

## Tehnica de transmisie DMT (Discrete MultiTone)

### 1. Necesitatea

- caracteristica  $a(f)$  a cablurilor (torsadate) poate fi aproximată cu una liniară a cărei pantă pozitivă și valoare inițială depind de calitatea și lungimea cablului; acest fapt are două consecințe asupra transmisiilor pe cablu:

- în cazul transmisiilor pe o singură purtătoare, semnalul modulat este distorsionat semnificativ dat.  $\Delta a(f)$
- considerând  $N_0$  a zgomotului constantă, valoarea SNR la recepție scade cu creșterea frecvenței, datorită atenuării mai mari a semnalului transmis.

- de asemenea, zgomotele provocate de diafonie afectează anumite frecvențe ale spectrului ducând la înrăutățirea SNR în zonele respective ale spectrului.

- ținând cont de cele de mai sus transmisiile multipurtător sunt utilizate și pentru comunicațiile pe cablu pentru:

- a adapta constelația folosită la valoarea SNR din sub-banda de frecvență respectivă, a.î. să se asigure o eficiență spectrală maxim posibilă, cu condiția respectării valorii maxim impusă a BER sau BLER
- a adapta banda de frecvență a semnalului modulat la banda de coerență a cablului

### 2. Tehnica de transmisie DMT

- așa cum s-a arătat în capitoul dedicat OFDM, prin utilizarea IDFT (IFFT) în  $N$  puncte (cu o frecvență de eșantionare  $f_e = N \cdot f_s$ ) se obține suma a  $N$  semnale complexe distincte modulate pe  $N$  subpurtătoare.

- această sumă este definită de coeficientul părții reale  $I(n)$  și cel al părții imaginare  $Q(n)$ ;

- cei doi coeficienți sunt semnale reale care ocupă aceeași bandă de frecvență,  $[0, N \cdot f_s]$

- pentru a permite demodularea semnalelor QAM transmise pe  $N$  subpurtătoare, la recepție sunt necesare atât partea imaginară cât și partea reală a semnalului modulat OFDM-BB,  $I(t)$  și  $Q(t)$ .

- în cazul transmisiilor pe canale radio, cele două semnale reale  $I(t)$  și  $Q(t)$  sunt transmise pe două purtătoare ortogonale de canal  $A \cos \omega_p t$  și  $A \sin \omega_p t$ , cu o modulație QAM.

- în cazul transmisiei pe cablu torsadat, semnalul modulat OFDM-BB nu este translatat pe purtătoare, datorită creșterii atenuării odată cu creșterea frecvenței. În consecință nu se pot transmite cele două semnale reale care constituie părțile reală și, respectiv, imaginare ale semnalului OFDM-BB.

- pe de altă parte, transmiterea doar a părții reale a semnalului OFDM-BB este echivalentă cu transmiterea doar a  $N/2$  subcanale distincte, deoarece pentru semnale reale utilizarea unei frecvențe de eșantionare  $f_e = N \cdot f_s$  permite doar refacerea a semnalelor cu  $f \leq f_s \cdot N/2$ .

- rezultă că pentru a transmite  $N$  subpurtătoare distincte (cu frecvențe multipli întregi de  $f_s$ ) folosind doar semnalul real  $I(t)$ , trebuie ca:

- frecvența de eșantionare să fie  $f_e = 2N \cdot f_s$ , pentru a permite recuperarea a  $N$  sub-canale distincte
- partea imaginară  $Q(t)$  să aibă o valoare constantă, independentă de setul de date modulatorie, care să fie cunoscută la recepție și care nu este transmisă. Aceasta conduce la transmiterea unui singur semnal real

*Notă: în literatura de specialitate, în cazul transmisiilor pe cablu, subpurtătoarele sunt denumite tonuri*

- pentru a îndeplini condițiile de mai sus, trebuie impuse trei condiții semnalului OFDM-BB:

- modulatorul realizat cu un bloc IFFT va avea  $2N$  intrări în loc de  $N$ ;
- nivelele modulatorie care modulează QAM tonurile  $N+1, \dots, 2N-1$ , vor fi complex conjugatele nivelelor introduse pe tonurile  $N-1, \dots, 1$
- tonurile  $0$  respectiv  $N$  au un regim special, nivelele modulate pe aceste tonuri trebuind să fie nule.

- condițiile de mai sus pot fi exprimate sub forma:

$$c_k = a_k + j b_k \text{ - simbolurile modulatorie complexe pe tonurile } k, k=1,2,\dots,N-1$$

$$c_{2N-k} = (c_k)^* = a_k - j b_k \text{ ; simbolurile modulatorie complexe pe tonurile } N+1, \dots, 2N-1 \quad (1)$$

$$c_0 = c_N = 0 + j0$$

- prima condiție asigură transmiterea a  $N-1$  tonuri, iar îndeplinirea suplimentară a ultimelor două condiții din (1) face ca partea imaginară a semnalului de la ieșirea IDFT (OFDM-BB) să fie nulă, indiferent de valorile nivelelor modulatorie.

- rezumând putem spune că semnalul DMT este un semnal OFDM-BB care modulează  $2N$  tonuri pentru a asigura  $N-1$  tonuri distincte și care are partea imaginară nulă.

### 3. Modularea DMT

- semnalul modulat DMT în funcție de  $k$  (index ton - frecvență multiplu de  $f_s$ ) și  $n$  (index de timp discret) se va scrie:

$$s(n) = \sum_{k=0}^{2N-1} c_k e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} \quad (2)$$

- ținând cont de relația (1) și de observațiile privitoare la tonurile 0 și  $N$ , semnalul DMT modulat se poate rescrie astfel:

$$\begin{aligned} \text{pt. } k &= 2N - k', k' = 1, \dots, N-1 \Rightarrow a_k = a_{k'}, \quad b_k = -b_{k'} \Rightarrow \\ s(n) &= \sum_{k=0}^{2N-1} (a_k + jb_k) e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} = \sum_{k=1}^{N-1} (a_k + jb_k) e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} + \sum_{k=N+1}^{2N-1} (a_k + jb_k) e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} = \\ &= \sum_{k=1}^{N-1} (a_k + jb_k) e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} + \sum_{k'=1}^{N-1} (a_{k'} - jb_{k'}) e^{j \frac{2\pi(2N-k')n}{2N}} = \\ &= \sum_{k=1}^{N-1} a_k (e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} + e^{j 2\pi n} e^{-j \frac{2\pi kn}{2N}}) + j \sum_{k=1}^{N-1} b_k (e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} - e^{j 2\pi n} e^{-j \frac{2\pi kn}{2N}}); \end{aligned} \quad (3)$$

- deoarece  $n$  este indice de timp discret, deci un număr natural  $\Rightarrow e^{j 2\pi n} = \cos(2\pi n) + j \sin(2\pi n) = 1$

- folosind relațiile lui Euler pentru funcțiile sinus și cosinus, relația (3) devine:

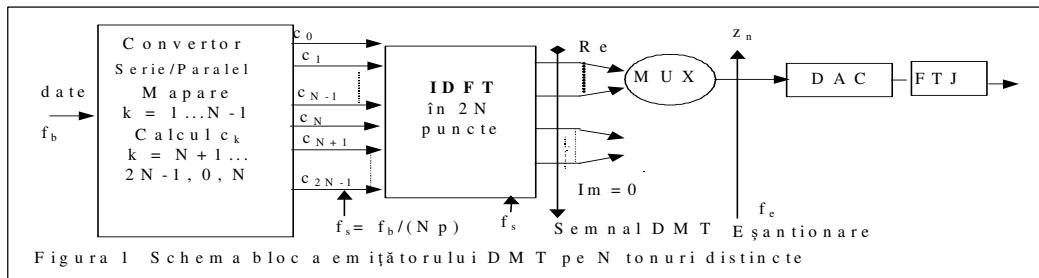
$$\begin{aligned} s(n) &= \sum_{k=1}^{N-1} a_k (e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} + e^{-j \frac{2\pi kn}{2N}}) + j \sum_{k=N}^{N-1} b_k (e^{j \frac{2\pi kn}{2N}} - e^{-j \frac{2\pi kn}{2N}}) = \sum_{k=1}^{N-1} 2a_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right) + j \sum_{k=1}^{N-1} 2jb_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow s(n) &= 2 \sum_{k=1}^{N-1} [a_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right) - b_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right)] \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (4)$$

- rezultă că în urma modulării, semnalul DMT va fi un semnal real, fiind suma părților reale ale produselor complexe dintre simbolul modulator complex  $c_k$  și subpurtătorul complex  $e^{jk 2\pi k' f_s t}$ ,  $k=1, \dots, N-1$ .

- totodată se observă că modularea cu IFFT în  $2N$  puncte a datelor complex conjugate duce la obținerea a câte unui simbol DMT compus din  $2N$  eșantioane reale pe durata sa  $T_s$ ;

- fiecare eșantion este suma sumă semnalelor modulate pe toate tonurile pe durata perioadei de eșantionare respective.

- schema bloc a modulatorului DMT este prezentată în figura 1.



### 4. Conversia paralel-serie și introducerea intervalului de gardă

- ieșirile paralele ale părții reale din circuitul IFFT ( $2N$  valori) sunt convertite într-un șir de biți serial la care se va adăuga un interval de gardă, pe durata căruia se transmite *prefixul ciclic*.

- pentru DMT, în sistemele DSL, s-a stabilit ca lungimea intervalului de gardă să fie  $\gamma = T_s/16$  ( $T_s = 1/f_s$ )  $\leftrightarrow v = N/16$  eșantioane.

- adăugarea prefixului ciclic este arătată principal în figura 2. Ultimele  $v$  eșantioane ale simbolului DMT sunt copiate și apoi adăugate la începutul simbolului respectiv, adică se face o preordonare la emisie.

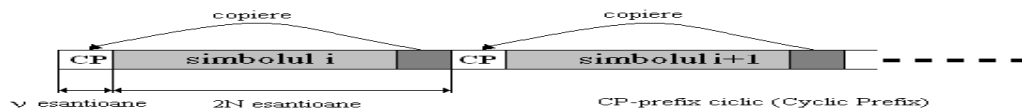


Figura 2 Inserarea intervalului de gardă (prefix ciclic) în DMT

- introducerea prefixului ciclic are următoarele efecte, vezi cursul de OFDM:

- adăugarea acestuia creează un spațiu de gardă între două simboluri consecutive în domeniul timp, asi-

gurând reducerea ISI în domeniul timp. ISI va afecta doar acest prefix ciclic, care la recepție va fi eliminat, doar eşantioanele utile ale simbolului fiind livrate blocului de demodulare. Durata prefixului ciclic trebuie să fie mai mare decât durata răspunsului la impuls a canalului pentru a se elimina ISI în domeniul timp.

- reduce interferența intercanal (inter-ton) (*ICI – Inter-Channel Interference*) pe durata aceleiași perioade de simbol DMT
- introduce și o bandă de gardă în domeniul frecvență, adică o diferență între banda unui ton și intervalul de frecvență la care sunt spațiate tonurile. Rețineți că purtătoarele sunt plasate la diferență de  $f_s$  între ele, iar frecvența de simbol a transmisiei este  $f_s' = f_s/(1 + \gamma) < f_s = f_c/2N$ ; banda de frecvență a transmisiei pe un ton poate fi aproximată cu  $(k \cdot f_s - f_s'/2, k \cdot f_s + f_s'/2)$ .

- prefixul ciclic poate fi folosit la sincronizarea tactului de simbol și a tactului de eşantionare, precum și la egalizarea în domeniul timp; apoi prefixul ciclic este eliminat, nefiind folosit la demodulare.

### 5. Considerații privitoare la convertoarele D/A, A/D și filtrele de emisie și recepție

- convertoarele D/A, A/D dintr-un sistem DMT trebuie să fie mult mai precise și cu o gamă dinamică mai mare decât convertoarele necesare unor sisteme OFDM-BB sau cu o singură purtătoare.
- aceasta se datorează în principal faptului că valorile posibile ale amplitudinii unui semnal DMT sunt mult mai numeroase decât valorile unui semnal provenit din alt sistem de transmisie clasic, iar semnalul de ieșire are o dinamică mai mare; în DMT se pot utiliza și constelații cu  $2^{15} = 32768$  fazori
- dacă gama dinamică a semnalului modulat este mai mare decât gama dinamică a convertorului D/A poate apărea distorsiunea de “clipping”, adică limitarea amplitudinii semnalului convertit
- filtrul de emisie are rolul de a elimina replicile de înaltă frecvență ale semnalului ce urmează a fi transmis, apărute datorită implementării complet digitale a sistemului DMT.
- la intrarea în receptor trebuie să existe un același tip de filtru care are rolurile de elimina componentele exterioare benzii utile și de a realiza o filtrare anti-alias înainte de eşantionarea semnalului la recepție.

### 6. Demodularea DMT

- după realizarea egalizării și după eliminarea prefixului ciclic, șirul de eşantioane de la intrarea receptorului DMT este convertit în blocuri de eşantioane paralele cu  $2N$  valori. Acestea vor intra în blocul de demodulare realizat cu un circuit FFT în  $2N$  puncte, ceea ce este echivalent cu trecerea semnalului din domeniul timp înapoi în domeniul frecvență.
- la ieșirea blocului de demodulare din cele  $2N$  ieșiri disponibile doar  $N-1$  din primele  $N$  sunt utile, datorită conjugării nivelelor transmise pe (vezi relația (1)). Vezi și observațiile privitoare la tonurile 0 și  $N$ .
- mai jos este prezentată operația de demodulare în condițiile în care la recepție tactul de simbol și tactul de eşantionare sunt perfect sincronizate, iar partea imaginară a semnalului recepționat e nulă.
- folosind relațiile lui Euler, expresia datelor demodulate pe tonul  $w$ , unde  $w$  este indexul de ton la blocul de receptor realizat cu circuit FFT, se scrie:

$$c_w = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} 2 \left( a_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right) - b_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{2N}\right) \right) \right] e^{-j\frac{2\pi w n}{2N}} =$$

$$= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \left( a_k \left( e^{j\frac{2\pi(k-w)n}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi(k+w)n}{2N}} \right) + j b_k \left( e^{j\frac{2\pi(k-w)n}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi(k+w)n}{2N}} \right) \right) \right] \quad (5)$$

- contribuția semnalului modulat pe canalul  $w$  la datele demodulate pe același canal  $c_{w-w}$  se obține făcând indexul de canal  $k = w$  în relația (5):

$$c_{w-w} = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} a_w \left( e^{j\frac{2\pi n \cdot 0}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} \right) + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi n \cdot 0}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} \right) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} a_w \left( 1 + e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} \right) + j b_w \left( 1 - e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} \right) =$$

$$= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} (a_w + j b_w) + \frac{1}{2N} a_w \sum_{n=0}^{2N-1} e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} - j \frac{1}{2N} b_w \sum_{n=0}^{2N-1} e^{-j\frac{2\pi 2wn}{2N}} \quad (6)$$

- al doilea și al treilea termen din relația de mai sus sunt 0 deoarece cele două sume pot fi privite ca două progresii geometrice cu primul termen  $a_0 = 1$  și de rație  $r = e^{-j\frac{2\pi 2w}{2N}}$ :

$$\sum_{n=0}^{2N-1} \left( e^{-j\frac{4\pi w}{2N}} \right)^n = \frac{e^{-j\frac{4\pi \cdot 2wN}{2N}} - 1}{e^{-j\frac{4\pi w}{2N}} - 1} = \frac{1-1}{e^{-j\frac{4\pi w}{2N}} - 1} = 0 \quad r = e^{-j\frac{2\pi w}{2N}} \quad (7)$$

- în aceste condiții relația (6) se va scrie în continuare:

$$c_{w-w} = \frac{1}{2N} \cdot (a_w + jb_w) \cdot 2N = a_w + jb_w \quad (8)$$

- deci în urma demodulării se obțin exact nivelele modulatorare transmise pe canalul  $w$ , (s-a neglijat efectul canalului de transmisie).

- să considerăm acum contribuția datelor transmise pe un alt canal,  $m \neq w$ , asupra datelor demodulate pe canalul  $w$ . Dacă înlocuim  $k$  cu  $m$  în relația (5) se obține:

$$c_{w-m} = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} a_m \left( e^{j\frac{2\pi(m-w)n}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi(m+w)n}{2N}} \right) + jb_m \left( e^{j\frac{2\pi(m-w)n}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi(m+w)n}{2N}} \right) =$$

$$= \frac{1}{2N} a_m \left( \sum_{n=0}^{2N-1} e^{j\frac{2\pi(m-w)n}{2N}} + \sum_{n=0}^{2N-1} e^{-j\frac{2\pi(m+w)n}{2N}} \right) + j \frac{1}{2N} b_m \left( \sum_{n=0}^{2N-1} e^{j\frac{2\pi(m-w)n}{2N}} - \sum_{n=0}^{2N-1} e^{-j\frac{2\pi(m+w)n}{2N}} \right) \quad (9)$$

- în relația de mai sus  $m$  și  $w$  sunt numere naturale, fiind indici referitori la tonuri din sistemul DMT, deci suma respectiv diferența lor vor fi numere întregi:  $s = m+w$  și  $d = m-w \in \mathbb{Z}$ . În acest caz sumele ce apar în relația de mai sus în paranteză sunt din nou progresii geometrice de rații  $r_1 = e^{j\frac{2\pi d}{2N}}$  respectiv  $r_2 = e^{j\frac{2\pi s}{2N}}$ :

$$\sum_{n=0}^{2N-1} \left( e^{j\frac{2\pi d}{2N}} \right)^n = \frac{e^{j\frac{2\pi d \cdot 2N}{2N}} - 1}{e^{j\frac{2\pi d}{2N}} - 1} = \frac{e^{j2\pi d} - 1}{e^{j\frac{2\pi d}{2N}} - 1} = \frac{1-1}{e^{j\frac{2\pi d}{2N}} - 1} = 0 \quad (10.a)$$

- analog se obține și:

$$\sum_{n=0}^{2N-1} \left( e^{-j\frac{2\pi s}{2N}} \right)^n = 0 \quad (10.b)$$

- ținând cont de acestea, în relația (9) se obține în final  $c_{w-m} = 0$ . Deci în cazul sincronizării perfecte la recepție nivelul demodulat pe un canal (ton) nu este sub nici o formă influențat de nivelele de pe alt canal.

- schemele bloc ale transmițătorului și receptorului DMT (fără circuitele de sincronizare) sunt prezentate în figura 3.

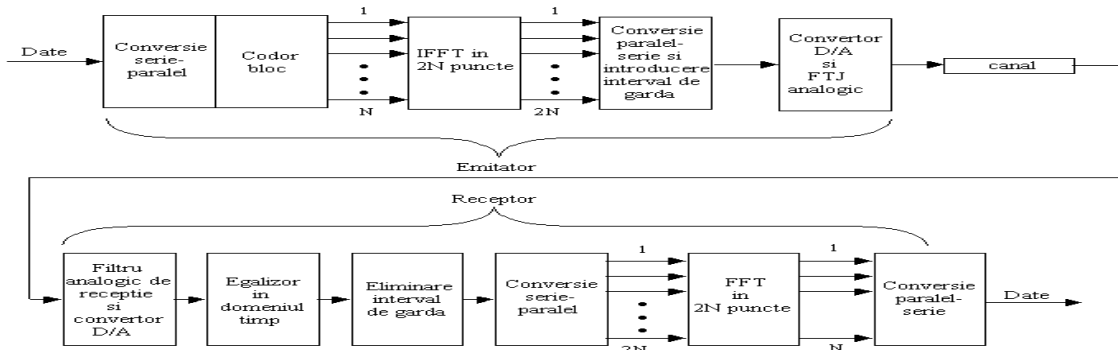


Figura 3. Schema bloc a emițătorului și receptorului DMT

## 7. Efectele recuperării incorecte a tactului de eșantionare și a celui de simbol

### 7.1. Efectele recuperării incorecte a tactului de eșantionare

- Presupunând acum existența unei diferențe de frecvență și de fază între tactul de eșantionare de la emisie și cel de la recepție, trebuie determinat efectul acestei sincronizări incorecte a tactului de eșantionare (care mai este privită și ca o sincronizare fină a tactului de simbol) asupra semnalelor demodulate.

#### 7.1.1 Efectele diferenței în frecvență

- Considerând diferența de frecvență dintre cele două semnale de tact ca fiind:

$$\Delta f = f'_e - f_e \Rightarrow \Delta T = T_e - T'_e \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_e} = 1 - \frac{T'_e}{T_e} = \frac{\Delta f}{f_e + \Delta f} = p \quad (11)$$

atunci momentele de citire a eșantioanelor la recepție vor fi  $n' = n + np$ , cu  $p$  un procent din 1 (unitate).

- Aplicând FFT asupra semnalului citit eronat la recepție, se va obține pentru datele de pe canalul  $w$ :

$$\begin{aligned}
 c'_w &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{k=0}^{N-1} 2 \left( a_k \cos\left(\frac{2\pi kn(1+p)}{2N}\right) - b_k \sin\left(\frac{2\pi kn(1+p)}{2N}\right) \right) e^{-j\frac{2\pi wn}{2N}} = \\
 &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left( a_k \left( e^{j\frac{2\pi kn(1+p)-2\pi wn}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi kn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) + j b_k \left( e^{j\frac{2\pi kn(1+p)-2\pi wn}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi kn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) \right) = \\
 &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} a_w \left( e^{j\frac{2\pi wnp}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi wn(2+p)}{2N}} \right) + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi wnp}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi wn(2+p)}{2N}} \right) + \\
 &+ \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq w}}^{N-1} \left( a_k \left( e^{j\frac{2\pi kn(1+p)-2\pi wn}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi kn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) + j b_k \left( e^{j\frac{2\pi kn(1+p)-2\pi wn}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi kn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) \right) = \\
 &= c'_{w-w} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq w}}^{N-1} c'_{w-k}
 \end{aligned} \tag{12}$$

- Înlocuim  $k$  cu  $w$  în relația (12) pentru a obține contribuția datelor modulate pe subcanalul  $w$  la datele demodulate de pe subcanalul  $w$ :

$$\begin{aligned}
 c'_{w-w} &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left( a_w \left( e^{j\frac{2\pi wn(1+p)-2\pi wn}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi wn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) + \right. \\
 &\left. + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi wn(1+p)-2\pi wn}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi wn(1+p)+2\pi wn}{2N}} \right) \right) = \\
 &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left( a_w \left( e^{j\frac{2\pi wnp}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi wnp}{2N}} \cdot e^{-j\frac{2\pi n \cdot 2w}{2N}} \right) + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi wnp}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi wnp}{2N}} \cdot e^{-j\frac{2\pi n \cdot 2w}{2N}} \right) \right) = \\
 &= \frac{1}{2N} (a_w + j b_w) \cdot \left[ \sum_{n=0}^{2N-1} \left( e^{j\frac{2\pi wp}{2N}} \right)^n \right] + \frac{1}{2N} \left( (a_w + j b_w \cdot e^{j\pi}) \cdot \sum_{n=0}^{2N-1} \left( e^{-j\frac{2\pi w(2+p)}{2N}} \right)^n \right)
 \end{aligned} \tag{13}$$

- Sumele din cele două paranteze din ultimul rând al relației (13) sunt progresii geometrice de rații  $e^{j\frac{2\pi wp}{2N}}$  respectiv  $e^{-j\frac{2\pi w(2+p)}{2N}}$ . Rezultă că aportul datelor modulate pe subcanalul  $w$  asupra datelor demodulate pe canalul  $w$  în cazul recuperării incorecte a tactului de eșantionare este:

$$c'_{w-w} = \frac{1}{2N} (a_w + j b_w) \cdot \left[ \frac{e^{j2\pi wp} - 1}{e^{j\frac{2\pi wp}{2N}} - 1} \right] + \frac{1}{2N} (a_w + j b_w \cdot e^{j\pi}) \cdot \left[ \frac{e^{-j2\pi w(2+p)} - 1}{e^{-j\frac{2\pi w(2+p)}{2N}} - 1} \right] \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 c'_{w-w} &= \frac{1}{2N} (a_w + j b_w) \cdot \frac{\sin(\pi wp)}{\sin(\pi wp / (2N))} \cdot e^{j(\pi wp - \pi wp / (2N))} + \\
 &+ \frac{1}{2N} (a_w + j b_w \cdot e^{j\pi}) \cdot \frac{\sin(\pi wp)}{\sin(\pi wp / (2N))} \cdot e^{j(-\pi wp + \pi wp / (2N))}
 \end{aligned} \tag{14'}$$

- Relația (14) arată eronarea datelor demodulate datorită interferenței între cele două componente ale tonului complex  $w$ ; expresiile din cele două paranteze drepte pot fi puse sub forma unor produse dintre câte o constantă care afectează modulul nivelelor demodulate și o exponențială care afectează faza acestora, fiind de fapt un câte un rotor a cărui expresie depinde de eroarea în frecvență  $p$  și de indexul tonului  $w$  (similar cu efectul ce apare la transmisia OFDM (vezi capitolul și laboratorul de OFDM)).

- Suplimentar față de OFDM, **mai apare rotația cu  $\pi$  a lui  $b_w$** . Aceasta se datorează faptului că s-a transmis numai partea reală a produselor complexe dintre simbolul complex  $c_k$  și tonul complex  $e^{j2\pi kn/2N}$ .

- Semnalul demodulat pe ieșirea  $w$  mai este afectat de ICI, datorită pierderii ortogonalității între tonuri.

Al doilea set de sume,  $c'_{w-k}$  din (12) nu se mai anulează. Gradul de distorsionare introdus de celelalte tonuri depinde de diferența dintre indexul tonului demodulat și al tonului interferent, precum și de nivelele modulatorie de pe tonul interferent, pentru un  $p$  dat.

- Considerentele prezentate în cursul dedicat OFDM privitoare la ICI rămân în principiu valabile.
- Rezultă că se impune sincronizarea foarte precisă a tactului de eșantionare al recepției cu cel al emisieii

### 7.1.2 Efectele defazajului inițial

- În cazul în care frecvența de eșantionare de la recepție este egală cu frecvența de eșantionare de la emisie, dar există un defazaj inițial constant între cele două semnale de eșantionare, noile momente de eșantionare vor fi:  $n'' = n + qn$ ,  $q$ -defazaj inițial, reprezentat în fracțiuni din 1 (unitate). În aceste condiții în (15) reluăm analiza demodulării datelor pe canalul  $w$

$$c''_w = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{k=0}^{N-1} 2 \left( a_k \cos\left(\frac{2\pi k(n+q)}{2N}\right) - b_k \sin\left(\frac{2\pi k(n+q)}{2N}\right) \right) e^{-j\frac{2\pi w n}{2N}} =$$

$$\sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left( a_k \left( e^{j\frac{2\pi k(n+q)-2\pi w n}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi k(n+q)+2\pi w n}{2N}} \right) + j b_k \left( e^{j\frac{2\pi k(n+q)-2\pi w n}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi k(n+q)+2\pi w n}{2N}} \right) \right) \quad (15)$$

- contribuția semnalului modulat pe canalul  $w$  la datele demodulate pe același canal  $c'_{w-w}$  se obține făcând indexul de canal  $k = w$  în a doua relație (15).

$$c''_{w-w} = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left( a_w \left( e^{j\frac{2\pi w(n+q)-2\pi w n}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi w(n+q)+2\pi w n}{2N}} \right) + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi w(n+q)-2\pi w n}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi w(n+q)+2\pi w n}{2N}} \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \left( a_w \left( e^{j\frac{2\pi w q}{2N}} + e^{-j\frac{2\pi w q}{2N}} \cdot e^{-j\frac{2\pi n \cdot 2w}{2N}} \right) + j b_w \left( e^{j\frac{2\pi w q}{2N}} - e^{-j\frac{2\pi w q}{2N}} \cdot e^{-j\frac{2\pi n \cdot 2w}{2N}} \right) \right) = \quad (16)$$

$$= (a_w + j b_w) \cdot e^{j\frac{2\pi w q}{2N}} + \frac{1}{2N} (a_w - j b_w) e^{-j\frac{2\pi w q}{2N}} \sum_{n=0}^{2N-1} e^{-j\frac{2\pi n \cdot 2w}{2N}} = (a_w + j b_w) \cdot e^{j\frac{2\pi w q}{2N}}$$

- Termenul al doilea al relației (16) este nul deoarece suma ce apare aici este tot o progresie geometrică analogă celei discutate la relația (6).

- Deci, în condițiile existenței unui defazaj inițial constant între semnalele de eșantionare de la recepție și emisie, datele demodulate diferă de cele emise printr-o constantă complexă:  $e^{j\frac{2\pi w q}{2N}}$ . Aceasta depinde de defazajul inițial  $q$  și de indexul  $w$  al canalului pe care s-a făcut transmisia, comportarea DMT fiind similară cu cea a OFDM

- Eliminarea acestei erori de demodulare poate fi realizată prin rotirea fiecărei ieșiri a blocului FFT cu unghiul  $-\frac{2\pi k q}{2N}$ ,  $k$  fiind numărul de ordine al ieșirii blocului FFT și totodată indexul canalului. Elementul

din schema de recepție care realizează acest lucru se numește *rotor*. Această rotire este echivalentă cu înmulțirea complexă a semnalului demodulat cu rotorul  $e^{-j\frac{2\pi k q}{2N}}$ .

### 7.2. Efectele recuperării incorecte a tactului de simbol DMT

- Recuperarea tactului de simbol DMT înseamnă delimitarea setului de eșantioane care corespund unui simbol DMT

- Efectele recuperării incorecte a tactului de simbol, adică decalarea cu cel puțin un eșantion a setului de eșantioane corespunzătoare unui simbol DMT generat la emisie, sunt similare cu efectele apărute în cazul tehnicii OFDM și studiate în lucrarea de laborator dedicată OFDM.

### 8. Aspecte legate de recuperarea și sincronizarea tactului de simbol DMT și a tactului de eșantionare

Operațiile de sincronizare ale celor două semnale de tact pot fi privite ca două aspecte ale aceluiași proces de sincronizare, deoarece cele două semnale sunt corelate, ( $T_s = NT_e$ ).

#### 8.1 Sincronizarea tactului de eșantionare

- Metoda clasică de sincronizare a unui semnal de tact local utilizează un PLL digital (an III TM).

- Pentru un sistem DMT în care se folosește un număr de  $N = 1024$  canale și pentru o sincronizare sufi-

cient de precizie a frecvenței de eșantionare, ar trebui ca pasul de fază să fie foarte mic (sub un grad).

- Aceasta ar implica o frecvență de atac  $f_{\text{atac}} = 512f_{\text{data}}$ . Dar frecvența de eșantionare de la recepție ar fi  $f_e = 2Nf_s$  ( $f_s \cong 4\text{kHz}$ -frecvența de simbol DMT). Astfel, pentru o sincronizare foarte precisă a tactului de eșantionare de la recepție, acest circuit ar avea nevoie de  $f_{\text{atac}} \cong 2 \cdot 4096 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 512 \approx 16.7 \text{ GHz}$ .

- Considerentele prezentate mai sus ne arată că utilizarea acestei metode pentru sincronizarea tactului de eșantionare a DMT nu este posibilă.

- În cazul transmisiei DMT diferența de frecvență și fază dintre tactul de eșantionare de la emisie și cel de la recepție este aproximativ constantă, deoarece transmisia are loc între aceleași două posturi fixe.

- Această diferență de frecvență între cele două semnale de tact de eșantionare este măsurată în cadrul procedurii inițiale de conectare („handshaking”) și este exprimată sub formă procentuală, vezi (.11).

- Pentru estimarea diferenței de frecvență se pot utiliza metode ce folosesc semnalele pilot sau metode care nu utilizează semnalele pilot (“blind” estimation)

- Pe baza acestor considerente s-a propus o altă metodă de sincronizare a tactului de recepție în care se utilizează interpolarea digitală

- Semnalul analogic ce formează un simbol DMT va fi eșantionat la recepție cu tactul eronat, iar în urma conversiei A/D eșantioanele care formează acest simbol sunt citite la momente greșite de timp și apoi folosite într-o operație de interpolare.

- Valorile obținute în urma interpolării acestora reprezintă valori estimate ale eșantioanelor, dacă acestea ar fi fost prelevate la momentele ideale de eșantionare.

- În final aceste noi valori obținute prin interpolare vor intra în blocul demodulator - FFT în  $2N$  puncte.

- Punctele în care se realizează interpolarea sunt stabilite de asemenea în mod clar. Se consideră că eșantionul din mijlocul simbolului (riguros, al  $N$ -lea eșantion din cele  $2N$  care formează simbolul DMT) este corect aliniat, în urma sincronizării inițiale (brute) de simbol DMT.

- În funcție de acesta, eșantioanele din fața, respectiv din urma sa, vor fi „citite” (determinate prin interpolare) la momentele de timp  $\pm(T_e + kpT_e)$ ;  $T_e$  este perioada de eșantionare de la emisie (ideală),  $p$  este diferența procentuală existentă între tactul de eșantionare de la emisie și cel de la recepție, iar  $k$  ia în acest caz valorile  $1, 2, 3, \dots, N(N-1)$ .

- Principiul acestui mecanism de corecție a erorii temporale este prezentat în fig. 4, pentru cazul  $2N = 8$ .

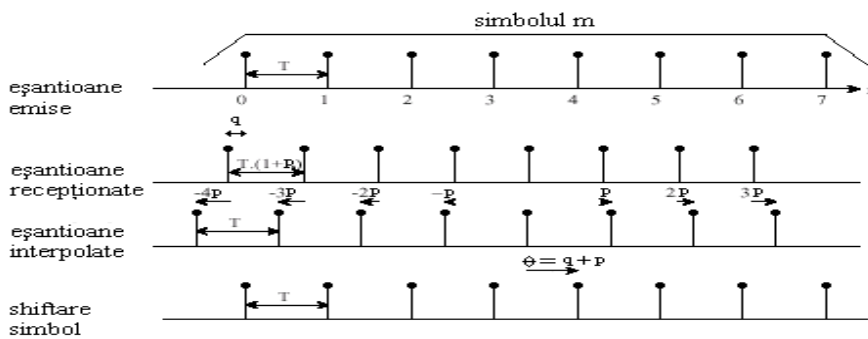


Fig. 4 Principiul corecției diferenței de frecvență a tactului de eșantionare

- În Fig. 4 s-a presupus și existența unui defazaj inițial  $q$ , care reprezintă întârzierea inițială raportată la perioada de eșantionare.

- Se observă că prin

interpolare are loc o deplasare în timp a eșantioanelor.

- Aceasta face ca rotorul stabilit anterior (.14) și (.14') să fie completat și modificat în sensul că în sumele după  $n$ , eșantioanele semnalului recepționat vor fi întârziate în mod diferit; eșantioanele  $(N/2)-1, \dots, 0$  vor fi întârziate „negativ”, iar eșantioanele  $(N/2) + 1$  „pozitiv”. Trebuie însă considerată și întârzierea corespunzătoare defazajului inițial  $q$ , la care se adună întârzierile pozitive/negative ale celorlalte eșantioane

- Metoda aceasta nu elimină diferența de frecvență de eșantionare, ci doar asigură calculul valorilor eșantioanelor semnalului recepționat la momentele corecte de timp, cu un grad de aproximare dictat de precizia metodei de interpolare.

## 8.2. Sincronizarea dinamică a frecvenței de simbol OFDM. Procedura skip/duplicate

- Această operație mai este cunoscută și ca sincronizarea dinamică a tactului de simbol DMT

- Datorită diferenței existente între perioada de eșantionare de la recepție și cea de la emisie se va înregistra o eroare care, odată cu transmiterea unui număr suficient de mare de simboluri, se va acumula în timp, generând fie pierderea, fie citirea dublă a unui eșantion.

- Sincronizarea dinamică a tactului de simbol DMT se realizează prin duplicarea (în cazul eliminării la eșantionare) sau „sărirea” (în cazul dublării la eșantionare) a câte unui eșantion, în funcție de semnul diferenței de frecvență.

- Fig.5 prezintă acumularea acestei diferențe  $pT_e$  în timp, pentru un offset de frecvență  $\Delta f$  pozitiv respectiv negativ ( $\Delta f = f'_e - f_e$ ,  $f_e$  -frecvența de eșantionare la emisie,  $f'_e$  -frecvența de eșantionare la recepție).

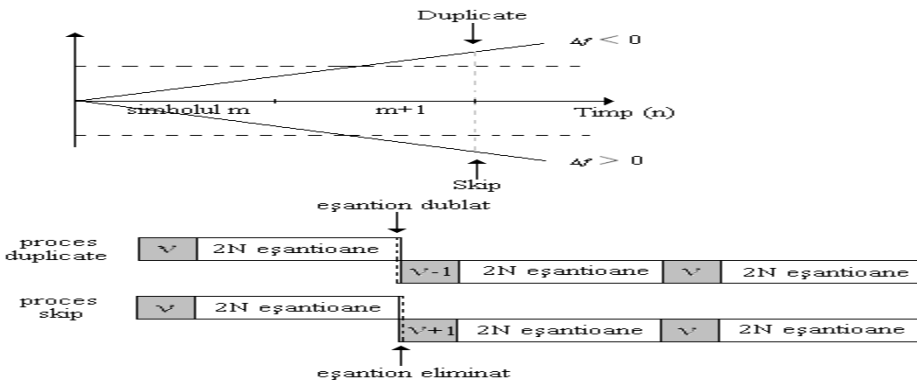


Fig. 5  
Procedura skip/duplicate  
Notă: Figura e particularizată pentru DMT; pt. OFDM se va citi N în loc de 2N; v - nr. de eșantioane din intervalul de gardă

- Datorită diferenței de frecvență, perioada simbolului OFDM măsurată ca  $N+M$  ( $M$ -lungimea intervalului de gardă) eșantioane de durată  $(T_e + pT_e)$  este sau prea scurtă sau prea lungă ( $\Delta f < 0$ ,  $\Delta f > 0$ ).

- În esență, sincronizarea tactului de simbol este realizată prin scurtarea sau mărirea periodică a perioadei de simbol OFDM de la recepție cu un eșantion, ceea ce face ca numărul de eșantioane livrate blocului FFT să fie  $M+N$  în loc de  $M+N\pm 1$ . Procesul poartă numele de skip/duplicate (eliminare/dublare eșantion). Eșantionul dublat respectiv eliminat face parte din intervalul de gardă; în acest proces nu se intervine asupra eșantioanelor utile pentru a se realiza în mod corect demodularea.

- La intervale periodice se face o măsurătoare care determină  $p$  și  $q$ , folosind simbolurile și subpurtătoarele pilot, și se presupune că valorile acestora nu se modifică în intervalul de timp respectiv. Acest interval se stabilește în funcție de timpul de coerență al modelului de canal considerat, astfel încât să se asigure un fading lent variabil, adică  $T_c \gg T_{s-OFDM}$  sau un multiplu întreg al lui  $T_s$

- Pe baza acestor valori se realizează la recepție „sincronizarea” tactului de eșantionare și cea dinamică a tactului de simbol. Schema bloc a circuitului de corecție a erorii temporale este prezentată în Fig. 6.

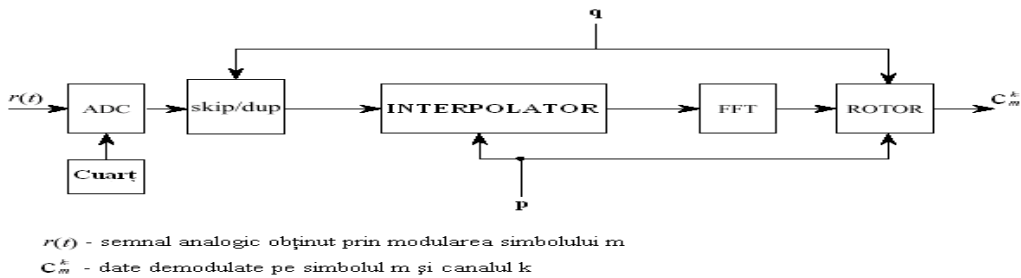


Fig. 6  
Schema bloc a circuitului de corecție a erorii temporale într-un sistem OFDM sau DMT

- Trebuie menționat că această metodă este recomandabilă pentru transmisiile care implică posturi fixe sau foarte lent variabile (nomadice), deoarece în aceste cazuri diferența de frecvență e aproximativ constantă în timp.

- Dacă se consideră transmisiile cu posturi cu mobilitate ridicată, atunci, datorită efectului Doppler, diferența de frecvență variază semnificativ și rapid în timp, ceea ce face ca această metodă să necesite „actualizarea” valorii diferenței de frecvență foarte des, fapt ce complică mult aplicarea ei.

### 9. Calculul estimativ al debitului binar asigurat de transmisiile DMT

- standardele care definesc tehnologiile xDSL includ două nivele de corecție de erori. De exemplu, standardul ITU G.dmt prevede patru variante de transmisie:

- Necodată
- Codată cu TCM (variantea 4D-TCM)
- Codată cu coduri Reed-Solomon (RS)



- Codată cu TCM și RS concatenate; este prevăzut un interleaver/deinterleaver între cele două codare/decodare pentru reducerea dimensiunilor salvelor de erori introduse de decodorul Viterbi (TCM) la valori scăzute ale TCM

- probabilitățile de eroare în cele 4 cazuri depind de câștigul codării și vor fi analizate separat
- tehnologiile xDSL impun obținerea unei probabilități de eroare de bit BER < 10<sup>-7</sup> la ieșirea ultimului decodor FEC (când se utilizează corecția de erori) sau la ieșirea demodulatorului

### 9.1. Probabilitatea de eroare a constelațiilor QAM

- Probabilitatea de eroare de simbol a constelațiilor QAM este dată de (17), unde P<sub>m</sub> este puterea medie a semnalului recepționat, A<sub>0</sub>, distanța minimă între doi fazori în constelație, iar σ, dispersia zgomotului:

$$P_e \approx \frac{4(\sqrt{N}-1)}{\sqrt{N}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot P_m}{(N-1) \cdot \sigma^2}}\right) = \frac{4(\sqrt{N}-1)}{\sqrt{N}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{A_0}{\sigma}}\right); \quad Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du; \quad \text{BER} = \frac{P_e}{p}; \quad (17)$$

- Probabilitatea de eroare bit se poate aproxima, pentru valori mari ale SNR, cu probabilitatea de eroare de simbol în părțită prin numărul p de biți/simbol
- Variația probabilității de eroare de bit, obținută prin simularea transmisiilor, pentru constelațiile 2-PSK, QPSK, 16-QAM, ..., 256-QAM este prezentată în figura 4. Pentru a obține SNR necesar obținerii unei p<sub>e</sub> = 10<sup>-7</sup> la valorile SNR indicate în figura 7 se va adăuga 0.5 dB.

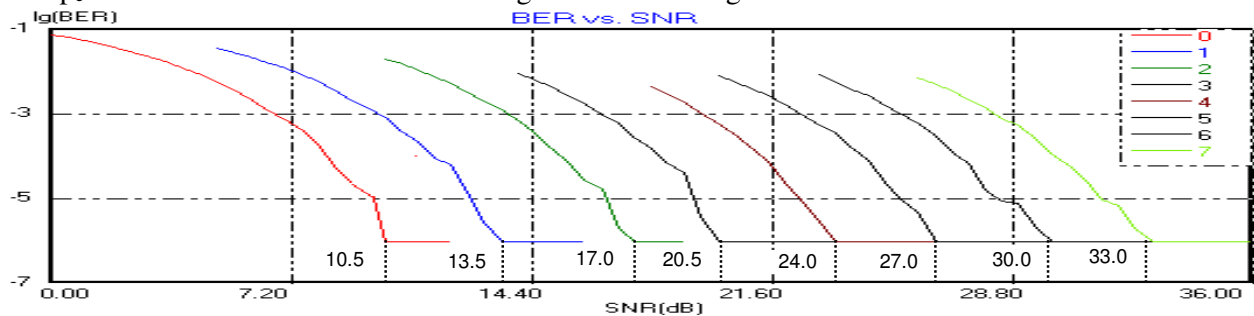


Figura 7. Variația BER vs. SNR pentru 2-PSK(0), QPSK(1), 8-QAM(2), 16-QAM (3), 32-QAM(4), 64-QAM(5), 128-QAM(6) și 256-QAM(7); curbele sunt obținute prin simularea transmisiilor

- Creșterea SNR necesară unei constelații cu 2N fazori (p+1 biți/simbol) pentru a asigura aceeași p<sub>e</sub> (p<sub>e</sub> > 10<sup>-2</sup>), față de SNR necesar constelației cu N fazori pentru a asigura aceeași p<sub>e</sub>, este dată de:

$$\frac{P_m}{\sigma_2^2} = \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot \frac{2N_1 - 1}{N_1 - 1} \approx \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{P_m}{\sigma_2^2} [\text{dB}] = \frac{P_m}{\sigma_1^2} [\text{dB}] + 10 \lg\left(\frac{2N_1 - 1}{N_1 - 1}\right) \approx \frac{P_m}{\sigma_1^2} [\text{dB}] + 3[\text{dB}]; \quad (18)$$

- Pentru constelațiile folosite în ADSL, creșterea SNR necesară asigurării aceleiași p<sub>e</sub> în cazul dublării numărului de puncte a constelației QAM, ΔSNR(2N), este dată în tabelul 1.

|                            |                    |                      |                      |                      |                      |                       |                       |
|----------------------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| N=2 <sup>n</sup>           | 4=2 <sup>2</sup>   | 8=2 <sup>3</sup>     | 16=2 <sup>4</sup>    | 32=2 <sup>5</sup>    | 64=2 <sup>6</sup>    | 128=2 <sup>7</sup>    | 256=2 <sup>8</sup>    |
| ΔSNR(2N)[dB]               | -                  | 3.68                 | 3.30                 | 3.15                 | 3.1                  | 3.05                  | 3                     |
| SNR <sub>-7</sub> (N) [dB] | 14.5               | 18.2                 | 21.5                 | 24.65                | 27.75                | 30.8                  | 33.8                  |
| N                          | 512=2 <sup>9</sup> | 1024=2 <sup>10</sup> | 2048=2 <sup>11</sup> | 4096=2 <sup>12</sup> | 8192=2 <sup>13</sup> | 16384=2 <sup>15</sup> | 32768=2 <sup>16</sup> |
| ΔSNR(2N)[dB]               | 3                  | 3                    | 3                    | 3                    | 3                    | 3                     | 3                     |
| SNR <sub>-7</sub> (N) [dB] | 36.8               | 39.8                 | 42.8                 | 45.8                 | 48.8                 | 51.8                  | 54.8                  |

Tabelul 1. Valorile pragurilor SNR, SNR<sub>-7</sub>, necesare constelațiilor QAM pentru a asigura p<sub>e</sub> = 10<sup>-7</sup>.

### b. transmisiile codate TCM

- Studii efectuate de companiile producătoare arată că varianta 4D-TCM utilizată în transmisiile ADSL are un câștig al codării C<sub>G</sub> ≈ 3.5 dB în pentru probabilități de eroare având valori în jurul valorii BER=10<sup>-7</sup>.
- Această varianta a TCM adaugă câte un bit suplimentar la fiecare 2p biți, p fiind numărul de biți informaționali mapați pe un simbol QAM, iar coordonatele fazorului utilizat sunt transmise pe 2 simboluri QAM, adică I<sub>1</sub>, Q<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, Q<sub>2</sub>, modulația fiind cuadri-dimensională
- rata codării 4D-TCM se calculează cu relația:

$$R_{4D-TCM} = 2p/(2p+1) \quad (19)$$

### c. transmisiile codate Reed-Solomon (RS)

- Studii similare arată că utilizarea codurilor RS aduce un câștig al codării cuprins între 0.5 și 3 dB, în funcție de rata codului RS obținută prin prescurtare (codurile RS fiind coduri bloc), în funcție de numărul de biți/simbol utilizat, de numărul de simboluri DMT pe care se transmite un cuvânt de cod RS și de numărul de tonuri/periodă de simbol DMT.

- Lungimea maximă a unui cuvânt de cod RS este  $L=255$  octeți, fiind dictată de numărul de biți/simbol al modulației utilizate, iar numărul octeților de control este  $C=12, \dots, 16$
- Numărul mediu de biți de control RS per ton,  $c_t$ , se calculează cu relația (20), în funcție de numărul  $S$  de perioade de simbol DMT pe care se întinde cuvântul de cod, și de numărul  $N_c$  de tonuri modulate pe o perioadă de simbol DMT:

$$c_t = (C \times 8)/(N_c \times S) \quad (20)$$

- Utilizând (20), rata codării RS va fi exprimată de (21) în funcție de numărul mediu  $n_{av}$  de biți modulați pe un ton:

$$R_{c-RS} = (n_{av} - c_t)/n_{av} = 1 - c_t/n_{av} ; \quad (21)$$

#### d. transmisii codate TCM+interleaver+RS

- Câștigul codării asigurat de concatenarea celor două coduri este mai mic decât suma câștigurilor individuale menționate mai sus
- Pentru a asigura  $BER < 10^{-7}$  la ieșirea decodului RS, TCM trebuie să asigure o probabilitate de eroare de byte  $\approx 4 \cdot 10^{-3}$ , ceea ce corespunde la  $BER \approx 5 \cdot 10^{-4}$  (codul RS operează cu simboluri de câte 8 biți).
- Dar pentru  $BER \approx 5 \cdot 10^{-4}$  câștigul codării asigurat de TCM este de numai  $C_G \approx 2$  dB, datorită faptului că pantele curbilor BER vs. SNR ale transmisiilor codate TCM și necodate diferă (vezi desen pe tablă)
- din cele de mai sus rezultă că această variantă de codare aduce câștiguri cuprinse între 2.5 dB și 5 dB, care trebuie determinate separat (individual) pentru fiecare configurație.

#### 9.2. Estimarea constelației optime pentru o pereche de fire dată (pe un ton dat)

- Pentru calcularea SNR minim necesar unei constelații cu  $N$  fazoni, pentru a asigura  $p_e \leq 1 \cdot 10^{-7}$ , se va considera că SNR necesar constelației QPSK pentru a asigura această probabilitate este  $SNR_4 \approx 14.5$  dB.
- Apoi, la această valoare se vor adăuga valorile  $\Delta SNR(2N)$  pînă la atingerea constelației dorite. Valorile obținute sunt prezentate în linia a treia a tabelului 1,  $SNR_{-7}(n)$ .
- În standardele ADSL la aceste valori  $SNR_{-7}$  se adaugă o margine de 6 dB, care „compensează” efectele celorlalte semnale interferente menționate mai sus, obținându-se pragurile  $Th(n)$ :

$$Th(N) [dB] = SNR_{-7} + 6 \quad (22)$$

- Efectul codurilor corectoare asupra BER este exprimat de către câștigul codării asigurat de varianta de codare utilizată, adică:

| Varianta codată x | Necodată | TCM | RS      | TCM+interleaver+RS | Tabelul 2 Valorile $C_G$ asigurate de diversele variante de codare |
|-------------------|----------|-----|---------|--------------------|--|
| $C_{Gx}$ [dB]     | 0        | 3.5 | 0.5 - 3 | 2.5 - 5            |  |

- Pentru alegerea constelației care trebuie utilizată, nivelul SNR recepționat (24) se compară cu pragurile  $Th'(N)$ , calculate cu relația (23), care includ și câștigul codării  $C_{Gx}$  vezi tabelul 2:

$$Th'(N) = Th(N) - G_{Gx} ; \quad (23)$$

- Pentru calculul SNR recepționat pe un ton ( $f = kf_s$ ) modulat cu o constelație N-QAM pe un cablu dat, se utilizează relația (24) în care se consideră lărgimea de bandă a semnalului modulat pe un ton  $LB = 4.3125$  kHz, densitatea spectrală de putere a zgomotului  $N_0 = -140$  dBm/Hz,  $P_s$  puterea medie a semnalului emis pe acel ton,  $a(f)$  atenuarea măsurată a celui ton pe cablul dat:

$$SNR [dB] = P_s [dBm] - a(f) [dB] - (N_0 + 30 + \lg 4.3125) [dBm] - 6 \text{ dB} = P_r [dBm] + 97.64 [dBm]; \quad (24)$$

- Puterea medie emisă/ton este 0.43125 mW (-3.7 dBm) pe DS și 0.6835 mW (-1.7 dBm) pe US
- Constelația utilizată ( $N$ ) va fi cea mai mare pentru care este îndeplinită condiția:

$$SNR > Th'(N) \quad (25)$$

#### 9.3 Estimarea debitului binar util (payload) ce poate fi asigurat de o transmisie ADSL

- Această estimare se referă la transmisiile care nu folosesc coduri corectoare de erori
- La fiecare 69 de simboluri de DMT se transmite un simbol DMT „de serviciu” pentru sincronizare, egalizare, măsurare diferență de frecvență,...
- Astfel, ținând cont de prefixul ciclic frecvența utilă de simbol în DMT este:

$$f_s' = \frac{68}{69} \cdot \frac{16}{17} \cdot 4.3125 \text{ kHz} = 4 \text{ kHz} ; \quad (26)$$

- În funcție de raportul semnal/zgomot și de atenuare, măsurate pentru fiecare ton pe perechea de fire utilizată, se stabilește constelația QAM (numărul de biți pe simbol QAM) care trebuie folosită pentru a asigura  $p_e < 10^{-7}$  (vezi tabelul 1 și relațiile 24 și 25); această operație se numește „bit loading”

- Astfel tonurile utilizate pe fiecare sens de transmisie sunt împărțite în  $G$  grupuri a câte  $g_i$  tonuri pe care se va transmite același număr  $n_i$  de biți.
- Numărul  $g_i$  de tonuri dintr-un grup depinde de panta caracteristicii de atenuare a cablului și de diferența dintre pragurile  $Th(N)$
- Pentru transmisiile ce utilizează 4D-TCM rata codării se va determina considerând că la fiecare  $n$  biți mapați pe un simbol QAM, 0,5 biți sunt biți suplimentari, vezi relația (27)
- Pentru transmisiile necodate se va considera  $R_c = 1$
- În cazul transmisiilor codate (și) cu coduri RS, codarea se aplică înaintea modulării, iar rata codării per ton, care este aceeași pentru toate tonurile ce transmit un cuvânt de cod RS, se va calcula cu relația (21).
- Ținând cont de cele de mai sus, debitul util nominal  $D_n$  va fi:

$$D_n = \sum_{i=1}^G g_i [ton / grup] \cdot (n_i - 0.5) [bit / simb] \cdot R_{c-RS} \cdot 4k \text{simb} / \text{sec}; \quad (27)$$

- Datorită caracteristicii  $a(f)$  a cablurilor tipice, numărul maxim de biți/simbol DMT este estimat la 2000, pe DS, și la 200 –250 pe US, conducând la debite utile maxime de 8Mbps (DS) și 0.8-1Mbps (US). – pentru sistemele ADSL

#### 9.4 Asigurarea unui debit binar impus

- În majoritatea situațiilor practice este necesară asigurarea unui debit impus, mai mic decât cel maxim posibil.
- Pentru aceasta se utilizează toate tonurile disponibile, prin încărcarea lor cu un număr de biți mai mic decât cel maxim posibil (corespunzător la  $BER < 1 \cdot 10^{-7}$ ), pentru a asigura un BER mai mic decât  $10^{-7}$ , - vezi desenul de pe tablă

### 10. Aplicații ale tehnicii DMT

- tehnica DMT este utilizată în transmisiunile pe cabluri a căror caracteristică de transfer prezintă selectivitate în frecvență, cum ar fi cablurile torsadate folosite la legăturile de abonat în sistemele telefonice fixe sau cele folosite în rețelele de alimentare cu energie electrică.
- pe cablurile torsadate din rețelele telefonice fixe, tehnica DMT este folosită de următoarele sisteme:
  1. ADSL – care utilizează un număr de 215 tonuri pentru DS și 25 tonuri pentru US, cu frecvența de simbol dată în (21), asigurând debitele binare menționate mai sus, pe o lărgime de bandă de cca. 1.1 MHz.
  2. ADSL2+ - care utilizează 512 tonuri utile pentru US și DS, pe o lărgime de bandă de cca. 2.2 MHz
  3. VDSL – care utilizează o bandă maximă de 12 MHz, și  $N_m = 2790$  tonuri, asigurând debite binare maxime de 28.8 Mbps atât pe DS cât și pe US, sau 55 Mbps pe DS și 3 Mbps pe US.
  4. VDSL2 - care utilizează o bandă de până la 30 MHz și un număr variabil de tonuri (în funcție de lărgimea de bandă) pentru a asigura debite binare de până la 100 Mbps atât pe DS cât și pe US.
- separația în frecvență dintre tonuri este aceeași pentru ADSL, ADSL2+ și VDSL ( $f_s = 4.3125$  kHz), iar în unele dintre configurațiile lui VDSL2 ea poate lua valoarea  $f_s = 8.625$  MHz.
- în VDSL2 debitele de 50Mbps/sens sunt asigurate folosind o bandă de 17.7 MHz și  $N_m = 4096$  tonuri ( $f_s = 4.3125$  kHz), iar debitele de 200 Mbps/sens sunt asigurate folosind  $N_m = 3500$  tonuri și  $f_s = 8.625$  kHz.
- debitul asigurat de VDSL2 scade de la 200 Mbps/sens la circa 100 Mbps/sens la un cablu de lungime fizică de 500m și la circa 50 Mbps/sens la un cablu de 1 km. La lungimi de peste 1.5 km performanțele sale sunt similare cu cele ale sistemelor ADSL2.
- sistemul VDSL2 poate fi folosit atât pe ultima porțiune a legăturii de abonat, între boxe plasate în apropierea abonatului și abonat (legătura centrală - boxă fiind realizată pe fibră optică – FTTB –Fiber to the Building ), cât și direct între centrală și abonat.
- 5. G.fast (sau standardul G.9700- G.9701) asigură debite binare aggregate (DS +US) între 150 și 500 Gbps pentru legături pe cablu torsadat cu lungimi cuprinse între 500 și 150 m
  - lărgimea de bandă ocupată este de 106 sau 212 MHz, în funcție de variantă; transmisiile în banda de 106 MHz sunt deja în exploatare
  - sistemul G.fast folosește TDD ca metodă de separare a sensurilor de transmisie DS/US (duplexing); sistemele xDSL anterioare folosesc FDD
  - protecția la erori este asigurată de concatenarea codurilor RS și 4D-TCM, în mod similar cu modul utilizat în sistemele mai vechi, vezi mai sus
  - pentru a asigura valoarea BER maxima admisă, sistemul conține o funcționalitate de adaptare rapidă a debitului, fast rate adaptation (FRA) , care modifică configurația de transmisie (modulație+cod) în mai

putin de 1ms, la apariția unor zgomote de impulsuri și/sau variații bruște ale calității cablului.

- pentru combaterea efectelor diafoniei între perechile de fire aflate în același cablu (Self-FEXT-far-end crosstalk) standardul G.fast conține o funcționalitate denumită “vectoring”, care folosește o precodare lineară la emisie.

- pentru transmisiile în banda de 212 MHz funcționalitatea de vectoring include o precodare neliniară a datelor la emisie; testele efectuate arată că această variantă ar putea aduce un o creștere a debitului agregat cu până la 25% în această bandă, cu prețul creșterii complexității și al consumului de energie.

- debitul agregat asigurat pe o pereche de fire neecranate aflate într-un cablu sunt de de 500 Mbps la o lungime a cablului de 100m, acestea scăzând la 100 Mbps la lungimea de 500 m. În condiții de laborator s-au obținut și debite agregate de 1 Gbps pe o lungime de 70 m.

- detalii despre aceste sisteme de transmisie vor fi prezentate în anul II.

- variantele xDSL sunt utilizate pentru conexiunile „backhaul” ale celulelor cu acoperire redusă “small cells” din rețelele de comunicații celulare

- tehnica DMT mai este utilizată în transmisiunile sistemelor PLC (Power-Line Communications).