Metode Numerice de Rezolvare a Sistemelor de Ecuaţii

Aplicații de Teoria Circuitelor Electrice

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Laboratorul de Cercetare în METODE NUMERICE
NUMERICAL METHODS Research Laboratory
Technical University of Cluj-Napoca

Ș.l. Dr. Ing. Levente CZUMBIL

E-mail: Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro   WebPage: http://users.utcluj.ro/~czumbil

Metoda Inversării Matriceale

Fie sistemul de ecuaţii de mai jos:

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = b_2$$

$$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = b_3$$

Se scrie sistemul de ecuaţii sub formă matriceală şi se identifică matricea coeficienţilor *A,* respectiv vectorul termenilor liberi *B*.

$$[A] \cdot [x] = [B]$$

$$[A] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad [B] = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

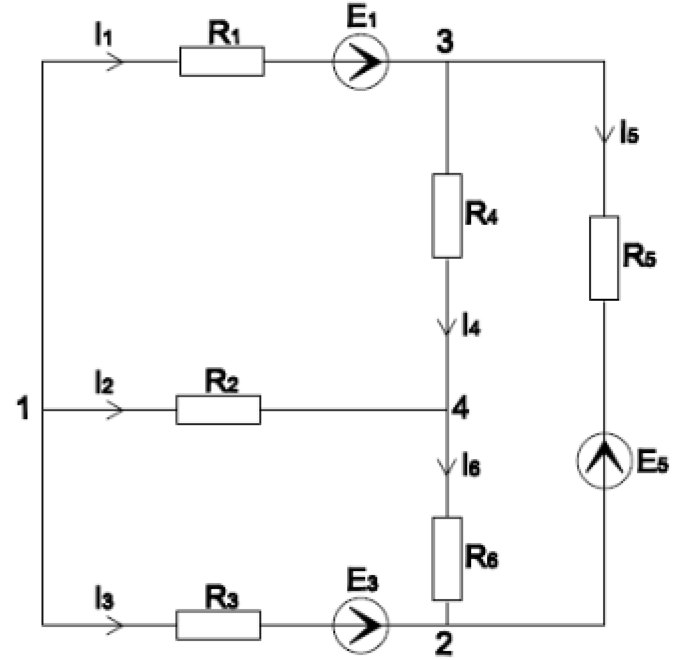
Ecuaţia matriceală obţinută se înmulţeşte la stânga cu inversa matricei *A,* astfel obţinându-se relaţia de calcul a vectorului necunoscutelor *x*

$$[A]^{-1} \Big| \quad [A] \cdot [x] = [B] \quad \Rightarrow [A]^{-1} \cdot [A] \cdot [x] = [A]^{-1} \cdot [B]$$

$$[x] = [A]^{-1} \cdot [B]$$

Metoda Inversării Matriceale

P1. Pentru circuitul de mai jos să se determine forma matriceală a **teoremelor lui Kirchhoff** și să se rezolve circuitul utilizând metoda inversării matriceale.



Se cunosc următoarele date numerice:

$R_1 := 1\ \Omega$ $R_2 := 1\ \Omega$ $R_3 := 3\ \Omega$ $R_4 := 2\ \Omega$ $R_5 := 3\ \Omega$ $R_6 := 3\ \Omega$

$E_1 := 10\ V$ $E_3 := 20\ V$ $E_5 := 30\ V$

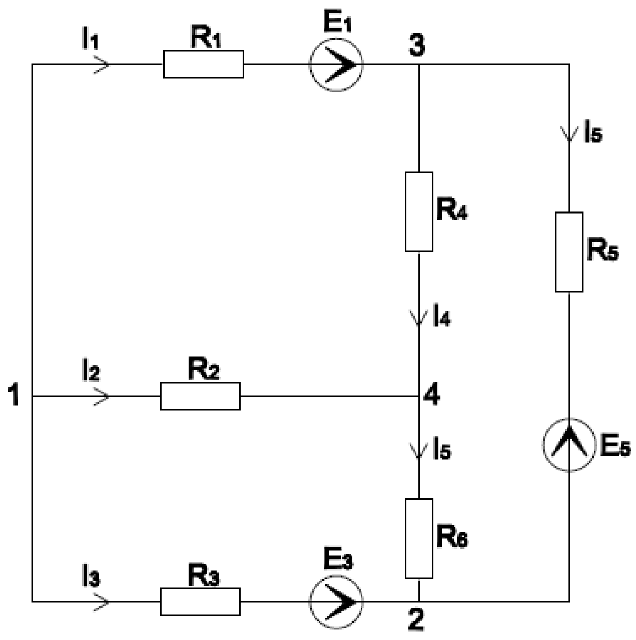
Pasul 1. Se scriu vectorii ***I***, ***E*** și ***Z***. unde ***I*** este vectorul curenților, având 6 elemente, $I_1,\dots,I_6$, a căror valori sunt necunoscutele problemei, ***E*** este vectorul tensiunilor electromotoare, tot 6 elemente, ***Z*** este o matrice de 6 x 6, în care pe diagonala principală se trec valorile rezistențelor laturilor: $R_1,\dots,R_6$, iar restul elementelor sunt completate cu zero.

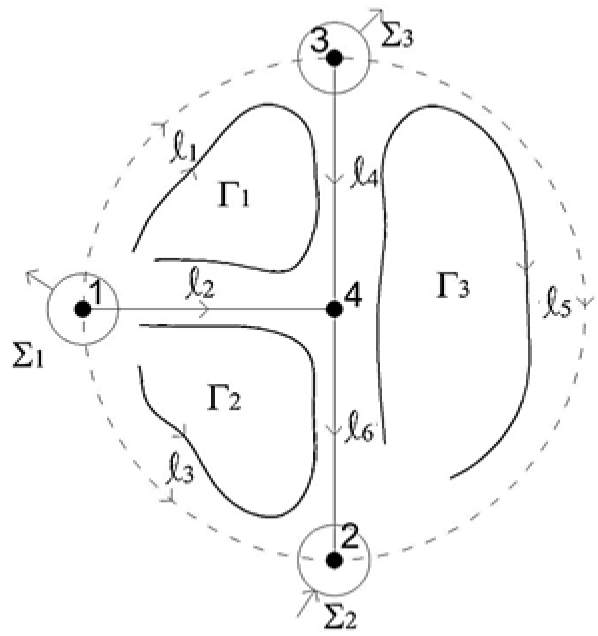
$$E := \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ E_3 \\ 0 \\ -E_5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix} V \qquad Z := \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Omega \qquad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$$

Se observă că la definirea vectorului curenților se folosește **egalul boolean** (Ctrl =), iar la vectorul tensiunilor electromotoare și matricea rezistențelor se folosește **operatorul de atribuire** (:=), deoarece acestea conțin valori numerice concrete.

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Pasul 2. Pentru a determina matricele A (matricea de incidență a laturilor la suprafețele Σ) și B (matricea de apartenență a laturilor la contururile Γ), trebuie construită **graficul circuitului.**





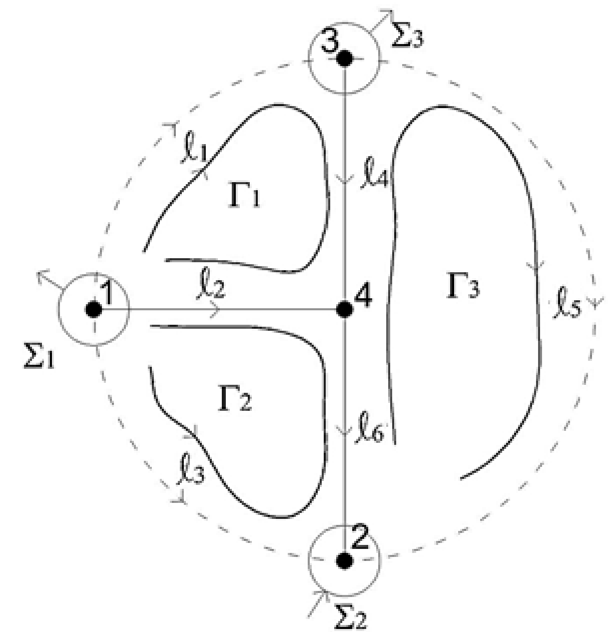
Graficul este un **desen simplificat al unui circuit** care conține **doar laturile și nodurile circuitului**.

Pasul 3. Se detemină matricile A și B utilizând graficul circuitului.

Suprafețele Σ nu pot să conțină decât o singură ramură (reprezentat cu linie continuă).

Contururile Γ nu pot să conțină decât o singură coardă (reprezentat cu linie întreruptă).

Inițial trebuie definit orientarea normalei la suprafeţele Σ şi sensul de parcurgere a contururilor Γ.



$$A = \begin{array}{c} \\ \Sigma_1 \\ \Sigma_2 \\ \Sigma_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \\ \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Pasul 5. Se introduc în Mathcad matricele ***A*** și ***B***, utilizând operatorul de atribuire.

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Pasul 6. Se studiază **prima teoremă a lui Kirchhoff** şi se identifică că membrul drept este un vector ***O*** cu *n-1=3* elemente nule. Se implementează o funcţie *VectNul(p)* care generează un vector cu *p* elemente nule şi se defineşte vectorul ***O***.

$$[A]\cdot[I]=[O] \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad O := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Metoda Inversării Matriceale

Pasul 7. Se scrie ***a doua teoremă a lui Kirchhoff*** şi se evaluează produșii ***B·Z***, respectiv ***B·E***, necesari implementării formei matriceale a teoremelor lui Kirchhoff.

$$[B]\cdot[Z]\cdot[I]=[B]\cdot[E]$$

$$B\cdot Z=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -3\\ 0 & 0 & 0 & -2 & 3 & -3\end{bmatrix}\,\Omega \qquad B\cdot E=\begin{bmatrix}10\\ 20\\ -30\end{bmatrix}\,V$$

Pasul 8. Se scrie forma matriceală a ***teoremelor lui Kirchhoff*** şi se identifică matricea ***M*** a coeficienţilor şi vectorul ***N*** a termenilor liberi:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}[A]\\ \cdots\\ [B]\cdot[Z]\end{bmatrix}}_{[M]}\cdot[I]=\underbrace{\begin{bmatrix}[O]\\ \cdots\\ [B]\cdot[E]\end{bmatrix}}_{[N]}$$

Metoda Inversării Matriceale

Pasul 9. Folosind comanda *stack* se definesc matricea coeficienţilor ***M*** şi vectorul termenilor liberi ***N***.

$$M := \text{stack}(A \cdot \Omega, B \cdot Z) \qquad N := \text{stack}(O \cdot V, B \cdot E)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 3 & -3 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega} \qquad N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \\ 20 \\ -30 \end{bmatrix} \boldsymbol{V}$$

Pasul 10. Pentru a determina curenţii din laturile circuitului se aplică metoda inversării matriceale asupra formei matriceale a teoremelor lui Kirchhoff:

$$[M] \cdot [I] = [N] \Rightarrow [I] = [M]^{-1} \cdot [N]$$

$$I := M^{-1} \cdot N$$

$$I = \begin{bmatrix} -2.286 \\ -3.714 \\ 6 \\ 4.286 \\ -6.571 \\ 0.571 \end{bmatrix} \boldsymbol{A}$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Funcţia *lsolve*

Funcția ***lsolve*** este o funcție built-in în Mathcad, utilizată pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare (**l**inear **solve**).

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = b_2$$

$$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = b_3$$

$$A \cdot x = B$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$sol := lsolve(A, B)$$

P2. Să se rezolve circuitul electric de la problema anterioară folosindu-se funcția built-in ***lsolve*** și aplicând metoda curenților de buclă (curenții ciclici) forma matriceală.

Pasul 1. Se definește relația de legătură dintre curenții din laturile circuitului și curenții de buclă (curenții ciclici):

$$[I]=[B]^{\mathrm{T}}\cdot[I_C]$$

Pasul 2. Se introduc curenții de buclă în forma matriceală a celei de-a doua teoreme a lui Kirchhoff:

$$[B]\cdot[Z]\cdot[I]=[B]\cdot[E]$$

$$[B]\cdot[Z]\cdot[B]^{\mathrm{T}}\cdot[I_C]=[B]\cdot[E]$$

Pasul 3. Se identifică matricea de coeficienți aferenți metodei curenților de buclă (curenți ciclici):

$$[Z_C]=[B]\cdot[Z]\cdot[B]^{\mathrm{T}}$$

$$Z_C:=B\cdot Z\cdot B^{\mathrm{T}} \qquad Z_C=\begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & 8 \end{bmatrix}\,\Omega$$

Funcţia *lsolve*

Pasul 4. Se determină curenții de buclă (curenții ciclici) apelând funcția built-in ***lsolve*** pentru ecuația matriceală rezultată:

$$[Z_C]\cdot[I_C]=[B]\cdot[E]$$

$$I_C:=\mathrm{lsolve}\left(Z_C, B\cdot E\right) \qquad I_C=\begin{bmatrix}-2.286\\6\\-6.571\end{bmatrix}\boldsymbol{A}$$

Pasul 5. Pe baza curenților de buclă (curenți ciclici) se determină curenții din laturile circuitului electric analizat:

$$I` := B^{\mathrm{T}}\cdot I_C$$

$$I`=\begin{bmatrix}-2.286\\-3.714\\6\\4.286\\-6.571\\0.571\end{bmatrix}\boldsymbol{A} \qquad I=\begin{bmatrix}-2.286\\-3.714\\6\\4.286\\-6.571\\0.571\end{bmatrix}\boldsymbol{A}$$

Metoda aproximaţiilor succesive (Jacobi)

Considerăm un sistem de n ecuaţii liniare cu n necunoscute scris matricial $A \cdot x = b$, dacă $\det(A) \neq 0$ şi dacă $a_{ij} \neq 0$ atunci sistemul $A \cdot x = b$ îl rescriem sub forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \ldots + \alpha_{1n}x_n + \beta_1 \\ x_2 = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \ldots + \alpha_{2n}x_n + \beta_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \ldots + \alpha_{nn}x_n + \beta_n \end{cases}$$

Se continuă rezolvarea sistemului în forma $x = \alpha \cdot x + \beta$

$$\alpha = -\begin{pmatrix} 0 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \ldots & \frac{a_{1n}}{a_{11}} \\ \frac{a_{21}}{a_{22}} & 0 & \ldots & \frac{a_{2n}}{a_{22}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{a_{n1}}{a_{nn}} & \frac{a_{n2}}{a_{nn}} & \ldots & 0 \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} \frac{b_1}{a_{11}} \\ \frac{b_2}{a_{22}} \\ \ldots \\ \frac{b_n}{a_{nn}} \end{pmatrix}$$

Se alege vectorul aproximaţiilor iniţiale ale soluţiilor

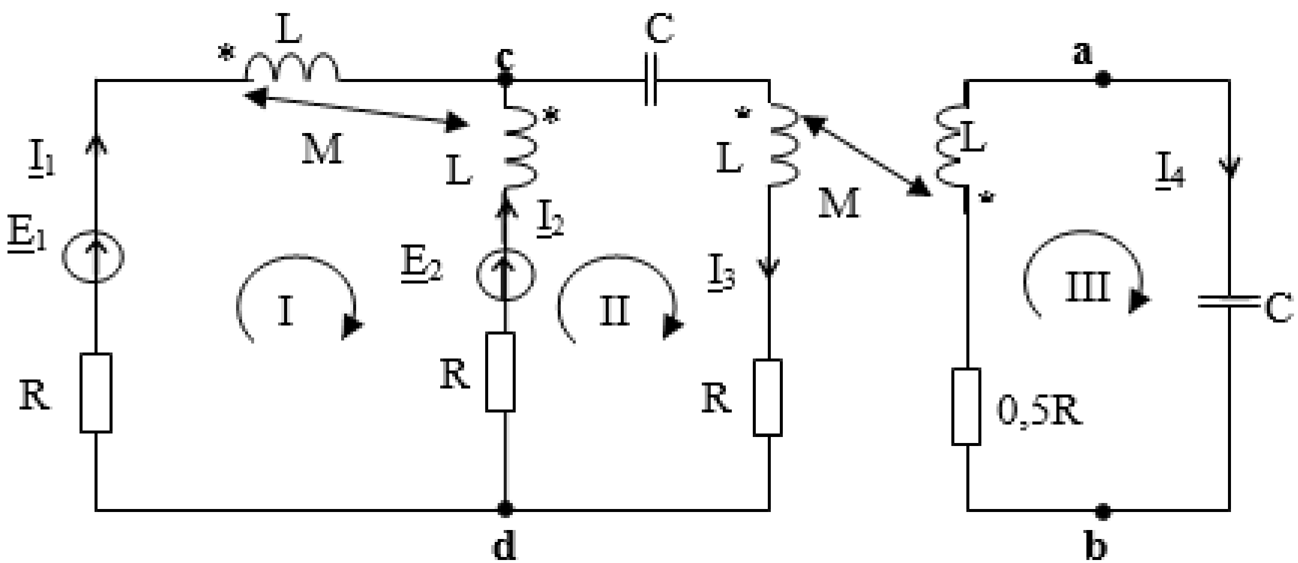
$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} & x_2^{(0)} & \ldots & x_n^{(0)} \end{bmatrix}^T \qquad x^{(0)} = \beta$$

Metoda lui Jacobi presupune calculul unui şir de aproximaţii succesive $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots$ cu ajutorul formulei de iteraţie de mai jos, care se poate demonstrează prin inducţie matematică:

$$x^{(k+1)} = \alpha \cdot x^{(k)} + \beta$$

Metoda aproximaţiilor succesive (Jacobi)

P3. Să se determine curenții din laturile circuitului de mai jos aplicând ***metoda aproximațiilor succesive*** (metoda lui Jacobi) pentru sistemul liniar de ecuații dat de ***forma clasică a metodei curenților de buclă*** (curenți ciclici).



Circuitul este alimentat de la sursele de tensiune electromotoare:

$$e_1(t) = 120\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ și } e_2(t) = 60\sqrt{2}\cos(\omega t).$$

Parametrii R, L , C ai circuitului au următoarele valori:

$$R = 8\ \Omega, C = 400\ \mu F, L = M = 13\ mH$$

Metoda aproximaţiilor succesive (Jacobi)

Pasul 1. Se definesc frecvența de lucru și pulsația circuitului:

$$f := 50\ Hz \qquad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f = 314.159\ Hz$$

Pasul 2. Se introduc parametrii R, L, C ai circuitului:

$$R := 8\ \Omega \qquad L := 13\ mH \qquad C := 400\ \mu F \qquad M := 13\ mH$$

Pasul 3. Se definesc sursele de tensiune electromotoare în complex:

$$E_1 := \frac{120}{\sqrt{2}} \cdot e^{\frac{\pi}{4} \cdot 1j}\ V = (60 + 60i)\ V \qquad E_2 := 60\ e^{-\frac{\pi}{2} \cdot 1j}\ V = -60i\ V$$

Pasul 4. Se scrie sistemul de ecuații aferent formei clasice a curenților de buclă:

$$Z_{C_{1,1}} \cdot I_{C_1} + Z_{C_{1,2}} \cdot I_{C_2} + Z_{C_{1,3}} \cdot I_{C_3} = \Sigma E_1$$

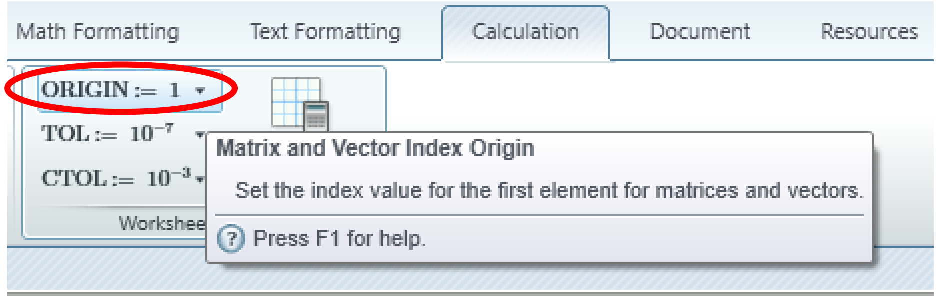
$$Z_{C_{2,1}} \cdot I_{C_1} + Z_{C_{2,2}} \cdot I_{C_2} + Z_{C_{2,3}} \cdot I_{C_3} = \Sigma E_2$$

$$Z_{C_{3,1}} \cdot I_{C_1} + Z_{C_{3,2}} \cdot I_{C_2} + Z_{C_{3,3}} \cdot I_{C_3} = \Sigma E_3$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Metoda aproximațiilor succesive (Jacobi)

Pasul 5. Se setează poziția de început pentru șiruri/matrice la 1:



Pasul 6. Se identifică din circuit, parametrii sistemului de ecuații obținut prin scrierea formei clasice a curenților de buclă (curenți ciclici):

$$Z_{C_{1,1}} := R + 1j\cdot\omega\cdot L + 1j\cdot\omega\cdot L + R + 2j\cdot\omega\cdot M = (16+16.336i)\,\Omega$$

$$\Sigma E_{3} := 0\,V$$

$$Z_{C_{2,2}} := R + 1j\cdot\omega\cdot L + \frac{1}{1j\cdot\omega\cdot C} + 1j\cdot\omega\cdot L + R = (16+0.21i)\,\Omega$$

$$\Sigma E_{2} := E_2 = -60i\,V$$

$$Z_{C_{3,3}} := 0.5\,R + 1j\cdot\omega\cdot L + \frac{1}{1j\cdot\omega\cdot C} = (4-3.874i)\,\Omega$$

$$\Sigma E_{1} := E_1 - E_2 = (60+120i)\,V$$

$$Z_{C_{1,2}} := -(R + 1j\cdot\omega\cdot L) - 1j\cdot\omega\cdot M = (-8-8.168i)\,\Omega \qquad Z_{C_{2,1}} := Z_{C_{1,2}} \qquad Z_{C_{1,3}} := 0\,\Omega$$

$$Z_{C_{2,3}} := 1j\cdot\omega\cdot M = 4.084i\,\Omega \qquad Z_{C_{3,1}} := Z_{C_{1,3}} \qquad Z_{C_{3,2}} := Z_{C_{2,3}}$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Metoda aproximaţiilor succesive (Jacobi)

Pasul 7. Se identifică matricea de coeficienți și vectorul termenilor liberi corespunzători sistemului de ecuații provenit din forma clasică a metodei curenților de buclă (curenți ciclici):

$$A := Z_C = \begin{bmatrix} 16+16.336i & -8-8.168i & 0 \\ -8-8.168i & 16+0.21i & 4.084i \\ 0 & 4.084i & 4-3.874i \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega} \qquad B := \Sigma E = \begin{bmatrix} 60+120i \\ -60i \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{V}$$

Pasul 8. Se implementează algoritmul de calcul a matricei de coeficienți α corespunzător metodei aproximațiilor succesive (metodei lui Jacobi):

$$\alpha := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..\text{rows}(A) \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..\text{cols}(A) \\ \quad \left\| a_{i,j} \leftarrow \text{if}\left(i = j, 0, -\dfrac{A_{i,j}}{A_{i,i}}\right) \right. \end{array} \right. \\ a \end{array} \right.$$

// inceperea instructiunii iterative **for** pentru transformrea matricei α

//elementele de pe diagonala principala se egaleaza 0

//celelalte elemente se scriu dupa raportul dat

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.507+0.504i & 0 & -0.003-0.255i \\ 0 & 0.51-0.527i & 0 \end{bmatrix}$$

Metoda aproximaţiilor succesive (Jacobi)

Pasul 9. Se implementează algoritmul de calcul a vectorului de liberi β corespunzător metodei aproximațiilor succesive (metodei lui Jacobi):

$$\beta := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..\text{last}(B) \\ \quad \left\| b_i \leftarrow \dfrac{B_i}{A_{i,i}} \right. \\ b \end{array} \right.$$

//procedeu analog de calcul pentru vectorul termenilor liberi β

$$\beta = \begin{bmatrix} 5.585+1.797i \\ -0.049-3.749i \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{A}$$

Pasul 10. Se inițializează procesul iterativ aferent metodei lui Jacobi:

$$X^{\langle 1 \rangle} := \beta \qquad N := 25$$

Pasul 11. Se realizează procesul iterativ de aproximare succesivă și se vizualiză convergența soluțiilor:

$$k := 1..N-1 \qquad X^{\langle k+1 \rangle} := \alpha \cdot X^{\langle k \rangle} + \beta$$

$$X = \begin{bmatrix} 5.585+1.797i & 5.561-0.077i & 6.523+1.785i & 6.751+1.562i & \\ -0.049-3.749i & 1.875-0.025i & 2.332-0.47i & 2.097+0.204i & \\ 0 & -2.001-1.887i & 0.944-1i & 0.942-1.468i & \dots \end{bmatrix} \boldsymbol{A}$$

Pasul 12. Se extrag curenții de buclă (curenții ciclici) din matricea de soluții obținut:

$$I_C := X^{\langle N \rangle} \qquad I_C = \begin{bmatrix} 6.628+1.929i \\ 2.086+0.264i \\ 1.204-0.965i \end{bmatrix} \boldsymbol{A}$$

Pasul 13. Se reconstruiesc curenții din laturile circuitului:

$$I_1 := I_{C_1} = (6.628+1.929i) \cdot \boldsymbol{A} \qquad I_2 := I_{C_2} - I_{C_1} = (-4.542-1.665i) \cdot \boldsymbol{A}$$

$$I_3 := I_{C_2} = (2.086+0.264i) \cdot \boldsymbol{A} \qquad I_4 := I_{C_3} = (1.204-0.965i) \cdot \boldsymbol{A}$$

Pasul 14. Se determină forma sinusoidală a curenților din laturile circuitului:

$$|I_1| = 6.904\ \boldsymbol{A} \qquad \gamma_1 := \arg(I_1) = 16.23\ \boldsymbol{deg} \qquad i_1(t) := |I_1| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_1)$$

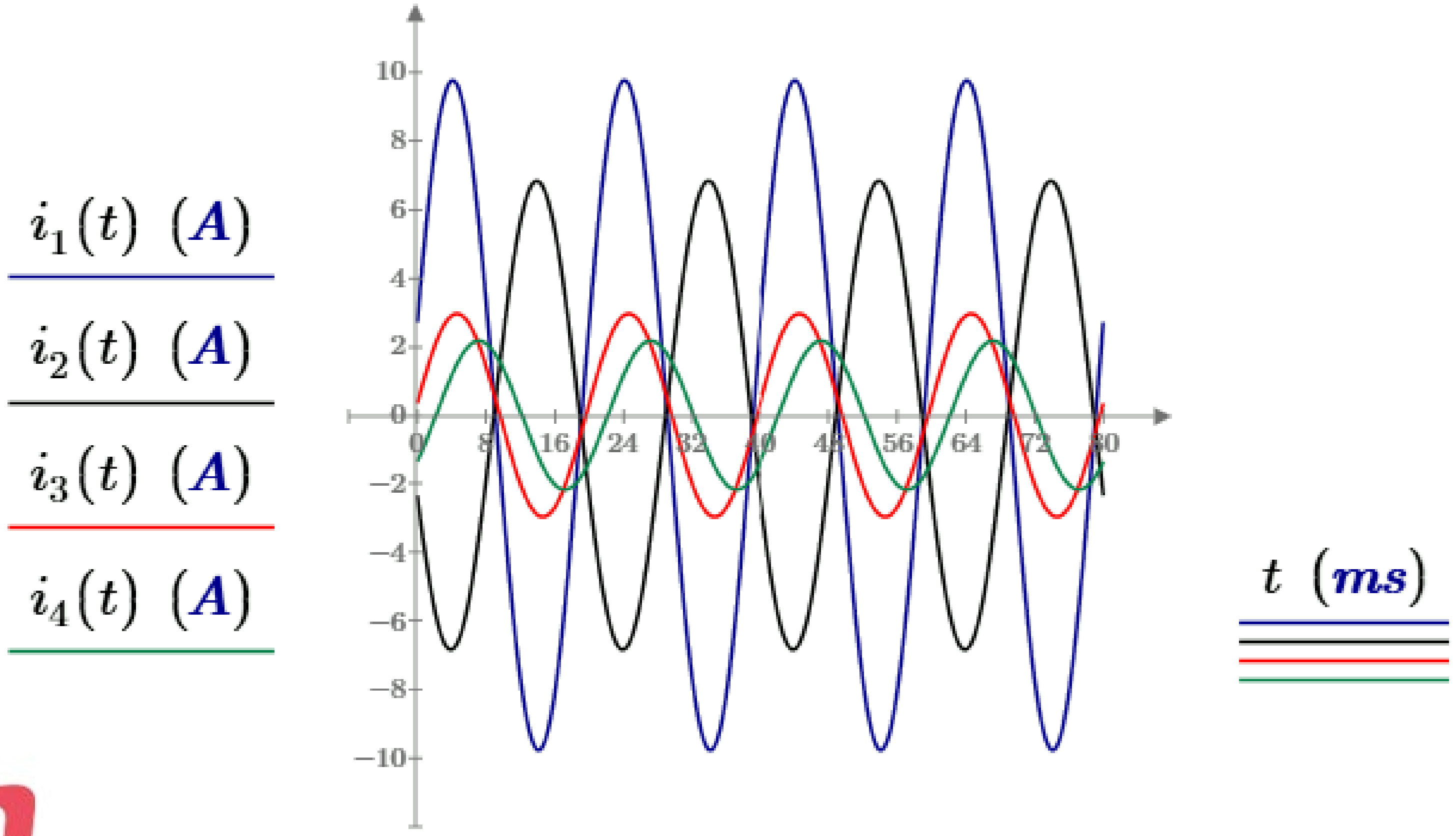
$$|I_2| = 4.838\ \boldsymbol{A} \qquad \gamma_2 := \arg(I_2) = -159.86\ \boldsymbol{deg} \qquad i_2(t) := |I_2| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_2)$$

$$|I_3| = 2.103\ \boldsymbol{A} \qquad \gamma_3 := \arg(I_3) = 7.21\ \boldsymbol{deg} \qquad i_3(t) := |I_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_3)$$

$$|I_4| = 1.543\ \boldsymbol{A} \qquad \gamma_4 := \arg(I_4) = -38.711\ \boldsymbol{deg} \qquad i_4(t) := |I_4| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_4)$$

Pasul 15. Se reprezintă grafic curenții din laturile circuitului:

$t := 0\ ms, 0.1\ ms .. 80\ ms$



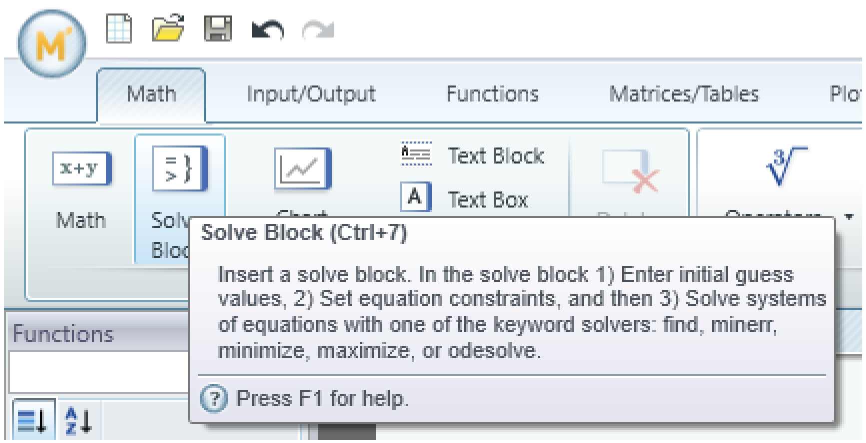
Blocul *Solve*

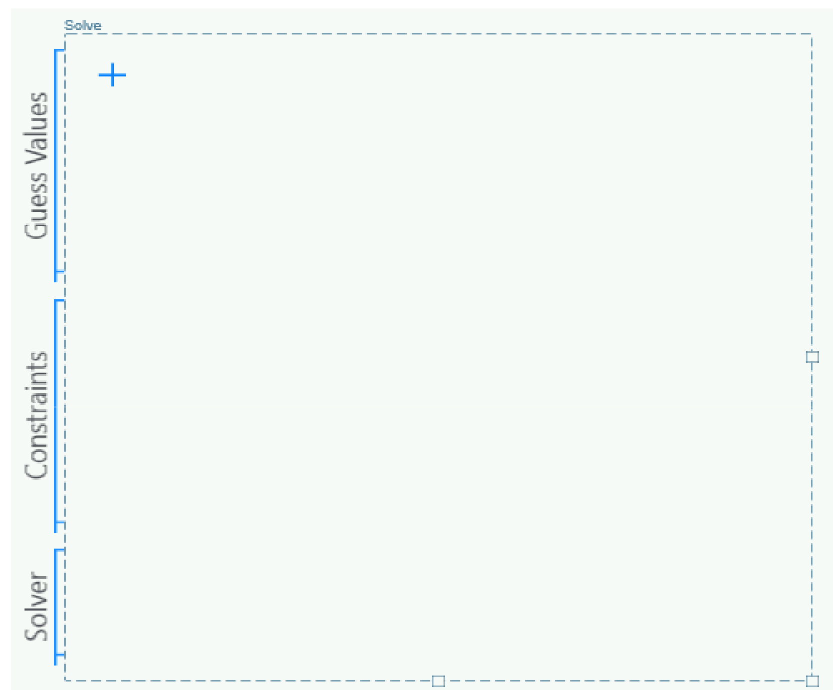
P4. Să se rezolve sistemul de ecuații neliniar de mai jos folosindu-se ***Blocul Solve*** din utilitarul *MathCad*.

$$x^2 - 4\ x \cdot y + \frac{y}{x-3} = 9$$

$$ln(5\ y) - 8\ y^2 + 4\ x = 15$$

Pasul 1. Se apelează ***Blocul Solve*** din utilitarul *MathCad:*





Pasul 2. Se introduc valorile de pornire pentru necunoscutele *x* și *y*:

Guess Values

$$x := 1 \qquad y := 1$$

Constraints

$$x^2 - 4\,x \cdot y + \frac{y}{x-3} = 9$$

$$ln(5\,y) - 8\,y^2 + 4\,x = 15$$

Pasul 3. Se introduce sistemul de ecuații care trebuie rezolvat:

Pasul 4. Se apelează funcția built-in ***Find***:

Solver

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \mathrm{Find}(x, y)$$

Blocul *Solve*

Guess Values

$x := 1 \qquad y := 1$

Constraints

$$x^2 - 4\ x \cdot y + \frac{y}{x-3} = 9$$

$$ln(5\ y) - 8\ y^2 + 4\ x = 15$$

Solver

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \mathbf{Find}(x, y)$$

Pasul 5. Se vizualizează soluțiile obținute pentru ***x*** și ***y***:

$x = 3.949 \qquad y = 0.447$

Metode Numerice de Rezolvare a Sistemelor de Ecuaţii

Aplicații de Teoria Circuitelor Electrice

Ș.l. Dr.Ing. Levente CZUMBIL