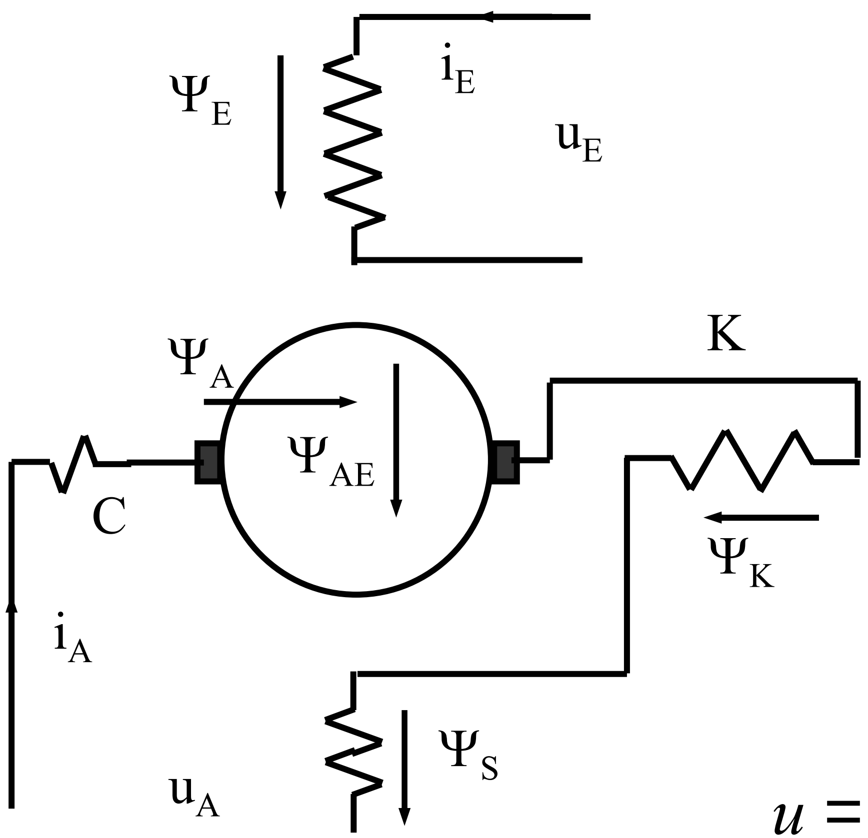
REGIMUL TRANZITORIU LA MAŞINI ELECTRICE

Ecuaţile maşinii de curent continuu în regim tranzitoriu.

Metoda de studiu.

Ecuaţiile maşinii de curent continuu



Maşina de curent continuu.

$$u_E = R_E \cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E \pm M_{ES} \cdot i_A$$

$$R_A = R_a + R_K + R_C + R_S$$

$$L_A = L_a + L_C + L_K + L_S$$

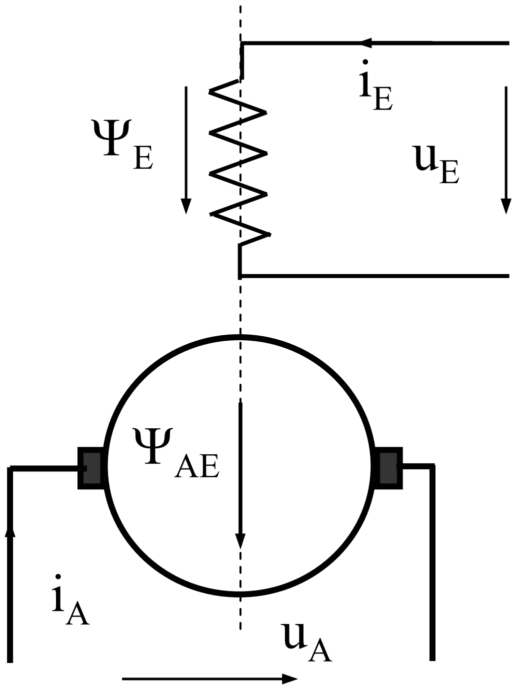
$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E \pm M_{AS} \cdot i_A$$

$$u = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} \pm M_{SE} \frac{di_E}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$T = p \cdot \Psi_{AE} \cdot i_A$$

$$\Psi_S = L_S \cdot i_A \pm M_{SE} \cdot i_E$$

Maşina cu excitaţia separată.



Maşina cu excitaţia separată.

$$u_E = R_E \cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E$$

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E$$

$$T = p \cdot \Psi_{AE} \cdot i_A$$

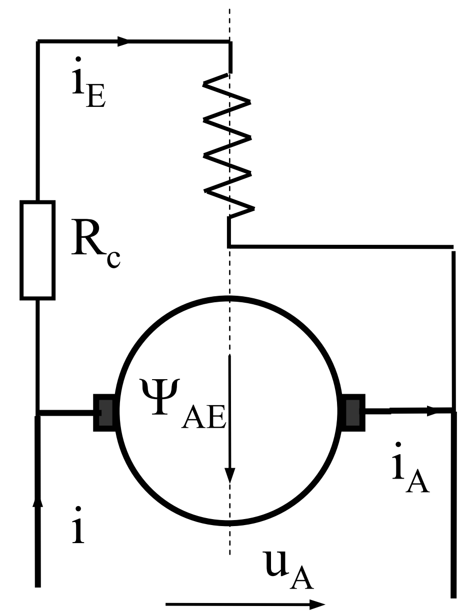
Motor

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

Generator

$$u_A = -R \cdot i_A - L\frac{di_A}{dt}$$

Maşina cu excitaţie derivaţie



Maşina cu excitaţie derivaţie.

$$u_A = \left(R_E + R_C\right)\cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E$$

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E$$

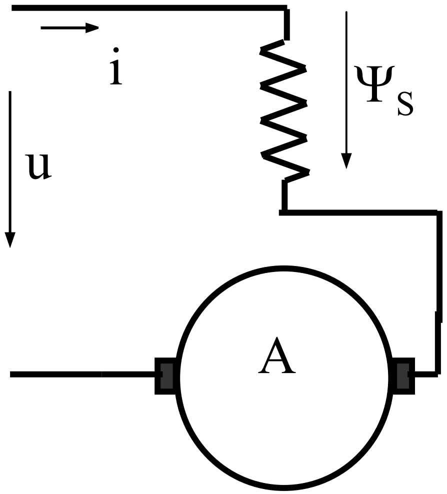
$$T = p \cdot \Psi_{AE} \cdot i_A$$

$$i = i_A + i_E$$

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

$$u = -R\cdot i - L\frac{di}{dt}$$

Maşina cu excitaţie serie



Maşina cu excitaţie serie

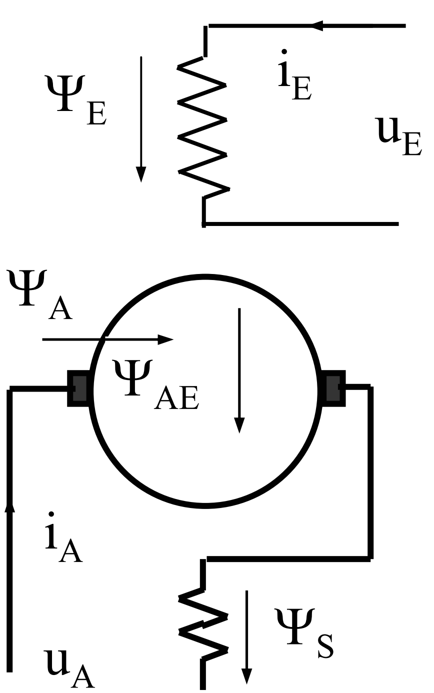
$$u = (R_A + R_S)\cdot i + (L_A + L_S)\frac{di}{dt} + \omega \cdot M_{AS} \cdot i$$

$$T = p \cdot M_{AS} \cdot i^2$$

Motor

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

Maşina cu excitaţie mixtă



Maşina cu excitaţie mixtă.

$$u_E = R_E \cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E \pm M_{EA} \cdot i_A$$

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E \pm M_{AS} \cdot i_A$$

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} \pm M_{SE} \frac{di_E}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$T = p \cdot \Psi_{AE} \cdot i_A$$

Motor

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

Generator

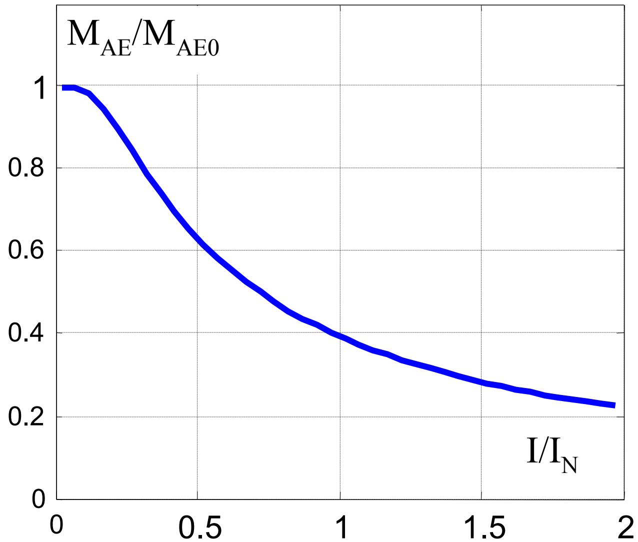
$$u_A = -R \cdot i_A - L \frac{di_A}{dt}$$

Expresiile parametrilor în regim stationar

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot I_E = \frac{N}{2 \cdot a} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \Phi = k_\phi \cdot \Phi$$

$$E = -\omega \cdot \Psi_{AE} = -\omega \cdot \frac{N}{a \cdot \pi} \cdot \Phi = -c \cdot \Phi \cdot \Omega = -k_e \cdot \Phi \cdot n$$

$$T = p \cdot \Psi_{AE} \cdot i = \frac{p}{a} \frac{N}{\pi} \cdot \Phi \cdot i = c \cdot \Phi \cdot i = k_c \cdot \Phi \cdot i$$



$$c = \frac{p}{a} \cdot \frac{N}{\pi} = \frac{k_e}{2 \cdot \pi} = k_c = p \cdot k_\phi$$

Calculul operațional.Transformata Laplace

Condiții de aplicare: - sistemul este liniar
- condițiile inițiale sunt nule,

Situația reală : sistemul este neliniar din cauza:
- parametrii variază cu sarcina,
- există produse a două variabile,
- reacția indusului este neliniară.

Ipoteze:
- se neglijează reacția indusului,
- se consideră maşina compensată,
- se neglijează saturația,
- se liniarizează sistemul.

Relații de transformare

$$\frac{d}{dt} \rightarrow s \qquad u \rightarrow U$$

Transformata Laplace	Variatia in timp
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}$
$\frac{1}{s(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t}\right)$
$\frac{s+k}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{(k-\alpha)e^{-\alpha t}-(k-\beta)e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}$

Relatii de transformare

Transformata Laplace	Variatia in timp
$\frac{1}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\alpha\beta}\left(1-\frac{\beta e^{-\alpha t}-\alpha e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}\right)$
$\frac{1}{s^2+\omega^2}$	$\frac{1}{\omega}\sin(\omega t)$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)$
$\frac{2}{s\left(s^2+4\right)}$	$\sin^2 t$

Generator cu excitație separată

$$u_E = (R_E + R_C)\cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$U_E = (R_E + R_C)\cdot I_E + s\cdot L_E \cdot I_E$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E$$

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E$$

$$U_A = R_A \cdot I_A + s\cdot L_A \cdot I_A + \omega \cdot M_{AE} \cdot I_E$$

$$u_A = -R\cdot i_A - L\frac{di_A}{dt}$$

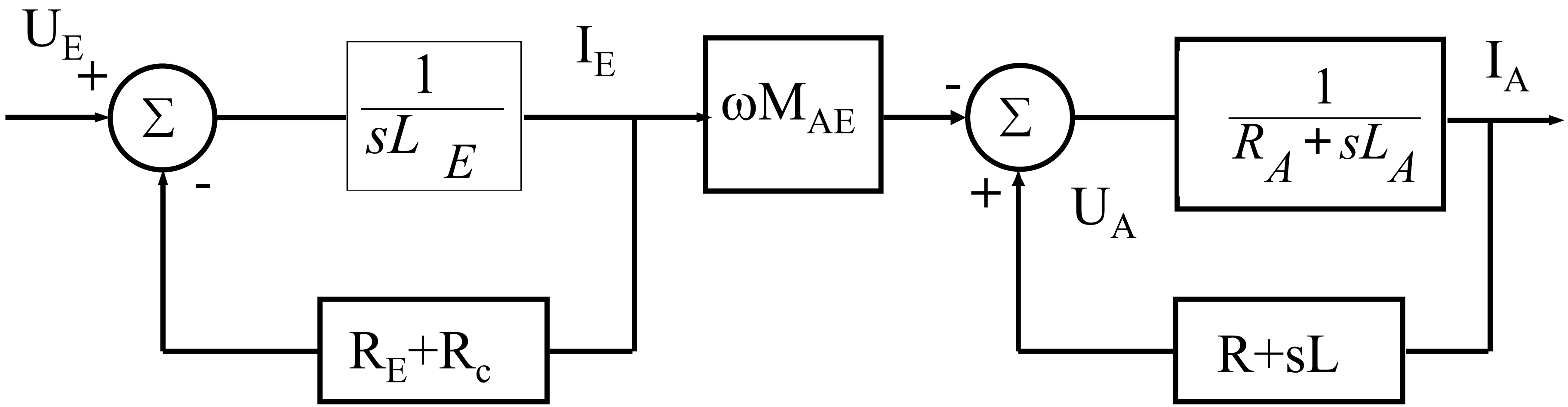
$$U_A = -(R + s\cdot L)\cdot I_A$$

Generator cu excitaţie separată

$$U_E = (R_E + R_C)\cdot I_E + s\cdot L_E\cdot I_E \qquad I_E = \frac{U_E - (R_E + R_C)\cdot I_E}{s\cdot L_E}$$

$$U_A = R_A\cdot I_A + s\cdot L_A\cdot I_A + \omega\cdot M_{AE}\cdot I_E$$

$$I_A = \frac{U_A - \omega\cdot M_{AE}\cdot I_E}{R_A + s\cdot L_A} \qquad U_A = -(R + s\cdot L)\cdot I_A$$



Motor cu excitație separată

$$u_E = (R_E + R_C)\cdot i_E + \frac{d\Psi_E}{dt}$$

$$I_E = \frac{1}{sL_E}\left(U_E - (R_E + R_c)\cdot I_E\right)$$

$$\Psi_E = L_E \cdot i_E$$

$$I_A = \frac{1}{R_A + s\cdot L_A}\left(U_A - \omega\cdot M_{AE}\cdot I_E\right)$$

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \omega \cdot \Psi_{AE}$$

$$\Psi_{AE} = M_{AE} \cdot i_E$$

$$T = p\cdot \Psi_{AE} \cdot i_A$$

$$T = p\cdot M_{AE}\cdot I_E \cdot I_A$$

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

$$\omega = \frac{p}{s\cdot J}\left(T - T_r\right)$$

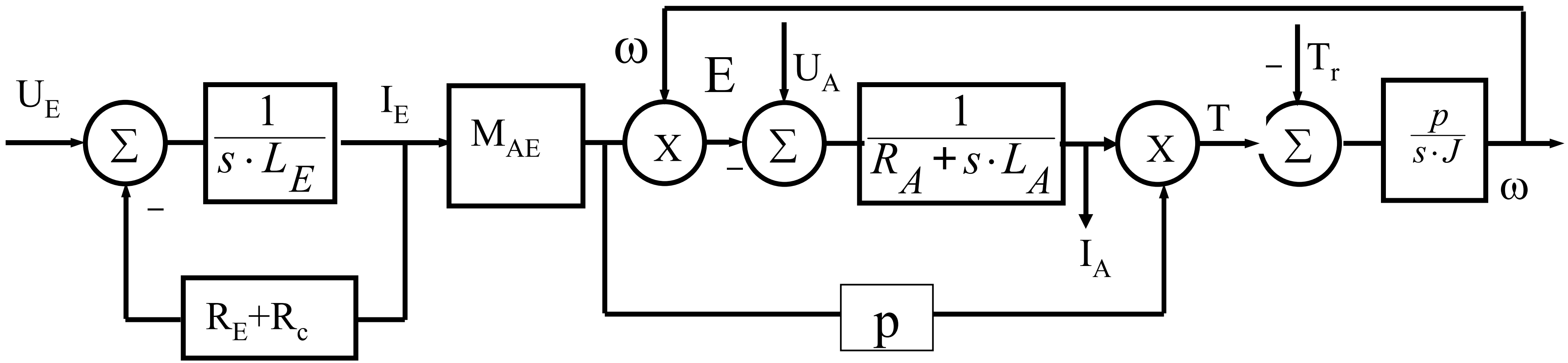
Motor cu excitație separată

$$I_E = \frac{1}{sL_E}\left(U_E - (R_E + R_c)\cdot I_E\right)$$

$$T = p \cdot M_{AE} \cdot I_E \cdot I_A$$

$$I_A = \frac{1}{R_A + s\cdot L_A}\left(U_A - \omega\cdot M_{AE}\cdot I_E\right)$$

$$\omega = \frac{p}{s\cdot J}\left(T - T_r\right)$$



Linearizarea ecuațiilor. Metoda variațiilor mici.

$$x = X + \Delta x \qquad \Delta x \cdot \Delta y = 0 \qquad s \cdot X = 0$$

$$U_E + \Delta u_E = (R_E + \Delta R_E) \cdot (I_E + \Delta i_E) + (L_E + \Delta L_E) \cdot s \cdot \Delta i_E$$

$$\Delta u_E = (R_E + s \cdot L_E) \cdot \Delta i_E + \Delta R_E \cdot I_E$$

stationa

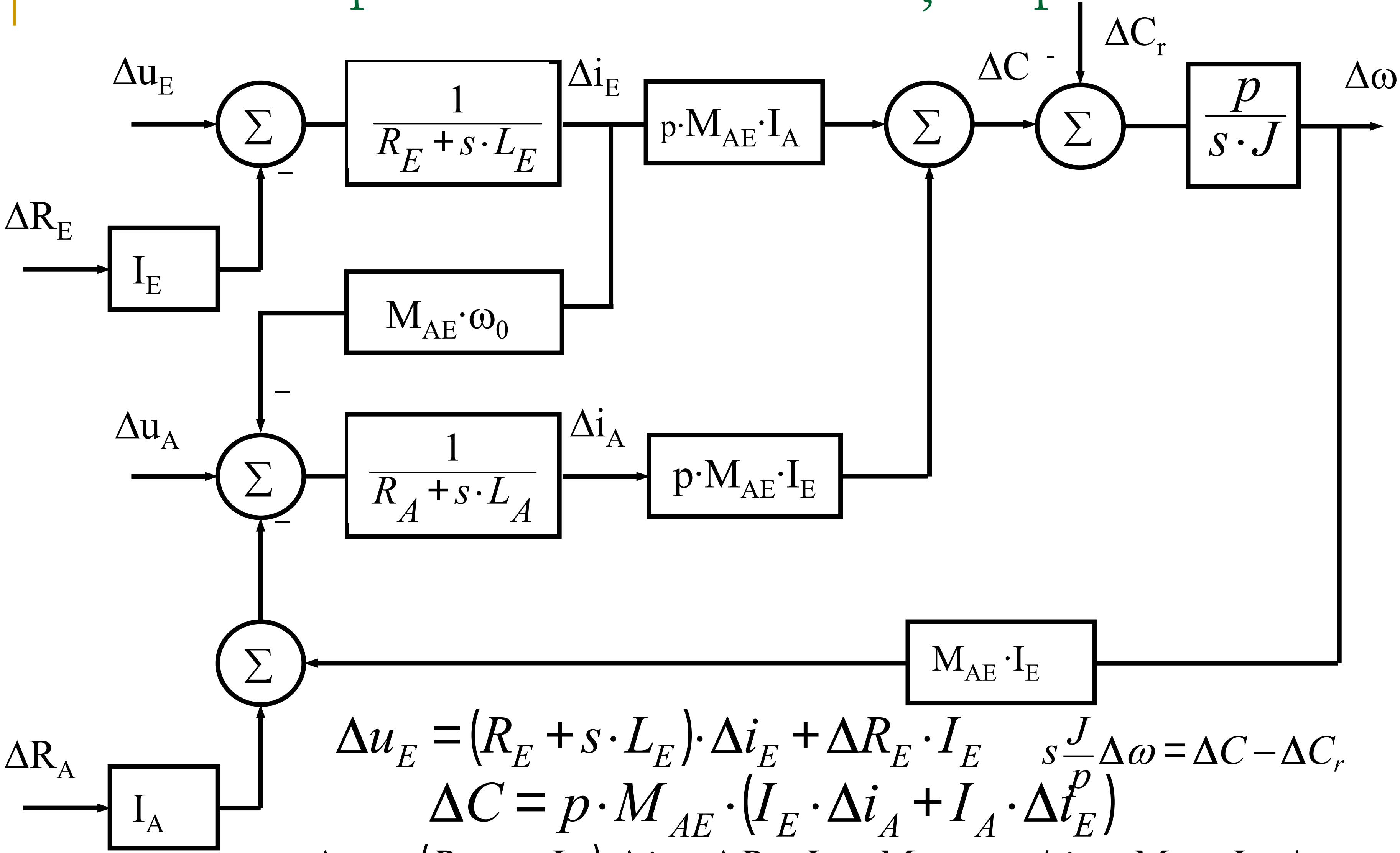
$$U_E = R_E I_E \qquad s \cdot I_E = 0$$

$$\Delta u_A = (R_A + s \cdot L_A) \cdot \Delta i_A + \Delta R_A \cdot I_A + M_{AE} \cdot \omega_0 \cdot \Delta i_E + M_{AE} \cdot I_E \cdot \Delta \omega$$

$$\Delta C = p \cdot M_{AE} \cdot (I_E \cdot \Delta i_A + I_A \cdot \Delta i_E)$$

$$s \frac{J}{p} \Delta \omega = \Delta C - \Delta C_r$$

Schema bloc pentru motorul cu excitație separată



$$\Delta u_E = (R_E + s \cdot L_E) \cdot \Delta i_E + \Delta R_E \cdot I_E$$

$$s \frac{J}{p} \Delta\omega = \Delta C - \Delta C_r$$

$$\Delta C = p \cdot M_{AE} \cdot (I_E \cdot \Delta i_A + I_A \cdot \Delta i_E)$$

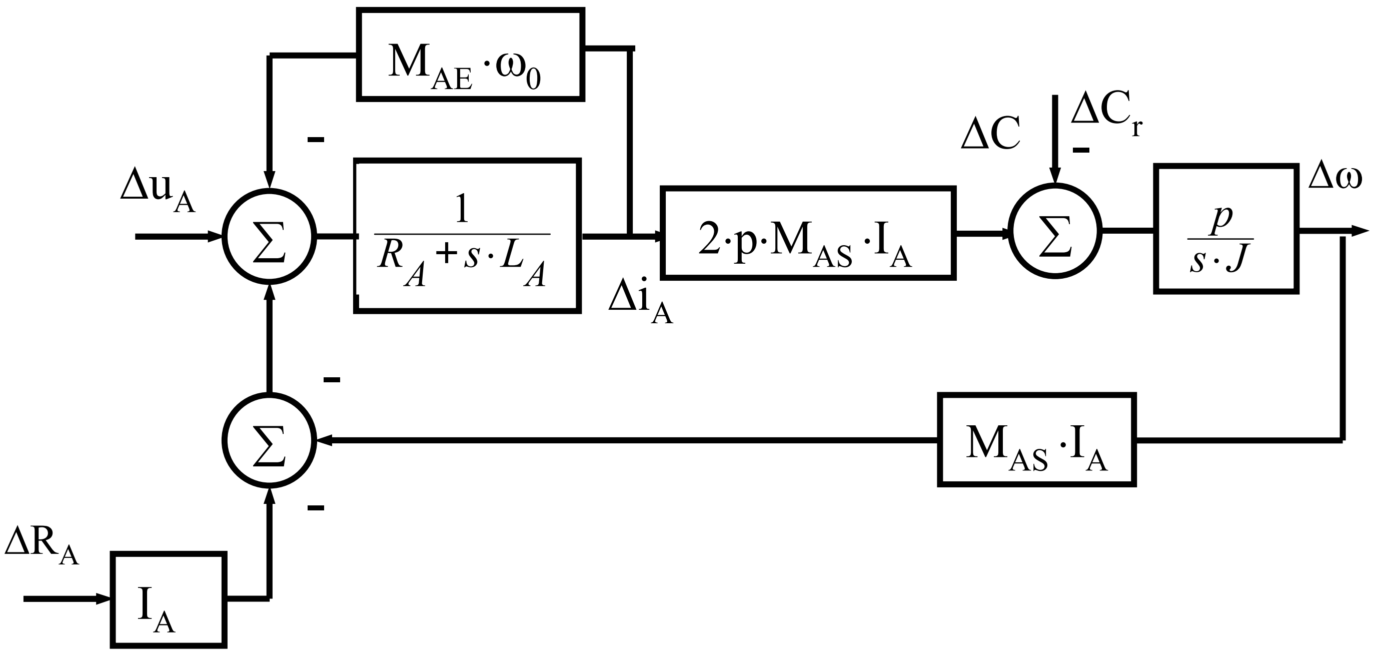
$$\Delta u_A = (R_A + s \cdot L_A) \cdot \Delta i_A + \Delta R_A \cdot I_A + M_{AE} \cdot \omega_0 \cdot \Delta i_E + M_{AE} \cdot I_E \cdot \Delta\omega$$

Motorul cu excitație serie

$$\Delta u_A = \Delta R_A \cdot I_A + (R_A + s \cdot L_A) \cdot \Delta i_A + M_{AS} \cdot \omega_0 \cdot \Delta i_A + M_{AS} \cdot I_A \cdot \Delta\omega$$

$$\Delta C = 2 \cdot p \cdot M_{AS} \cdot I_A \cdot \Delta i_A$$

$$\frac{J}{p} s \cdot \Delta\omega = \Delta C - \Delta C_r$$



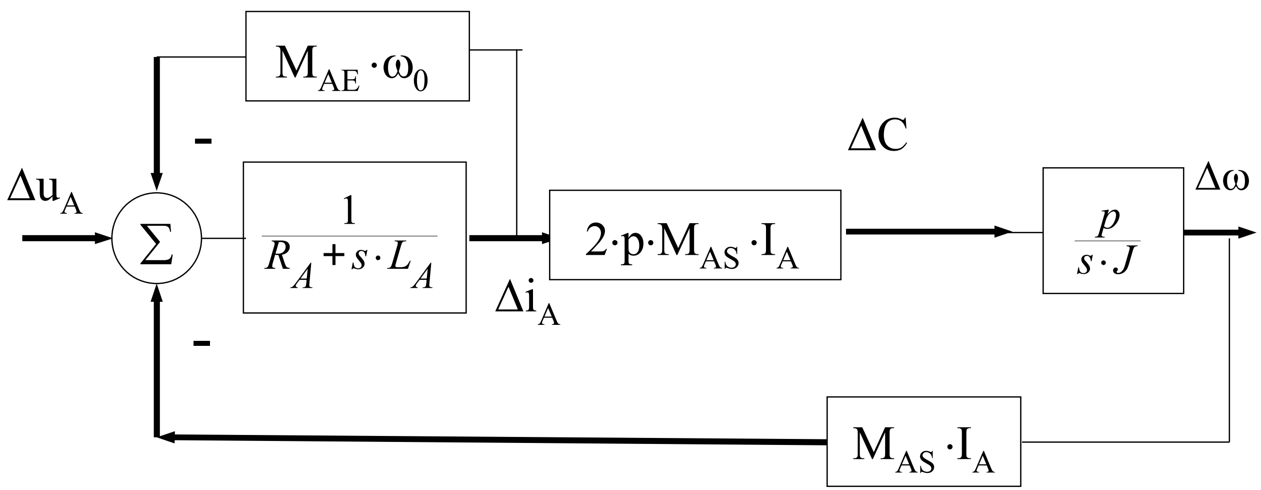
Funcția de transfer

$$H(s) = \frac{Ie(s)}{In(s)}$$

Comanda turației prin tensiune a motorului cu excitație serie

$$H(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta u_A(s)}$$

Se consideră $:\Delta R_A = 0$ si $\Delta C_r = 0$



Functia de transfer

$$\Delta u_A = \left(R_A + M_{AS}\cdot\omega_0 + s\cdot L_A\right)\cdot\Delta i_A + M_{AS}\cdot I_A\cdot\Delta\omega$$

$$\frac{J}{p}s\cdot\Delta\omega = 2\cdot p\cdot M_{AS}\cdot I_A\cdot\Delta i_A$$

$$\Delta u_A = \left[\left(R_A + M_{AS}\cdot\omega_0 + s\cdot L_A\right)\cdot\frac{\frac{J}{p}s}{2\cdot p\cdot M_{AS}\cdot I_A} + M_{AS}\cdot I_A\right]\cdot\Delta\omega$$

Funcția de transfer în cazul comenzii turației prin tensiune
la motorul cu excitație serie

$$H(s) = \frac{M_{AS}\cdot I_A}{s^2\cdot L_A\cdot\frac{J}{2\cdot p^2} + s\cdot\left(R_A + \omega_0\cdot M_{AS}\right)\cdot\frac{J}{2\cdot p^2} + \left(M_{AS}\cdot I_A\right)^2}$$

Functia de transfer

Notând:

$$k_\phi \cdot \Phi = M_{AS} \cdot I_A$$

Constanta de timp electrică

$$T_A = \frac{L_A}{R_A}$$

Constanta de timp mecanică

$$T_M = \frac{R_A \cdot J}{p^2 \cdot \left(k_\phi \cdot \Phi\right)^2} = \frac{R_A \cdot J}{\left(c \cdot \Phi\right)^2}$$

Pentru motorul serie

$$T_M = \frac{R_A \cdot J}{2 \cdot p^2 \cdot \left(M_{AS} \cdot I_A\right)^2}$$

Funcția de transfer devine:

$$H(s) = \frac{1}{k_\phi \cdot \Phi} \frac{1}{s^2 \cdot T_A \cdot T_M + s \cdot \left(1 + \frac{\omega_0 \cdot M_{AS}}{R_A}\right) \cdot T_M + 1}$$

Metoda de studiu

1. Se cunoaşte forma de variaţie în timp a "mărimii de intrare"

2. Folosind "relaţiile de transformare" rezultă expresia "mărimii de intrare"

   Exemplu: tensiune constantă $U(s) = \dfrac{U}{s}$

3. Expresia "mărimii de ieşire" rezultă ca produsul dintre funcţia de transfer şi expresia "mărimii de intrare" $H(s) \cdot \dfrac{U}{s}$

4. Pentru a obţine expresia mărimii de ieşire în domeniul timp se face transformarea inversă a produsului calculat.
   - se descompune expresia în fracţii simple,
   - se calculează rădăcinile ecuaţiei caracteristice ,
   - ecuaţia caracteristică rezultă prin egalarea cu zero a numitorul produsului.

Metoda de studiu

Exemplu: numitorul produsului anterior

$$s \cdot \left(s^2 \cdot T_A \cdot T_M + s \cdot k_m \cdot T_M + 1\right) = 0$$

Rezultă rădăcinile:

$$s_1 = 0$$

$$s_{2,3} = -\frac{k_m}{2 \cdot T_A} \pm \frac{1}{2 \cdot T_A} \sqrt{k_m^2 - 4\frac{T_A}{T_M}}$$

1. Descompunerea în fracții simple

$$H(s) \cdot \frac{U}{s} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s - s_2} + \frac{A_3}{s - s_3}$$

Metoda de studiu

Numărătorul produsului nu conține termeni cu s. Rezultă:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0$$

$$(s_2 + s_3) \cdot A_1 + s_3 \cdot A_2 + s_2 \cdot A_3 = 0$$

$$s_2 \cdot s_3 \cdot A_1 = \frac{U}{k_\phi \cdot \Phi \cdot T_A \cdot T_M}$$

$$A_1 = \frac{U}{k_\phi \cdot \Phi \cdot T_A \cdot T_M \cdot s_2 \cdot s_3}$$

$$A_2 = \frac{1}{s_2 - s_3} \frac{U}{k_\phi \cdot \Phi \cdot T_A \cdot T_M \cdot s_2}$$

$$A_3 = \frac{-1}{s_2 - s_3} \frac{U}{k_\phi \cdot \Phi \cdot T_A \cdot T_M \cdot s_3}$$

Metoda de studiu

Variația în timp a turației

$$\Delta\omega = A_1 + A_2 \cdot e^{s_2 \cdot t} + A_3 \cdot e^{s_3 \cdot t}$$

2. Variația în timp a turației se poate obține folosin relațiile:

$$\frac{A}{s(s-s_2)(s-s_3)} \rightarrow \frac{A}{s_2 \cdot s_3}\left(1 - \frac{s_3 \cdot e^{s_2 \cdot t} - s_2 \cdot e^{s_3 \cdot t}}{s_3 - s_2}\right)$$

$$A = \frac{U}{k_\phi \cdot \Phi \cdot T_A \cdot T_M}$$

Caracterul procesului este determinat de natura rădăcinilor.

Metoda de studiu

Caracterul procesului este determinat de natura rădăcinilor.

1. Două rădăcini distingte, negative $$4 \cdot T_A < k_m^2 \cdot T_M$$

Proces amortizat aperiodic în timp

2. Două rădăcini complexe $$4 \cdot T_A > k_m^2 \cdot T_M$$

Proces amortizat oscilant în timp

3. Două rădăcini egale negative $$4 \cdot T_A = k_m^2 \cdot T_M$$

Proces amortizat aperiodic critic în timp

Parametrii constructivi şi funcţionali determină caracterul procesului