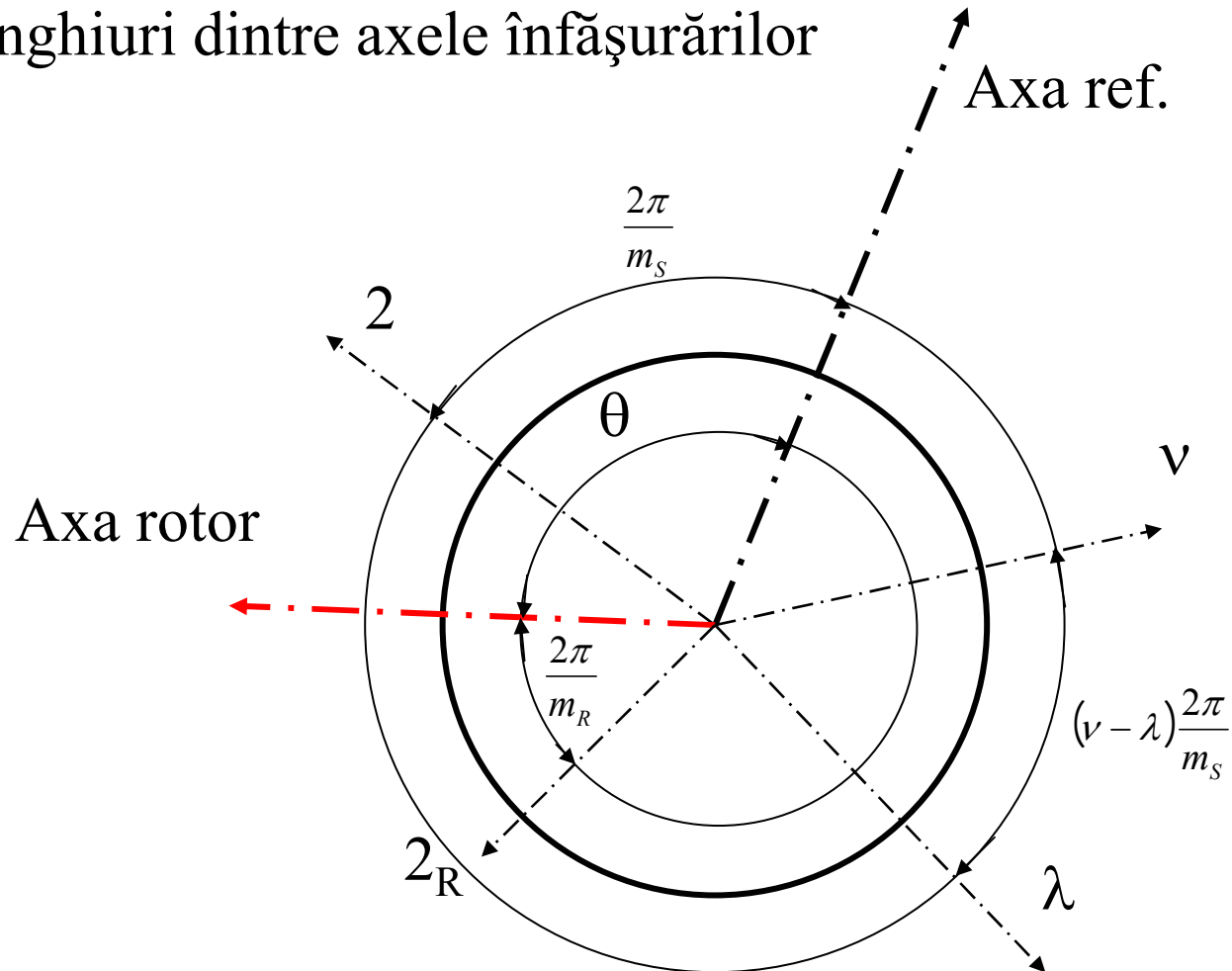
$$L_{\lambda\lambda} = \frac{\psi_{\lambda\lambda}}{i_\lambda(t)}$$

**Inductivitatea de cuplaj**

$$M_{\lambda\nu} = \frac{\psi_{\lambda\nu}}{i_\lambda(t)}$$

# Inductivități

Unghiuri dintre axele înfășurărilor



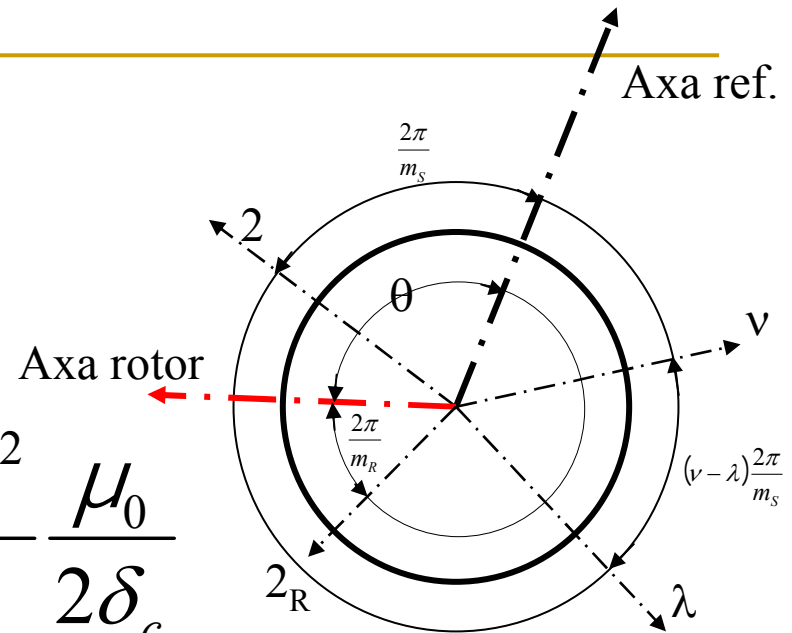


# Inductivități

## Mașini cu întrefier constant

Inductivitatea proprie

$$L_{\lambda\lambda} = \frac{8}{\pi^2} \tau \cdot L_i \cdot \frac{(w_\lambda \cdot k_{b\lambda})^2}{2p} \frac{\mu_0}{2\delta_c}$$



Fluxul produs de înfășurarea  $\lambda$  în înfășurarea fixă  $\nu$

$$\psi_{\lambda\nu} = (w_\nu \cdot k_{b\nu}) \cdot \phi_\lambda \cdot \cos(\nu - \lambda) \frac{2\pi}{m} \sin \omega \cdot t$$

Inductivitatea de cuplaj

$$M_{\lambda\nu} = \frac{8}{\pi^2} \tau \cdot L_i \cdot \frac{(w_\lambda \cdot k_{b\lambda}) \cdot (w_\nu \cdot k_{b\nu})}{2p} \frac{\mu_0}{2\delta_c} \cos(\lambda - \nu) \frac{2\pi}{m} = \frac{(w_\nu \cdot k_{b\nu})}{(w_\lambda \cdot k_{b\lambda})} L_{\lambda\lambda} \cdot \cos(\lambda - \nu) \frac{2\pi}{m}$$

## Inductivități

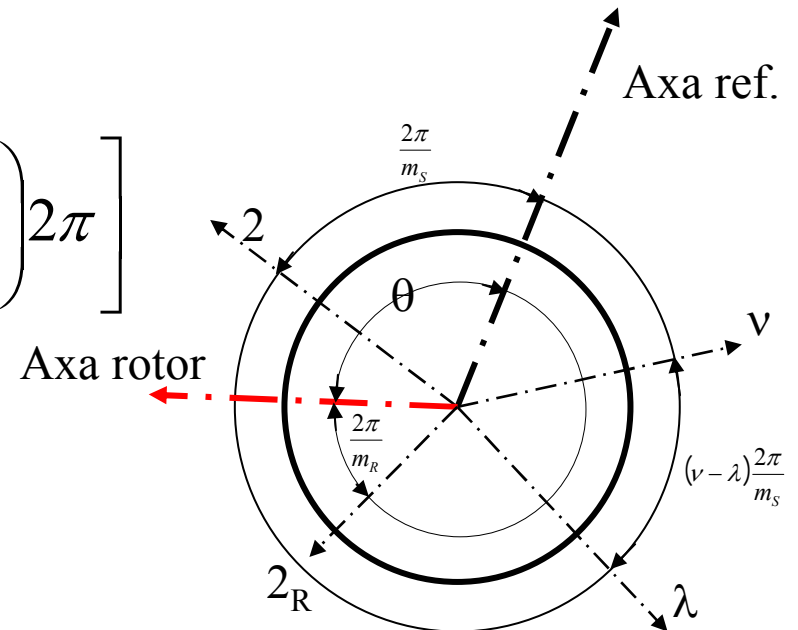
Fluxul produs de înfășurarea  $\lambda_S$  în înfășurare rotorica  $v_R$

$$\psi_{\lambda_S v_R} = w_{v_R} \cdot k_{bv_R} \cdot \phi_{\lambda_S} \cdot \cos \left[ \theta - \left( \frac{\lambda_S}{m_S} - \frac{v_R}{m_R} + \frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_S} \right) 2\pi \right] \cdot \sin \omega \cdot t$$

Inductivitatea de cuplaj rezultă

$$M_{\lambda_S v_R} = \frac{w_{v_R} \cdot k_{bv_R}}{w_{\lambda_S} \cdot k_{b\lambda_S}} L_{\lambda_S \lambda_S} \cos \left[ \theta - \left( \frac{\lambda_S}{m_S} - \frac{v_R}{m_R} \right) 2\pi \right]$$

Inductivitățile de cuplaj stator rotor sunt dependente de poziția relativă, deci sunt variabile.



## Inductivități

### Mașini cu întrefier variabil

Câmpul magnetic se descompune în două componente:

$$B = B_m \left[ \left( k_d - k_q \cdot \cos 2\theta \right) + k_q \cdot \sin 2\theta \right]$$

Fluxul de cuplaj

$$\psi_{\lambda\nu} = w_\nu \cdot k_{b\nu} \cdot \phi_\lambda \cdot \left\{ k_d \cdot \cos\left(\nu - \lambda\right) \frac{2\pi}{m} + k_q \cdot \cos 2 \left[ \theta - \left(\lambda - 1\right) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \sin \omega \cdot t$$

Fluxul propriu

$$\psi_{\lambda\lambda} = w_\lambda \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi_\lambda \cdot \left\{ k_d + k_q \cdot \cos 2 \left[ \theta - \left(\lambda - 1\right) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \sin \omega \cdot t$$

# Inductivități

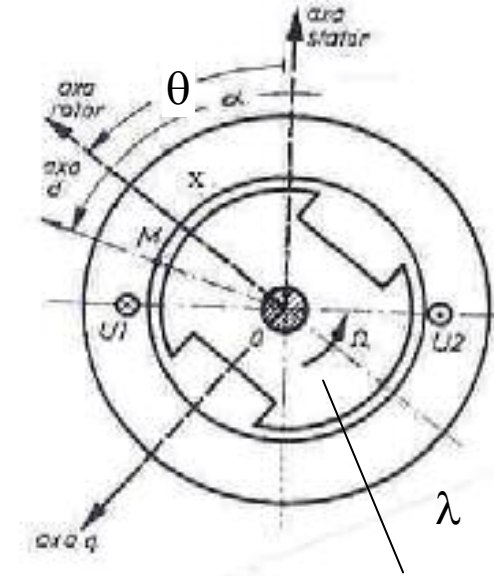
## Inductivitatea proprie

$$L_{\lambda\lambda} = L_1 + L_2 \cdot \cos 2 \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

unde

$$L_1 = L_{\lambda\lambda} \cdot k_d = \frac{8}{\pi^2} \tau \cdot L_i \frac{(w_\lambda \cdot k_{b\lambda})^2}{2p} \frac{\mu_0}{2\delta_c} k_d$$

$$L_2 = L_{\lambda\lambda} \cdot k_q = \frac{8}{\pi^2} \tau \cdot L_i \frac{(w_\lambda \cdot k_{b\lambda})^2}{2p} \frac{\mu_0}{2\delta_c} k_q$$



## Inductivitatea de cuplaj

$$M_{\lambda\nu} = \frac{w_\nu \cdot k_{b\nu}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} \left\{ L_1 \cdot \cos(\nu - \lambda) \frac{2\pi}{m} + L_2 \cdot \cos \left[ 2 \left( \theta + \frac{2\pi}{m} \right) \right] - (\nu + \lambda) \frac{2\pi}{m} \right\}$$

## Inductivități

Fluxul produs în înfășurarea rotorică de pe axa **d**

$$\psi_{\lambda D} = w_D \cdot k_{bD} \cdot \phi_{\lambda} \cdot (k_d + k_q) \cdot \cos\left[\theta - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right] \cdot \sin \omega \cdot t$$

Inductivitatea de cuplaj

$$M_{\lambda D} = \frac{w_D \cdot k_{bD}}{w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda}} [L_1 + L_2] \cos\left[\theta - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

Inductivitatea de cuplaj între faza  **$\lambda$**  și înfășurarea rotorică **Q**

$$M_{\lambda Q} = \frac{w_Q \cdot k_{bQ}}{w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda}} [L_1 - L_2] \sin\left[\theta - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

## Inductivități

Fluxul produs de înfășurarea rotorică **D** în înfășurarea  **$\lambda$**

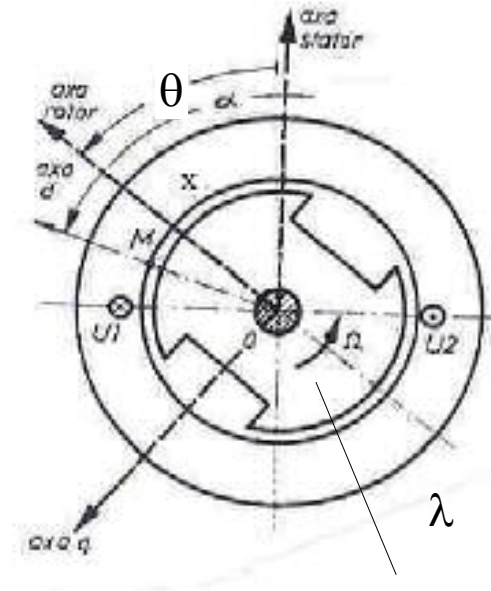
$$\psi_{D\lambda} = w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda} \cdot \phi_D \cdot \cos \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

Inductivitatea de cuplaj

$$M_{D\lambda} = \frac{w_D \cdot k_{bD}}{w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda}} \cdot L_{\lambda\lambda} \cdot \cos \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

Inductivitatea de cuplaj dintre înfășurarea rotorică **Q** și înfășurarea  **$\lambda$**

$$M_{Q\lambda} = \frac{w_Q \cdot k_{bQ}}{w_{\lambda} \cdot k_{b\lambda}} \cdot L_{\lambda\lambda} \cdot \sin \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$



## Inductivități

$$L_{\lambda\lambda} = L_1 + L_2 \cdot \cos 2 \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

$$M_{\lambda\nu} = \frac{w_\nu \cdot k_{b\nu}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} \left\{ L_1 \cdot \cos(\nu - \lambda) \frac{2\pi}{m} + L_2 \cdot \cos \left[ 2 \left( \theta + \frac{2\pi}{m} \right) \right] - (\nu + \lambda) \frac{2\pi}{m} \right\}$$

$$M_{\lambda D} = \frac{w_D \cdot k_{bD}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} [L_1 + L_2] \cos \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

$$M_{\lambda Q} = \frac{w_Q \cdot k_{bQ}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} [L_1 - L_2] \sin \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

$$M_{D\lambda} = \frac{w_D \cdot k_{bD}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} \cdot L_{\lambda\lambda} \cdot \cos \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

$$M_{Q\lambda} = \frac{w_Q \cdot k_{bQ}}{w_\lambda \cdot k_{b\lambda}} \cdot L_{\lambda\lambda} \cdot \sin \left[ \theta - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]$$