Prezentarea Generală *Mathcad*

Rezolvarea aproximativă a Ecuațiilor Algebrice și Transcendente – partea I

Ș.l. Dr. ing. **Levente CZUMBIL**

E-mail: Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro **WebPage: http://users.utcluj.ro/~czumbil**

Titular disciplină:
***Prof.Dr.Ing.Mat.* Dan Doru MICU**

Laborator:
***Ș.l.Dr.Ing.* Levente CZUMBIL,**
Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro

Site Materiale Didactice Laborator:
http:/users.utcluj.ro/~czumbil

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Prezentare generală

- Aproximativ *12 Lucrări de Laborator*

- ***Prezența Obligatorie*** (aveți dreptul la 1 absență)

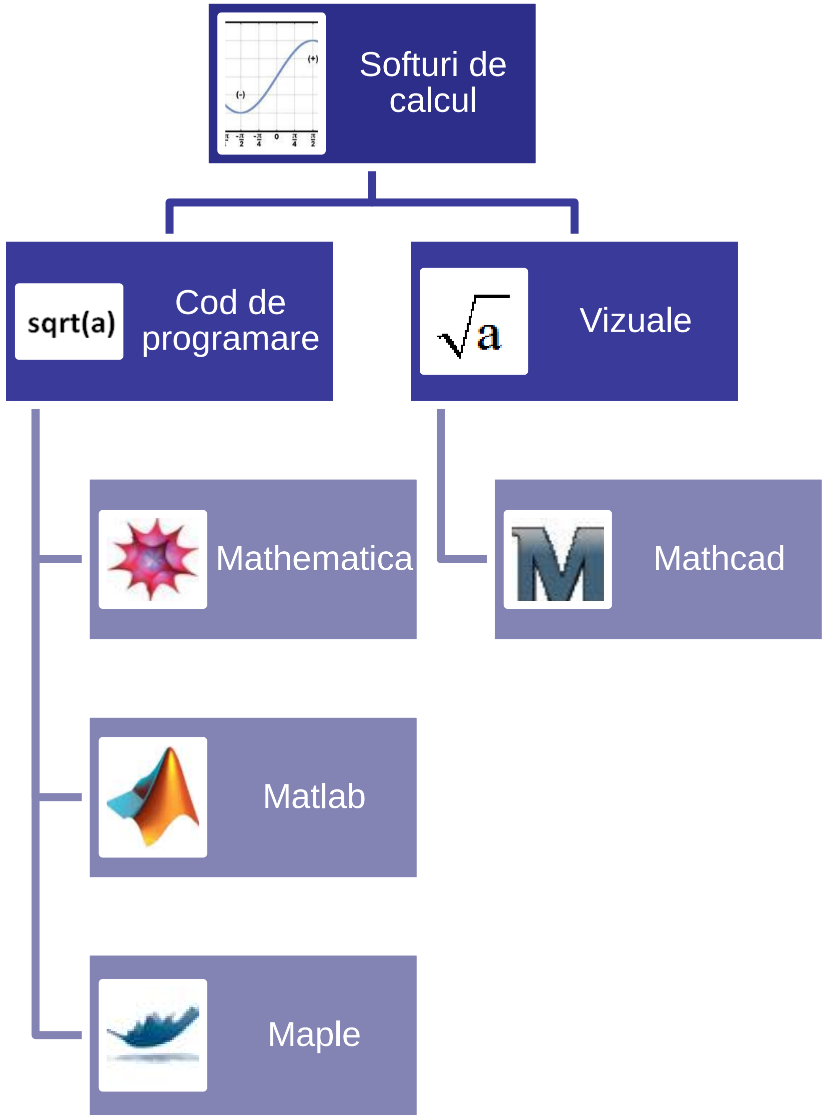
- ***Test de laborator*** – **2 puncte** din examenul final în ultima săptămână din semestru (neprezentarea se consideră absență)

- În ***limita locurilor disponibile*** se pot face recuperări ***pe parcursul săptămânii în care s-a lipsit***.

- În ***ultima vineri din semestru*** se fac recuperări contra cost (cu chitanță de recuperare)

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Programe de Calcul Numeric



UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Implentarea în Mathcad

Limbaj de programare:

$$\mathrm{int(sqrt(abs(3*pow(x,2))),x,a,b)}$$

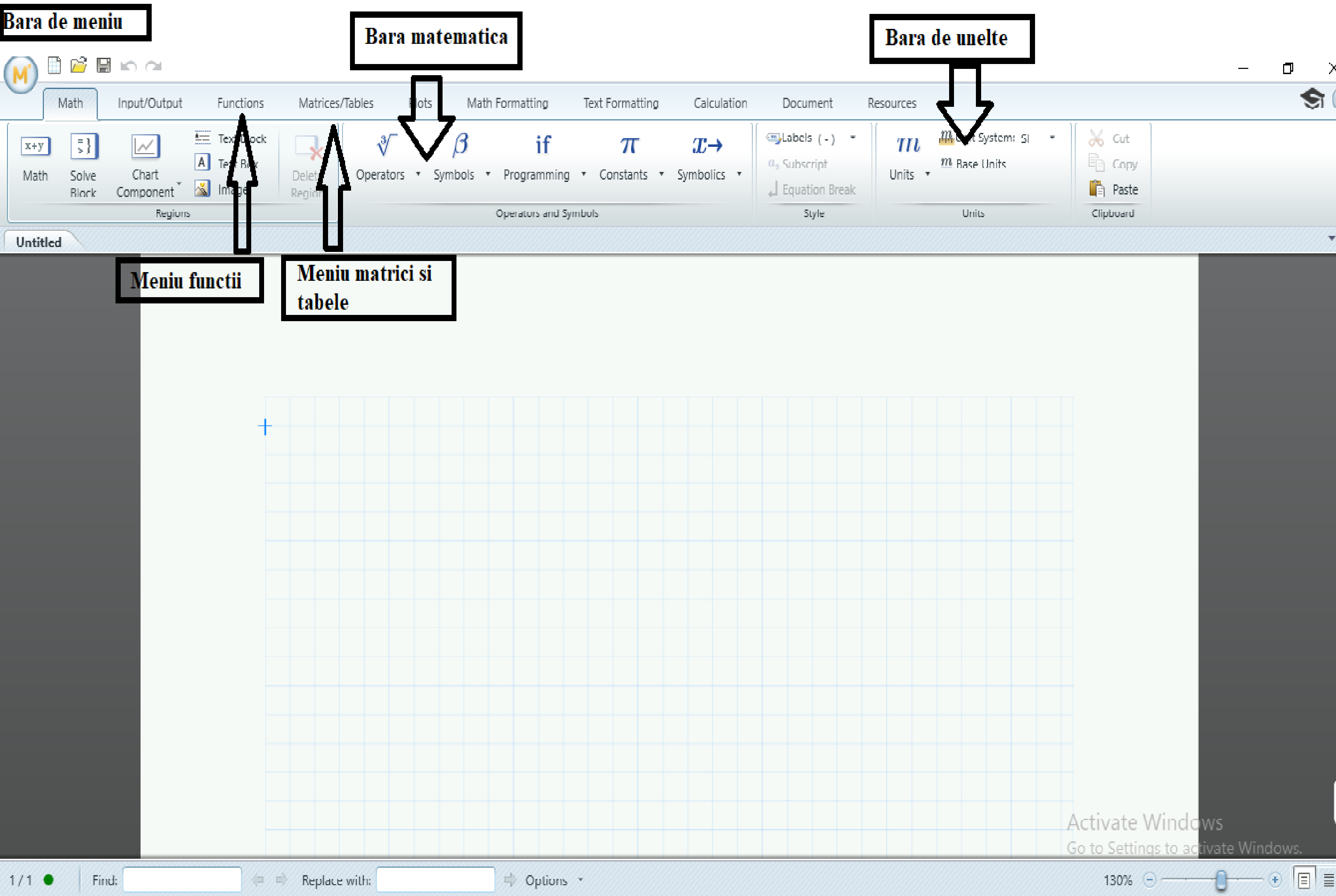
$$\cancel{\mathrm{int}(sqrt(abs(3*pow(x,2)),x,a,b)}$$

vs

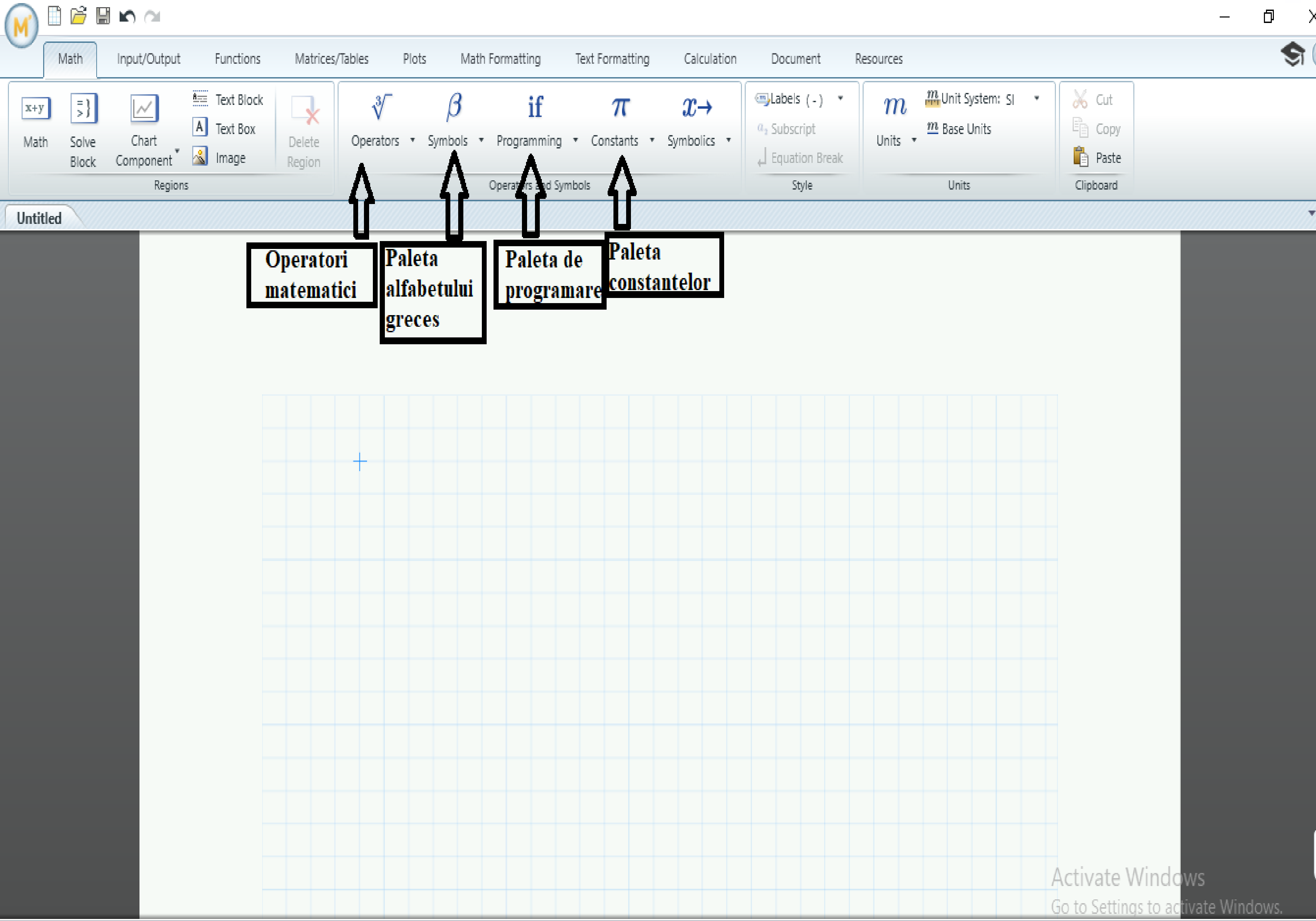
Editor WYSIWYG (What You See Is What You Get):

$$\int_a^b \sqrt{\left|3x^2\right|}\,dx$$

Interfața Mathcad Prime 5.0



Paleta *Math*


Math
Input/Output
Functions
Matrices/Tables
Plots
Math Formatting
Text Formatting
Calculation
Document
Resources
Solve Block
Chart Component
Text Block
Text Box
Image
Delete Region
Regions
Operators
Symbols
Programming
Constants
Symbolics
Operators and Symbols
Labels (-)
Subscript
Equation Break
Style
Units
Unit System: SI
Base Units
Cut
Copy
Paste
Clipboard
Untitled
Operatori matematici
Paleta alfabetului greces
Paleta de programare
Paleta constantelor
Activate Windows
Go to Settings to activate Windows.

Introducerea datelor

- Utilizarea Semului ”Egal”

  - Egal de atribuire := (tasta :)
  - Egal de evaluare = (tasta =)
  - Egal boolean **=** (tasta Ctrl =)

- Nu este necesar declararea variabilelor în prealabil

~~var i,x,n:integer~~

- Se poate da click oriunde în fereastra de comandă pentru a repoziționa cursorul **+**

- După introducerea comenzilor se poate tasta ↵ sau se poate da click în afara căsuței de introducere a comenzilor

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Introducerea datelor

Afișaj Mathcad	Tastele introduse	Observații
$a:=1$	a : 4 ↵	Se atribuie variabilei *a* valorea 4
$b:=4$	b : 4 ↵	Se atribuie variabilei *b* valorea 5
$a+b=5$	a + b = ↵	Se afișează suma celor două numere
$x_1:=\sqrt[1]{3}$	x ctrl+underline 1 : \ 3 ↵	Se atribuie variabilei x_1 valorea $\sqrt{3}$
$x_2:=\frac{x_1}{a+b}$	x ctr+unl 2 : / x ctrl+unl 1 → a + b ↵	
$x_2=0.6$	X ctrl+unl 2 =	Indicii care sunt folosiți pentru denumirea unor variabile se numesc indici formali și se introduc utilizând tasta punct .

Introducerea șirurilor

Afișaj Mathcad	Tastele introduse	Observații
$x:=0..2$ $x=\begin{bmatrix}0\\1\\2\end{bmatrix}$	x : 0 ; 2 ↵ x =	Pasul implicit la definirea unui șir este 1
$x:=-8,-7.9..-7$ $x=\begin{bmatrix}-8\\-7.9\\-7.8\\-7.7\\-7.6\\-7.5\\-7.4\\-7.3\\-7.2\\-7.1\\-7\end{bmatrix}$	x : - 8 , - 7 . 9 ➡ ➡7 ↵ x =	Se poate schimba pasul șirului prin introducerea elementului al doilea. Diferența dintre primul și al doilea element va desemna atât pasul pentru toate elementele șirului cât și direcția acestuia.

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Introducerea vectorilor

Afișaj Mathcad	Tastele introduse	Observații
$x_1 := 0$	x [1 : 0	Indicii care sunt folosiți pentru a referi elementele unui șir (vector) se numesc indici vectoriali (indecși) și se introduc utilizând tasta paranteză dreaptă [
$x_2 := 1$	x [2 : 3	
$x_4 := 5$	x [4 : 4	Se observă că numerotarea elementelor șirului începe de la 0.
$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$	x =	

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Introducerea funcțiilor

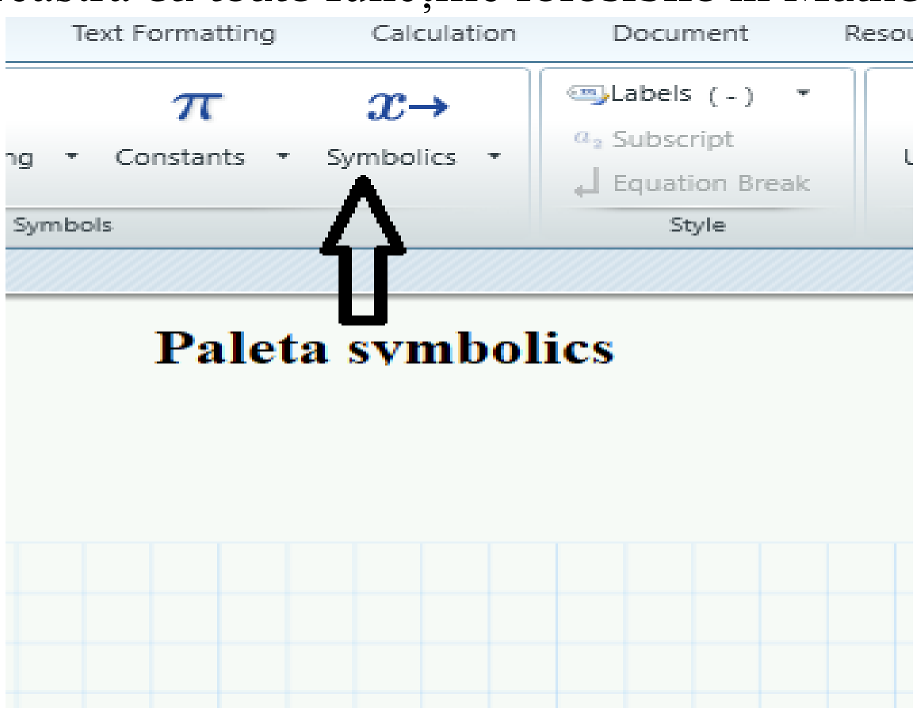
Afișaj Mathcad

$$f(x) := \sin(x)$$

Tastele introduse

f (x) : s i n (x)

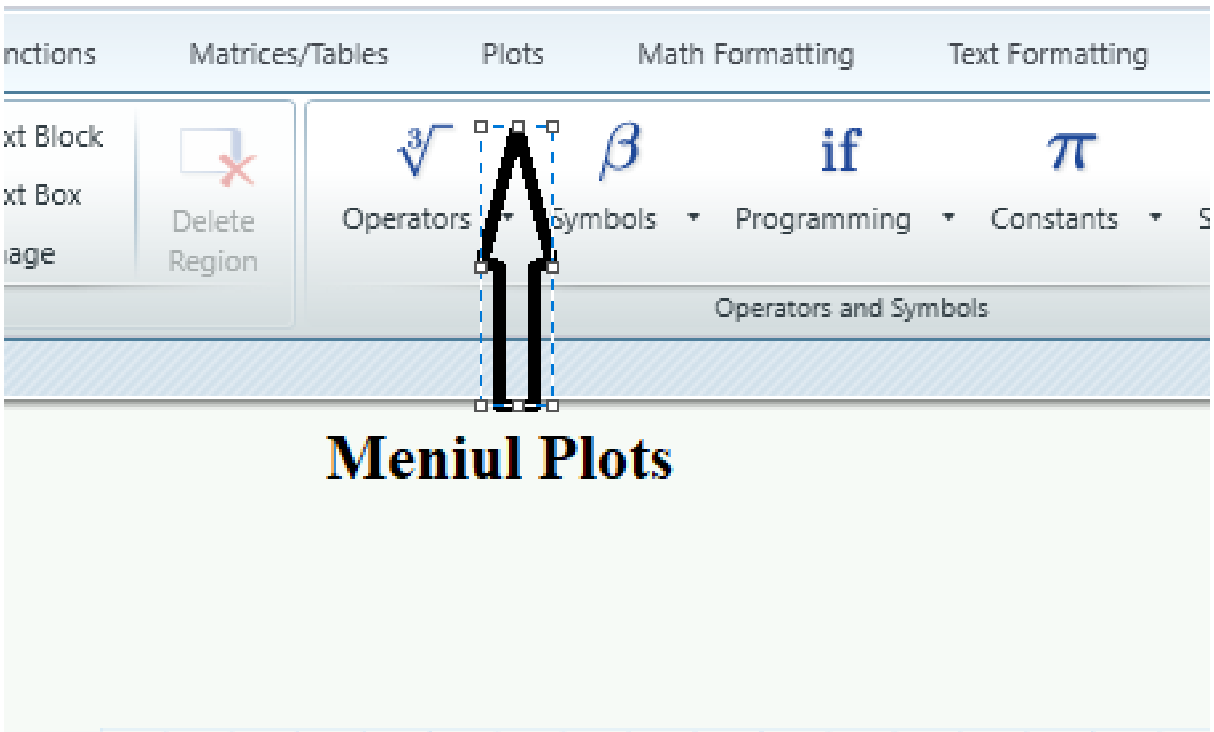
În loc de a introduce numele funcțiilor, se poate selecta și *Function* din meniul *Insert.* Apare o fereastră cu toate funcțiile folosibile în Mathcad.



UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Grafice

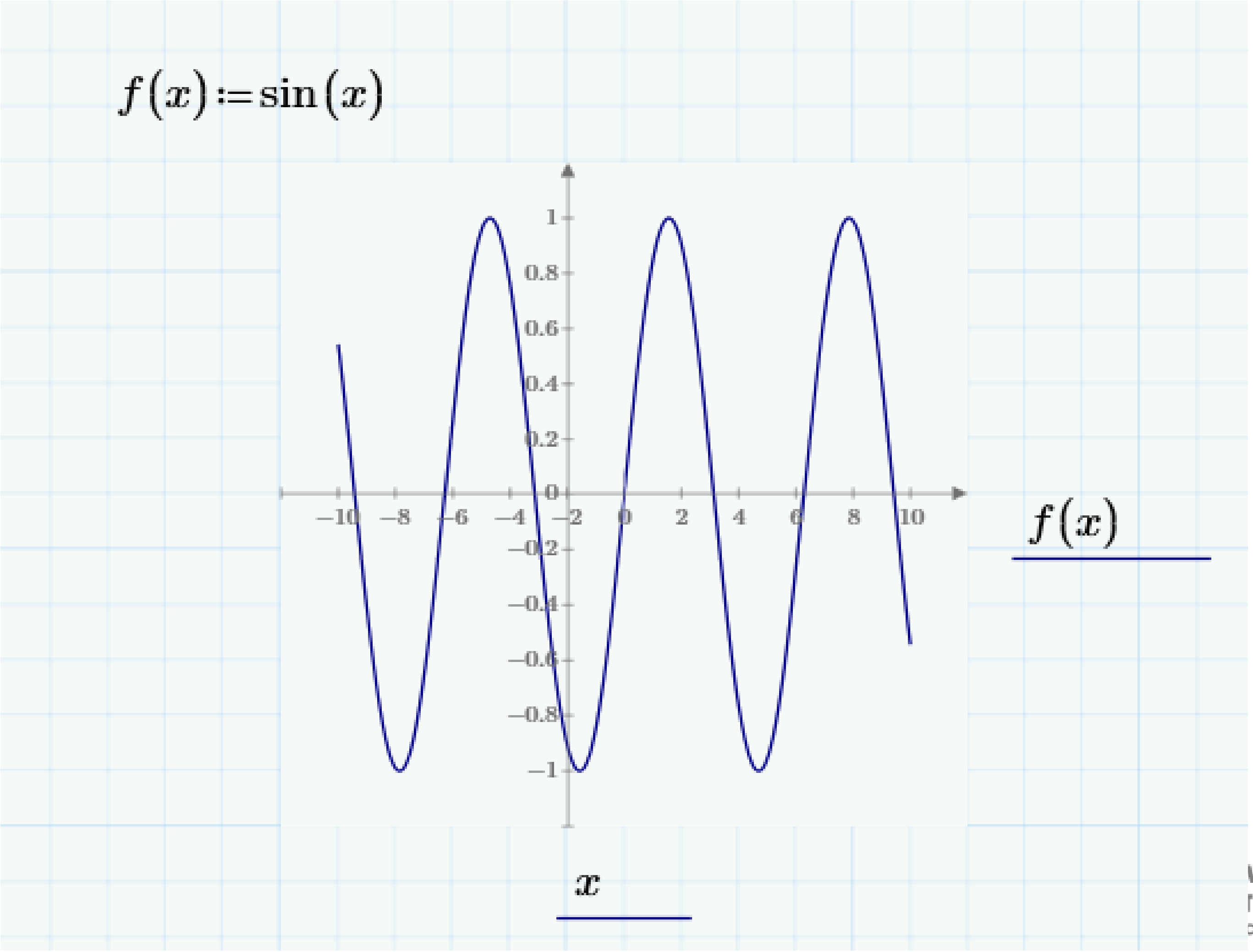
Pentru a reprezenta grafic o funcție este necesar toolbar-ul *Plots*.
În care se selectează *X – Y Plot* (Shortcut @), conform figurii de mai jos:



UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

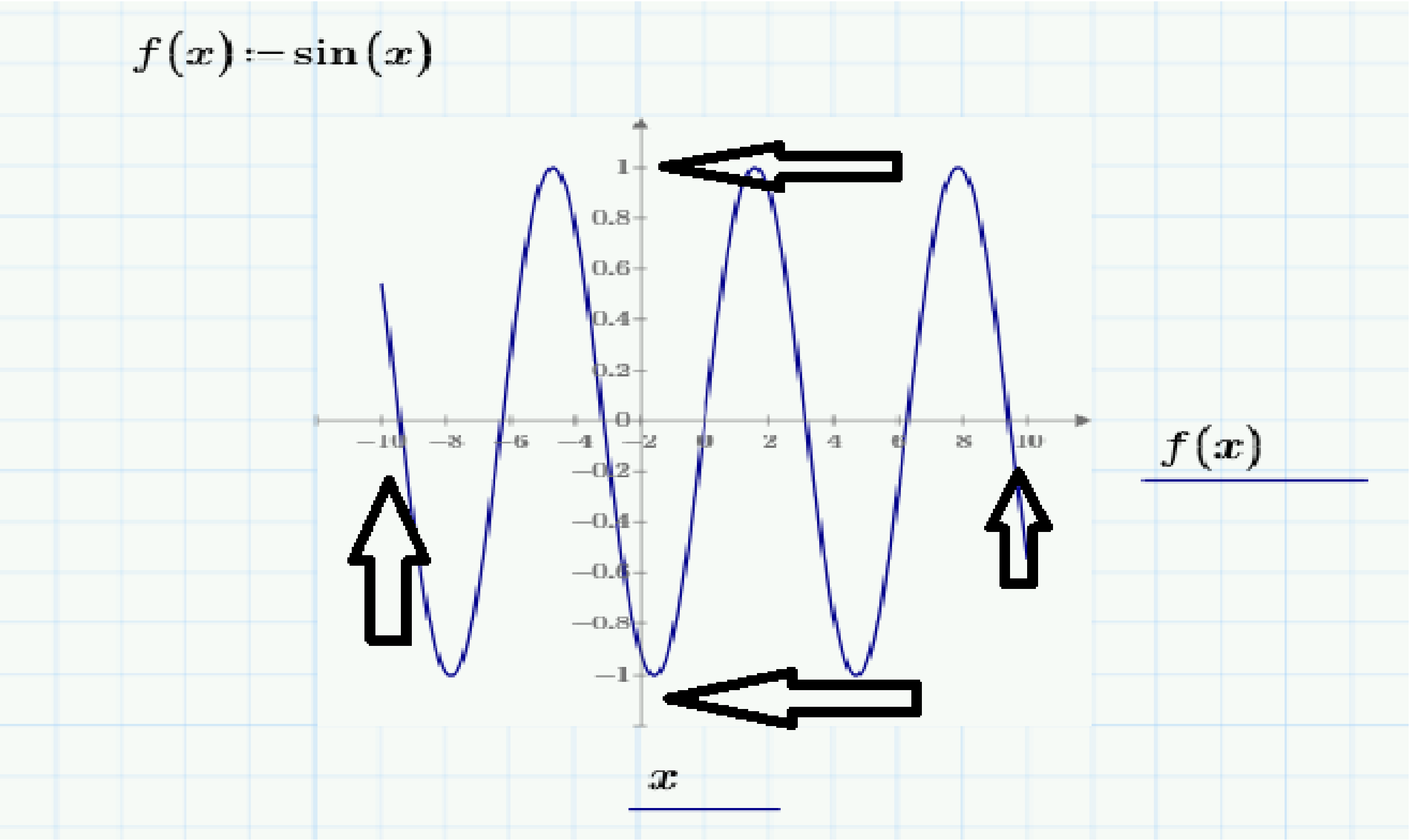
Grafice

Apare un sistem de coordonate bidimensional *XOY*. Pe axa *OX* se introduce variabila x, iar pe axa *OY* se introduce funcția (f(x)), conform figurii:



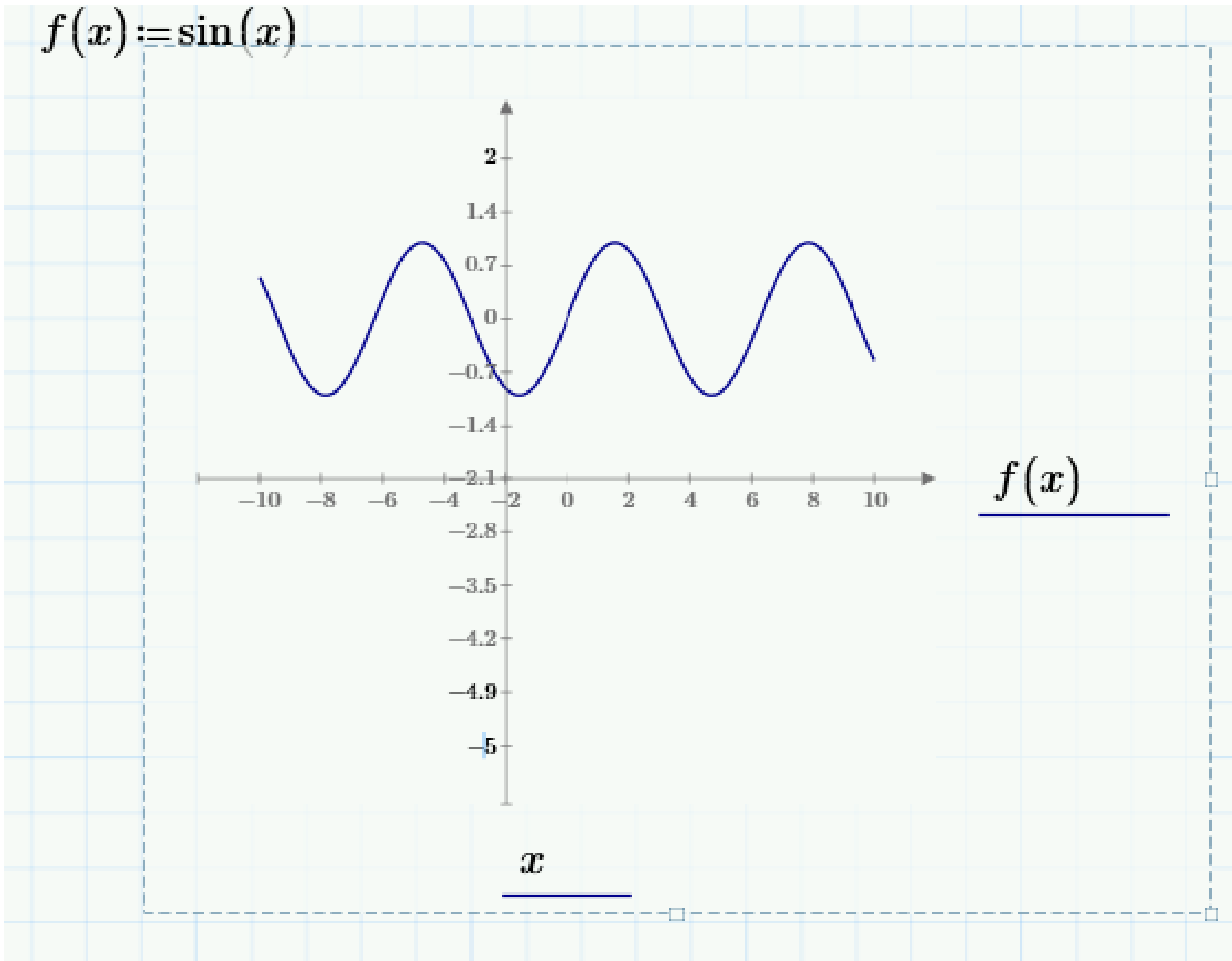
Grafice

Pe grafic se pot schimba limitele intervalelor de afișare schimbând valorile aflate la extremitatile axelor de coordinate conform figura



Grafice

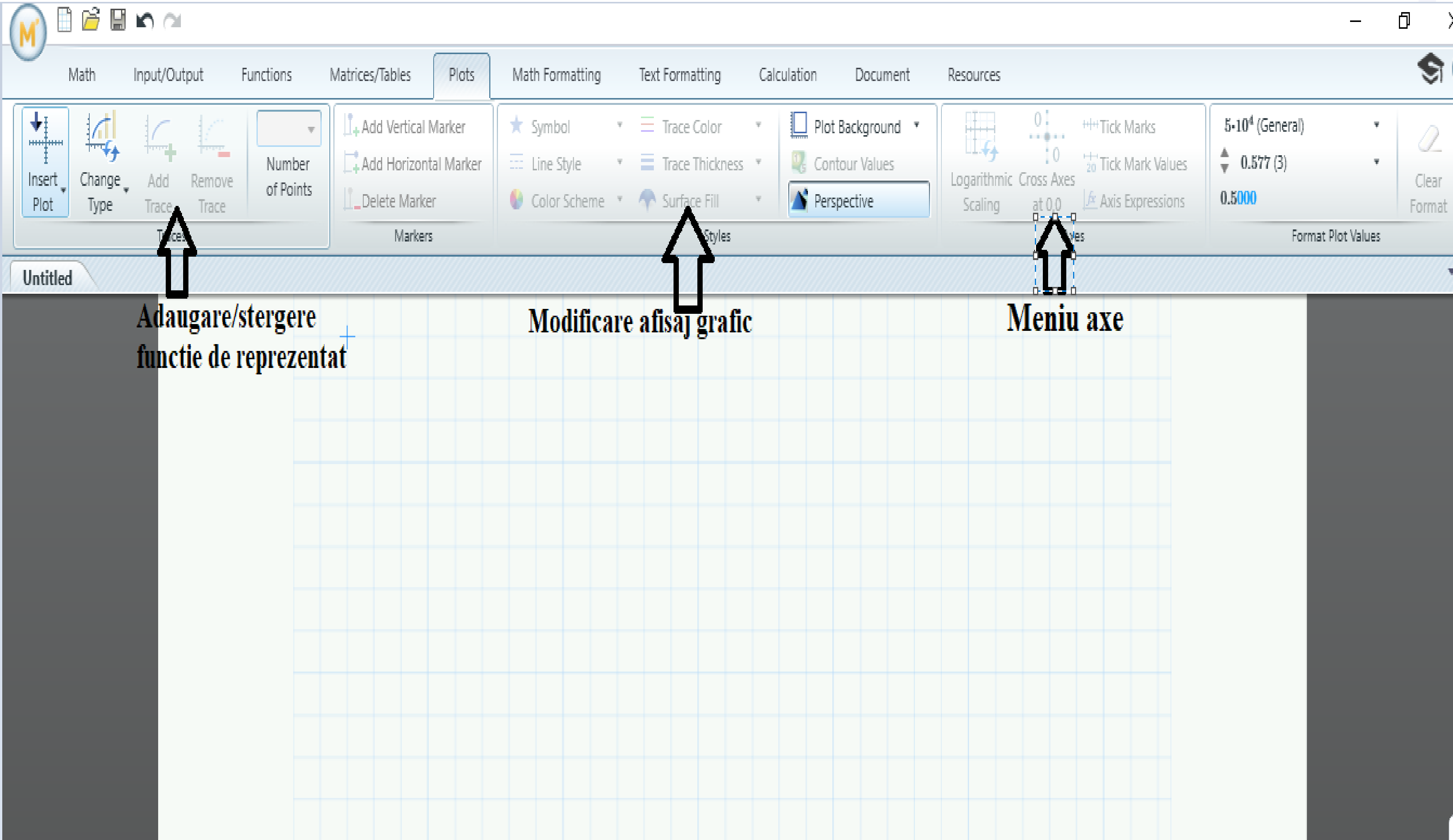
Dimensiunile graficul e pot schimba prin apucarea punctelor de dimensionare.



UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

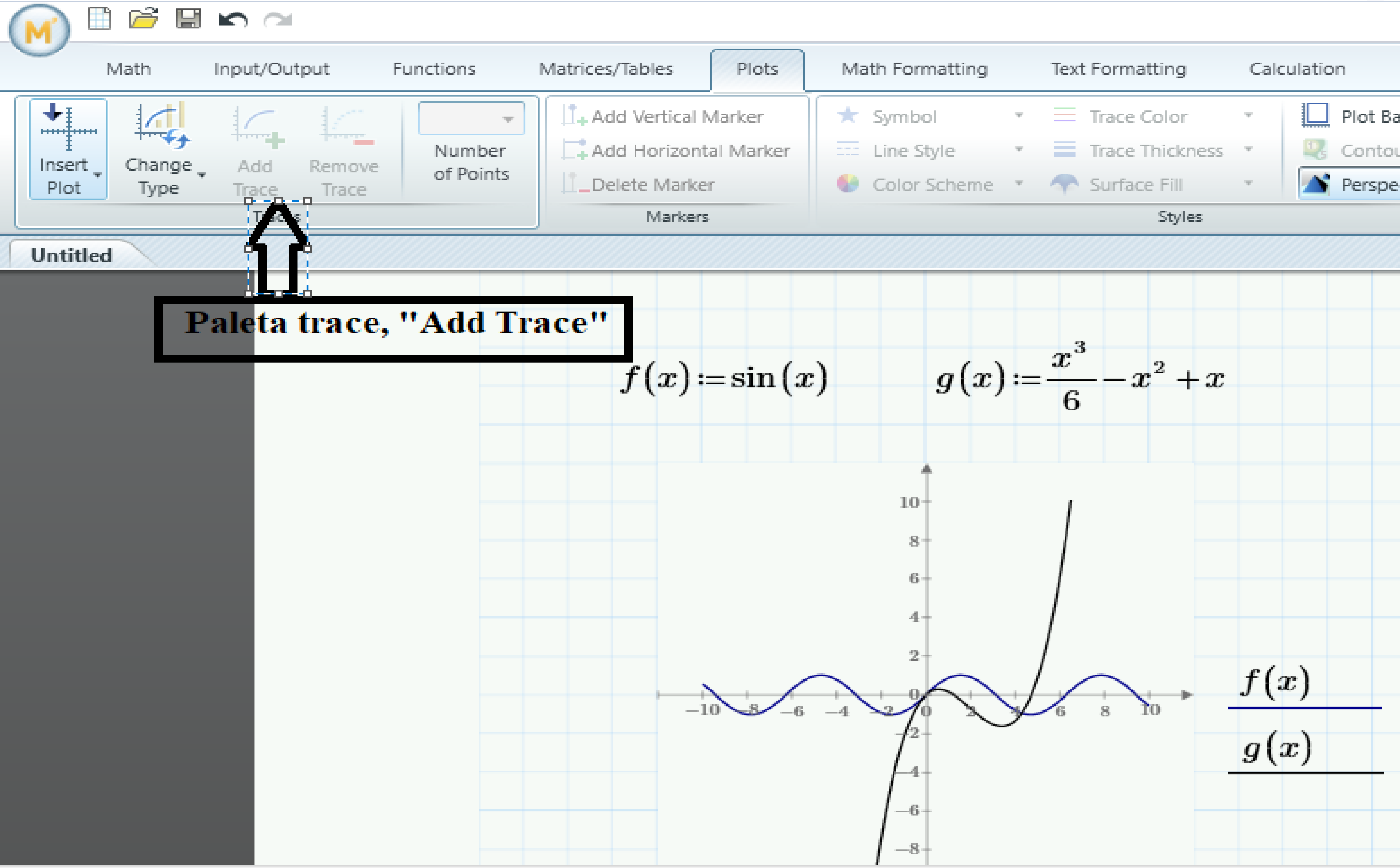
Grafice

Se poate schimba **culoarea de afișare, tipul axelor, indicatoarelor de punct**, sau **grila** accesand paletele din meniul “Plots”



Grafice

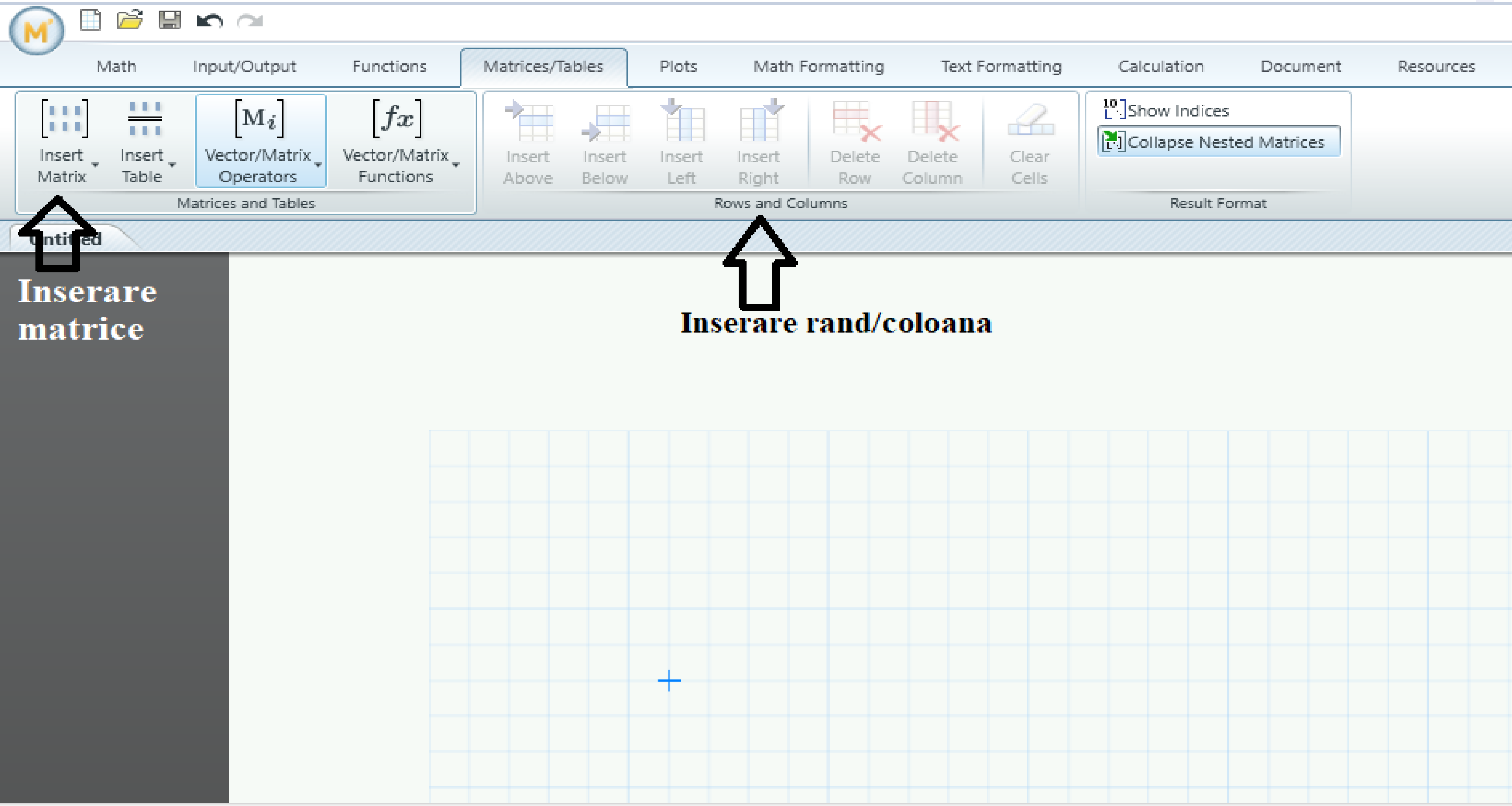
Pot fi afișate și mai multe funcții pe același grafic:



Introducerea Matricelor

→ Pentru a introduce o matrice în *Mathcad*, este necesar toolbar se acceseaza *Matrices/Tables (CTRL+M)*.

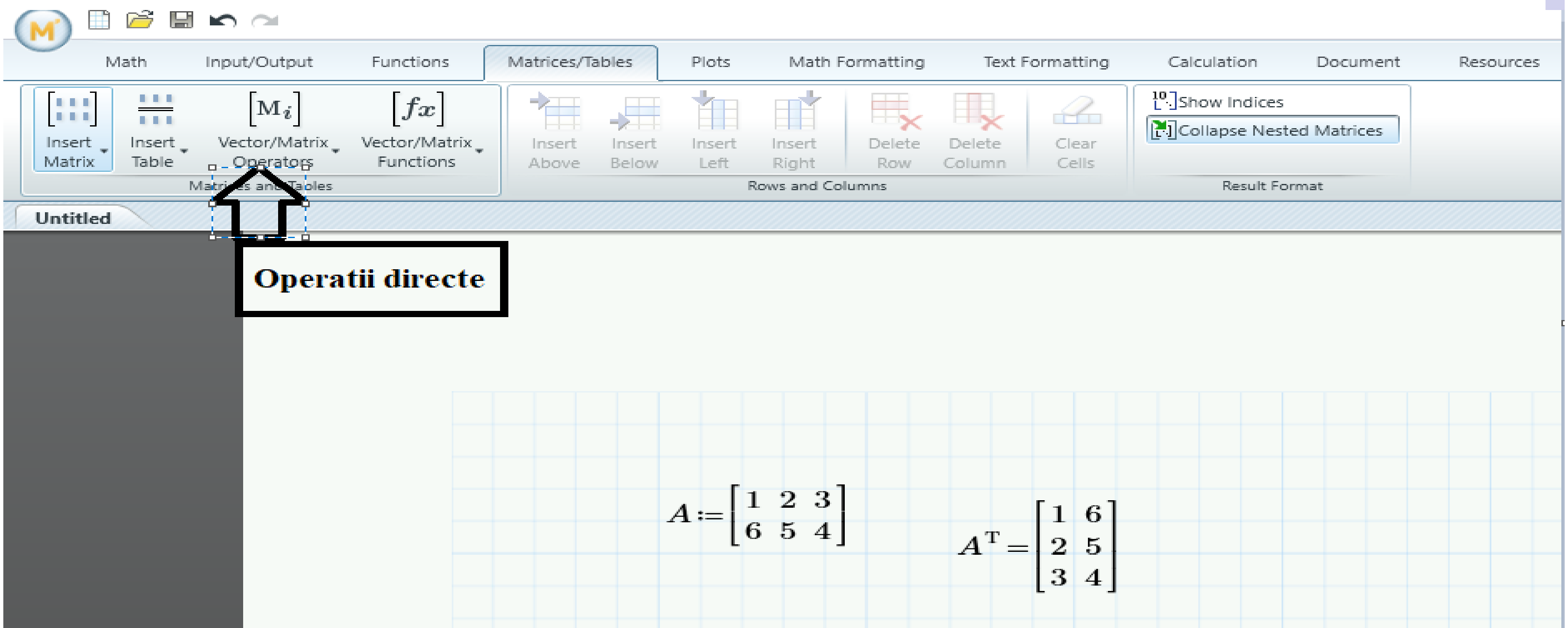
→ →Se selecteaza “Insert Matrix”. Se pot adauga linii si coloane din paleta “Rows and columns”



Introducerea Matricelor

Referirea la elementele unui matrice se face în felul următor: $\mathbf{M_{a,b}}$ unde M este matricea, **a** este linia, iar **b** este coloana. Numerotarea coloanelor și rândurilor începe la 0.

Matricelor se pot aplica comenzi, care ne oferă direct determinanta, inversa, transpusa matricei, ș.a.m.d. Comanda se poate aplica unei variabile de tip matrice, sau **direct unui matrice**. Când comanda se aplică direct unui matrice, cursorul de selecție trebuie să fie **lângă paranteza stânga sau dreapta** a matricei, **nu pe un element al matricei**.



Introducerea Matricelor

Afișaj Mathcad	Tastele introduse	Observații
$A := \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 9 & 5 \\ 5 & 8 & 2 \end{bmatrix}$	A : Ctrl+M	Introducerea unei matrici
$B := A^{-1}$	B : A ^ (Shift+6) – 1	Calculul inversei matricei A
$B = \begin{bmatrix} 0.237 & -0.516 & 0.462 \\ -0.204 & 0.355 & -0.172 \\ 0.226 & -0.129 & 0.032 \end{bmatrix}$	B =	
$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & -1.11 \cdot 10^{-16} & 5.551 \cdot 10^{-17} \\ 0 & 1 & 5.551 \cdot 10^{-17} \\ 2.22 \cdot 10^{-16} & -7.216 \cdot 10^{-16} & 1 \end{bmatrix}$	A * B =	Verificarea rezultatelor

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Comanda *Symbolics - Solve*

Pentru verificarea soluției identificate prin metoda grafică se determină rădăcinile ecuație studiate utilizând și comanda *Solve* din *Mathcad*.

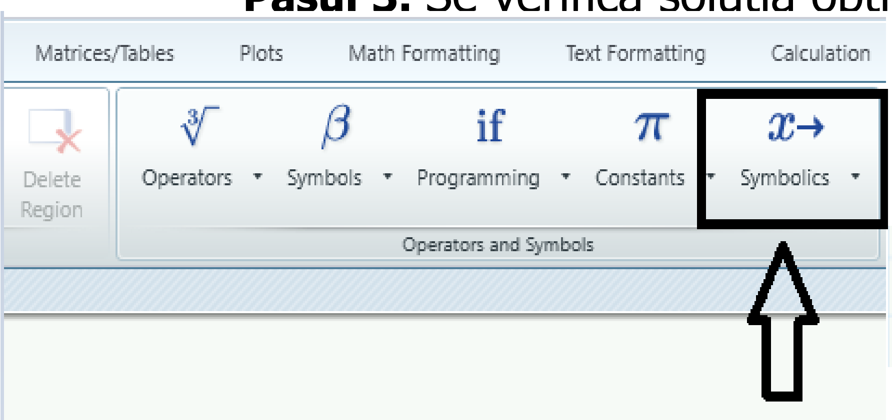
Pasul 1. Se introduce ecuația, utilizând egalul boolean. (Ctrl =).

$$4x^{3} + e^{2x} - 16 = 0$$

Pasul 2. Se selectează necunoscuta din ecuație (în cazul nostru x).

$$4 \cdot x^{3} + e^{2 \cdot x} - 16 = 0$$

Pasul 3. Se verifică solutia obtinută apelând comanda *Symbolics – Solve.*



$$4\,x^{3} + e^{2\,x} - 16 = 0 \xrightarrow{solve} 1.1483871353944900578$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Funcția predefinită *ROOT*

Funcția *root* permite determinarea unei soluții a unei ecuații algebrice f(x)=0 **în vecinătatea unui punct arbitrar fixat**.

$$solutie := root(f(x), x)$$

root(expresia sau numele funcției, variabila în raport cu care se rezolvă ecuația)

Să se rezolve ecuația: $x^2 - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$ utilizând funcția *root* din *Mathcad*.

Pasul 1. Se introduce ecuația și funcția atașată ecuației în *Mathcad*.

$$x^2 - sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$$

$$f(x) := x^2 - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Funcţia predefinită *ROOT*

Pasul 2. Se defineşte o primă aproximare arbitrară a soluţiei.

$$x_0 := -5$$

Pasul 3. Se aplică funcţia *root.*

$$sol := \mathbf{root}\left(f\left(x_0\right), x_0\right)$$

$$sol = -0.324$$

Pasul 4. Se verifică soluţia obţinută apelând din meniul principal *Symbolics – Solve*.

$$x^2 - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \xrightarrow{solve} -0.32362771106016612114$$

Funcția predefinită *ROOT*

Funcția *root* permite determinarea tuturor soluțiilor **unei ecuații polinomiale.**

- Fie ecuația polinomială $2x^5 - 7x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 5x - 20 = 0$
- Să se determine rădăcinile utilizând funcția *root* din *Mathcad*.

Pasul 1. Se introduce ecuația și funcția atașată în *Mathcad*. Indicii formali se introduc cu tasta punct .

$$2\,x^5 - 7\,x^4 + 3\,x^3 - 8\,x^2 + 5\,x - 20 = 0$$

$$f_1(x) := 2\,x^5 - 7\,x^4 + 3\,x^3 - 8\,x^2 + 5\,x - 20$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Funcția predefinită *ROOT*

Pasul 2. Se determină prima soluție în modul prezentat în **Exemplul 1**, pentru o soluție aproximativă arbitrară.

$$x := -5$$

$$x_1 := \mathbf{root}\left(f_1(x), x\right)$$

$$x_1 = 3.415$$

Pasul 3. Se determină a doua soluție.

$$f_2(x) := \frac{f_1(x)}{x - x_1}$$

$$x_0 := 0$$

$$x_2 := \mathbf{root}\left(f_2(x), x\right)$$

$$x_2 = 0.767 - 1.103i$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA

Funcția predefinită *ROOT*

Pasul 4. Se determină restul soluțiilor în mod analog. (Numărul imaginar se introduce sub formă de **1i**) Dacă se caută soluții complexe aproximația introdusă va fi un număr complex.

$$f_3(x) := \frac{f_2(x)}{x - x_2} \qquad x_0 := i \qquad x_3 := \mathrm{root}\left(f_3\left(x_0\right), x_0\right) \qquad x_3 = 0.767 + 1.103i$$

$$f_4(x) := \frac{f_3(x)}{x - x_3} \qquad x_0 := i \qquad x_4 := \mathrm{root}\left(f_4\left(x_0\right), x_0\right) \qquad x_4 = -0.724 + 1.048i$$

$$f_5(x) := \frac{f_4(x)}{x - x_4} \qquad x_0 := i \qquad x_5 := \mathrm{root}\left(f_5\left(x_0\right), x_0\right) \qquad x_5 = 0.767 - 1.103i$$

Funcția predefinită *POLYROOTS*

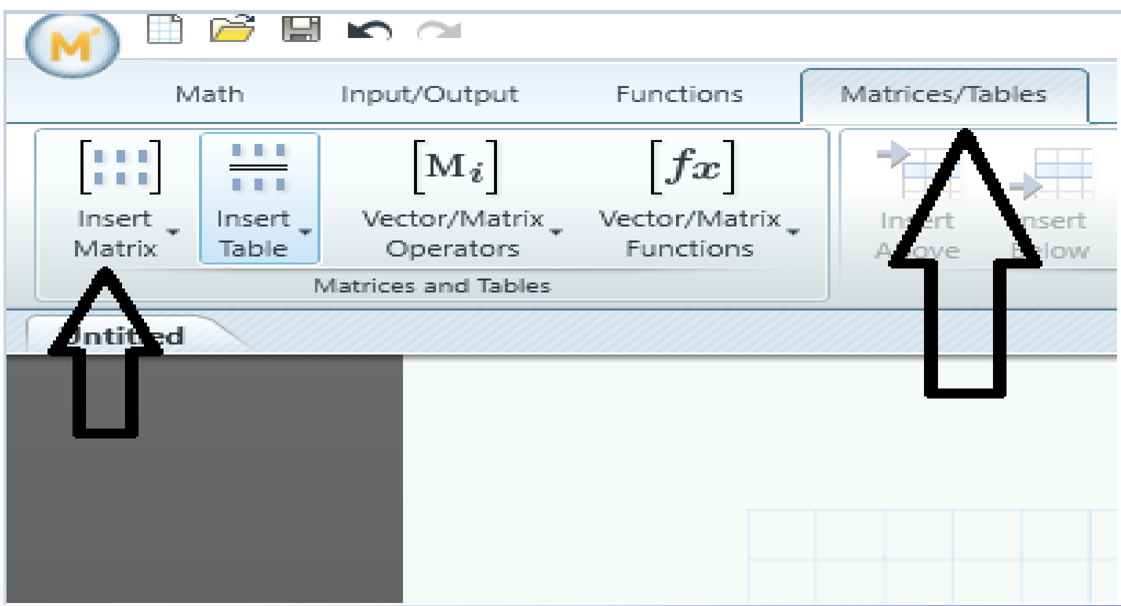
Să se rezolve ecuația polinomială $x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 6x - 10 = 0$ utilizând funcția *polyroots* din *Mathcad*.

Pasul 1. Se introduce ecuația în *Mathcad*.

$$x^4 - 7\,x^3 + 2\,x^2 + 6\,x - 10 = 0$$

Pasul 2. Se definește vectorul coeficienților:

• Vectorul se introduce cu ajutorul toolbar-ului *Matrix*. Se selectează prima icoană, *Matrix or Vector* (Shortcut: Ctrl+M), conform figurii 2.21.



Funcția predefinită *POLYROOTS*

Pasul 5. Se introduc coeficienții începând cu **gradul cel mai mic**.

$$x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 6x - 10 = 0 \qquad v := \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \\ 2 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pasul 6. Se determină soluțiile în modul prezentat mai jos. Rezultatul obținut este tot un vector, numit vectorul soluțiilor.

$$v := \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \\ 2 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad sol := \text{polyroots}(v) \qquad sol = \begin{bmatrix} -1.204 \\ 0.805 + 0.782i \\ 0.805 - 0.782i \\ 6.594 \end{bmatrix}$$