

6. Efectele recuperării incorecte a purtătorului local

- La recepție operația de demodulare QAM și obținere a componentelor $I(nT_e)$ și $Q(nT_e)$ ale semnalului OFDM în banda de bază are următoarea schema bloc principală:

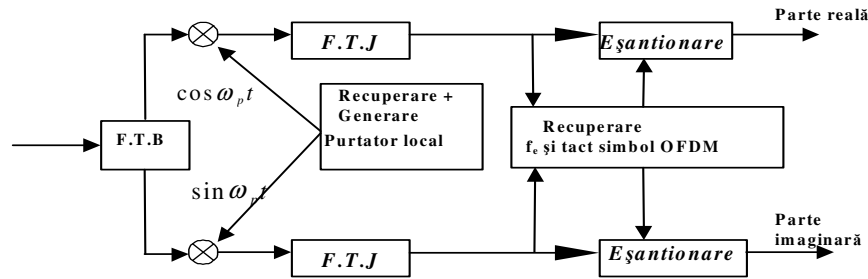


Figura 12. Obținerea componentelor $I(nT_e)$ și $Q(nT_e)$ ale semnalului OFDM

- Să considerăm că semnalul OFDM modulat QAM pe purtătoarea de canal are următoarea forma:

$$s(t) = A \cdot I(t) \cdot \cos(\omega_p t) - A \cdot Q(t) \cdot \sin(\omega_p t) \quad ; \quad (29)$$

- Pentru a descrie efectele introduse de diferențele de frecvență și fază dintre purtătorul recepționat și cel local (echivalent cu o recuperare incorectă a purtătorului local) vom presupune ca relația de fază între semnalul purtător de la emisie, ω_0 , și un semnal purtător generat local la recepție, ω_1 , este:

$$\omega_1 t = \omega_p t + \Delta\omega t + \varphi = \omega_p t + \theta(t) \quad ; \quad (30)$$

- Demodularea QAM (translația în BB) este descrisă de :

$$I'(t) = \frac{s(t)}{K} * \cos(\omega_1 t); \quad Q'(t) = \frac{s(t)}{K} * \sin(\omega_1 t); \quad (31)$$

unde $I(t)$ și $Q(t)$ sunt părțile reale respectiv părțile imaginare ale semnalului OFDM-BB (a se vedea principiile OFDM și schema bloc).

- Dezvoltând cele două relații, după înmulțiri și FTJ vom obține la ieșirea celor două ramuri, vezi și (.6):

$$I'(t) = \frac{A}{2K} \{I(t) \cdot \cos(\theta(t)) - Q(t) \cdot \sin(\theta(t))\} \quad (32)$$

$$Q'(t) = \frac{A}{2K} \{I(t) \cdot \sin(\theta(t)) + Q(t) \cdot \cos(\theta(t))\} \quad (33)$$

- Aceasta este echivalentă cu înmulțirea semnalului OFDM-BB cu $e^{j\theta(t)}$ adică:

$$x(t) \cdot e^{j\theta(t)} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j\omega_k t} \cdot e^{j\theta(t)} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j[(\omega_k + \Delta\omega)t + \varphi]}; \quad 0 \leq t \leq T_s; \quad (34)$$

- Efectul recuperării incorecte a semnalului purtător asupra semnalului demodulat pe un subcanal k are două componente: prima este datorată demodulării QAM a subcanalului (vezi TD anul IV), iar a doua este generată de interferența celorlalte subcanale asupra unui subcanal w , datorită pierderii ortogonalității între subpurtătoare.

- Pentru a determina primul efect vom considera demodularea subcanalului w din (.34), adică:

$$c_{w-w} = c_w \cdot e^{j(\omega_w t + \theta(t))} \cdot e^{-j\omega_w t} = (a_w \cos \theta(t) - b_w \sin \theta(t)) + j(a_w \sin \theta(t) + b_w \cos \theta(t)) \quad (35)$$

urmată de integrarea pe o perioadă de simbol și sondare la $t = T_s$, ceea ce conduce la:

$$\begin{aligned} c_{w-w} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} c_w \cdot e^{j(\omega_w t + \theta(t))} \cdot e^{-j\omega_w t} = (a_w + jb_w) \cdot \frac{2 \sin \frac{\Delta\omega T_s}{2}}{\Delta\omega T_s} \cdot e^{-j(\frac{\Delta\omega T_s}{2} + \varphi)} = \\ &= (a_w + jb_w) \cdot \frac{\sin(\pi \cdot q)}{\pi \cdot q} \cdot e^{j(\pi \cdot q + \varphi)} = (a_w + jb_w) \cdot U(w) \cdot e^{jV}; \quad q = \frac{\Delta f}{f_s} \end{aligned} \quad (36)$$

- În relația (.36) deviația de frecvență este reprezentată ca o fracțiune din separația de frecvență dintre subpurtătoare, adică $\Delta f = f_s \cdot q$, $q < 1$

- Relațiile (.35) și (.36) arată că apare o interferență între cele două semnale ortogonale de frecvența f_w , similară cu transmisia QAM pe un singur semnal purtător.

- Pentru a vedea efectul celorlalte subcanale asupra subcanalului w , considerăm semnalul recepționat BB pe subcanalul k , $k \neq w$, $k = w+m$.

- După demodularea QAM (înmulțire + FTJ) se obține semnalul de eroare e_{w-k} care reprezintă interferența subcanalului k asupra subcanalului w (ICI – interchannel interference):

$$c_{w-k} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} c_k e^{j(\omega_w+m)t+\theta(t)} \cdot e^{-j\omega_w t} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} c_k e^{j(\omega_m+\Delta\omega)t+\varphi} = \frac{c_k e^{j\varphi}}{T_s} \cdot \frac{e^{j(\omega_m+\Delta\omega)t}}{\omega_m+\Delta\omega} \Big|_0^{T_s} \quad (.37)$$

$$= \frac{c_k e^{j\varphi}}{T_s} \cdot \frac{e^{j2\pi(m+\Delta f \cdot T_s)} - 1}{j2\pi(m+\Delta f)} = c_k \cdot \frac{\sin(\pi q)}{\pi m + \pi q} \cdot e^{j(\pi q + \varphi)} = c_k \cdot U(m) \cdot e^{jV}; \quad m = k - w; \quad q = \frac{\Delta f}{f_s};$$

- Relațiile (.36) și (.37) sunt calculate considerând timpul continuu, adică $T_e \rightarrow 0$ sau $N \rightarrow \infty$.
- Pentru cazul practic, demodulare cu FFT, în care se lucrează cu eșantioane având perioada $T_e = T_s/N$, expresiile factorilor $U(w)$ și V din (.36) sunt date de (.38.a). Factorii suplimentari care apar în (.38.a), față de (.36), se datorează aproximărilor introduse de implementarea digitală (perioadă de eșantionare nenulă, număr finit de termeni în suma care aproximează integrala)

$$U_N(w) = \frac{\sin(\pi q)}{\pi q} \cdot \frac{\frac{\pi q}{N}}{\sin \frac{\pi q}{N}} = \frac{\sin(\pi q)}{N \cdot \sin \frac{\pi q}{N}}; \quad V_N = e^{j(\pi q - \frac{\pi q}{N} + \varphi)}; \quad q = \frac{\Delta f}{f_s}; \quad (.38.a)$$

- În ceea ce privește expresiile interferențelor celorlalte subpurtătoare, de index k ($k \neq w$), asupra unei subpurtătoare date de index w , vezi (37), aceste sunt exprimate de (.38.b).
- Se observă că, față de (.37), expresia factorului $U_N(m)$ se modifică deoarece deviația de frecvență se manifestă și asupra procesului de eșantionare

$$U_N(m) = \frac{\sin(\pi q)}{\pi m + \pi q} \cdot \frac{\frac{\pi q}{N}}{\sin \frac{\pi q}{N}}; \quad V_N = e^{j(\pi q - \frac{\pi q}{N} + \varphi)}; \quad m = k - w; \quad q = \frac{\Delta f}{f_s}; \quad (.38.b)$$

-Deduceți relațiile (.38), folosind forma discretă a semnalului OFDM

- În Fig. 13 este reprezentată variația modului coeficienților $U_N(m)$ în funcție de m , distanța normalată în frecvență dintre subpurtătoare, pentru două valori ale q (0.4 și 0.2), diferența de frecvență normalată dintre purtătoarele de canal.
- Din (.38.b) și Fig. 13 rezultă că efectul unui sub-canal k asupra unui subcanal dat w , scade odată cu mărirea modului ecartului de frecvență $m = k-w$ dintre cele două sub-canale.

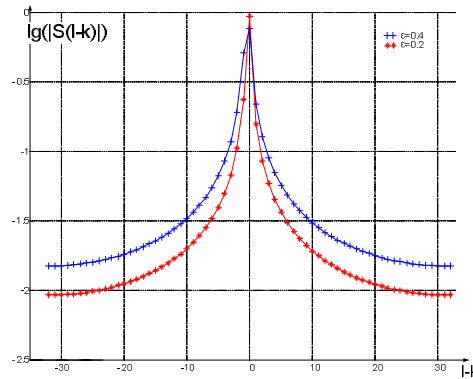


Fig. 13. Variația coeficienților ICI în funcție de m

- Efectul tuturor subcanalelor asupra subcanalului w se obține sumând (.37) sau (.38.b) după k , $k \neq w$, $k = 0, \dots, N-1$.
- Expresia semnalului demodulat pe ieșirea w se obține sumând (.36) cu (.37) sau variantele lor înmulțite cu rotorii $U_N(w)$, $U_N(m)$ și V_N definiți de (.38.a) și (.38.b), adică:

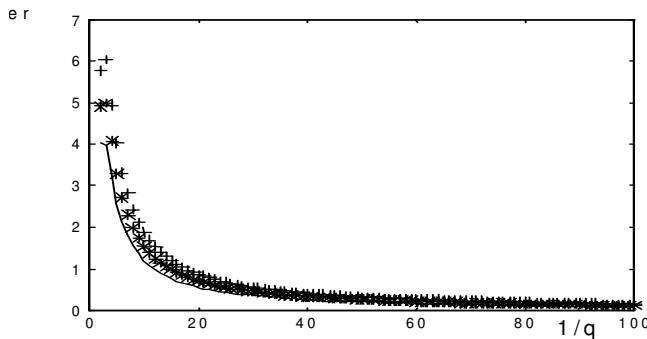
$$c_w' = c_w \cdot U_N(w) \cdot e^{jV_N} + \sum_{m=1}^{N-1} c_m \cdot U_N(m) \cdot e^{jV_N}; \quad (.39)$$

- De asemenea, din relațiile (.37) și (.38.b) mai rezultă că, dacă avem doar o eroare de fază constantă, efectul celorlalte sub-canale asupra semnalului demodulat pe sub-canalul considerat va fi zero.
- Recuperarea incorectă a purtătoarei din canal este echivalentă cu recuperarea incorectă a subpurtătoarelor.
- Efectul recuperării incorecte ar putea fi parțial compensat înmulțind semnalul demodulat cu $e^{jV}/U(w)$, care se numește rotor, semnalul rezultat având expresia (.40). - Înmulțirea cu rotorul menționat mai sus nu compensează complet efectele celorlalte canale asupra unui canal dat.

$$c_w'' = c_w + \sum_{m=1}^{N-1} c_m \cdot U_N(m) / U_N(w) = c_w + \sum_{m=1}^{N-1} c_m \cdot \frac{q}{m+q} = c_w + s_{ICI-w}; \quad m=k-w; \quad q = \frac{\Delta f}{f_s}; \quad (40)$$

- O altă abordare pentru compensarea ICI constă în predistorționarea simbolului modulator c_w pe subpurtătoarea w , prin scăderea din acesta a termenului s_{ICI-w} din (40)
- Această abordare are însă două dezavantaje: determinarea dinamică a diferenței de frecvență Δf între semnalele purtătoare ale emițătorului și receptorului, și volumul mare de calcule, mai ales pentru N mare.
- În cazul posturilor fixe, Δf este foarte lent variabil în timp, măsurarea diferenței de frecvență putând fi făcută la intervale relativ mari de timp.
- În cazul posturilor mobile, Δf variază mult mai rapid în timp ceea ce ar necesita o scădere a intervalului de timp după care ar trebui făcută actualizarea valorii lui Δf , ceea ce ar complica mult semnalizările în sistem. De aceea metoda nu este utilizată în sistemele curente
- Eroarea relativă $er = (|c_w''| - |c_w|) / |c_w|$ se poate exprima, după înmulțirea cu rotorul e^{jV}/U , ca:

$$\sum_{m=1}^{N-1} |c_m| \cdot \frac{q}{m+q}; \quad m = |k-w| \quad (41)$$



- În Fig.14 este prezentată variația acestei erori relative în funcție de parametrul q pentru diferite valori ale numărului de subcanale N .

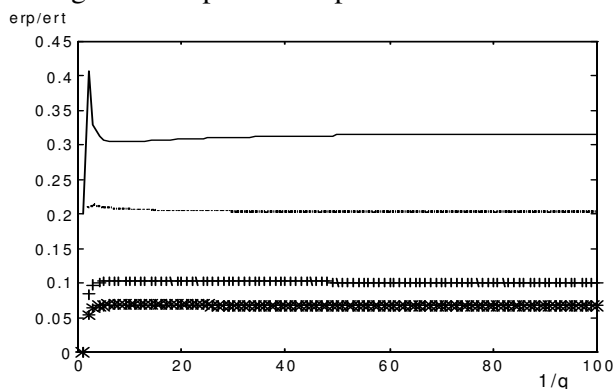
Fig. 14. Relația dintre eroare relativă datorată deviației de frecvență și deviația de frecvență dată de parametrul q , pentru diferite valori ale numărului de subpurtătoare OFDM
(---N=32 ;**** N=128 ;++++ N=512)

- Analiza rezultatelor prezentate în Fig. 14 arată că semnalul de eroare variază

relativ puțin cu creșterea semnificativă a numărului de canale.

- Asigurarea unei transmisii fără erori în acest caz particular, în care nu se consideră efectele introduse de canal, necesită o eroare relativă mai mică decât 1, deviația de frecvență maximă permisă fiind aproximativ a 20-a parte a separației dintre subcanale, f_s . Asigurarea unei erori relative de 0.5 impune o deviație maximă de frecvență egală cu aproximativ a 30-a parte a separației dintre canale, iar asigurarea unei erori relative de 0.1 necesită deviații de frecvență mai mici decât aproximativ a 70-a - 80-a parte a separației dintre subcanale.
- Un aspect care trebuie considerat este determinarea ponderilor diferitelor componente ale sumei semnalelor interferente

- În Fig. 15 sunt prezentate ponderile din semnalul de eroare datorate căii în cuadratură a subcanalului



considerat, cele datorate subcanalelor imediat învecinate ($k=1$), cele datorate subcanalelor distanțate cu două intervale f_s ($k=2$) și cele datorate subcanalelor distanțate cu trei intervale f_s . Constelația utilizată este QPSK.

Fig. 15 Pondere din eroarea totală, a erorilor datorate subcanalului curent și subcanalelor învecinate în funcție de diferența de frecvență $\Delta f=f_s \cdot q$ dintre subpurtătoarele locale și cele de la emisie ; N=32 - m=0 ; - m=1 ; ++++ m=2 ; **** m=4.

- Din figură rezultă că ponderea, din eroarea totală, a erorilor datorate subcanalului curent

este de 0.3, ponderea erorilor datorate subcanalelor imediat învecinate este de 0.2, ponderea datorată subcanalelor distanțate cu două intervale f_s este de 0.1, iar ponderea datorată subcanalelor distanțate cu patru intervale f_s este de aproximativ 0.05.

- În concluzie erorile ce afectează datele demodulate pe un subcanal datorită deviației de frecvență dintre subpurtătoarele de la recepție și cele de la emisie sunt datorate în cea mai mare parte subcanalului în cauză și primelor 3-4 subcanale învecinate.

- Interferența inter-subpurtătoare (ICI) generată de offsetul în frecvență al purtătoarei locale afectează semnificativ probabilitatea de eroare de bit (BER) a transmisiilor OFDM, deoarece decizia simbolurilor

c_w demodate de FFT este afectată, pe lângă zgomotul gaussian, de factorul $U(w) \cdot e^{jV}$ și de suma semnalelor interferente, termenul al doilea din (.39)

- Notăm cu P_m puterea medie a semnalului modulat cu o constelație QAM dată pe o subpurtătoare și atenuat de canalul de transmisie, cu P_z puterea zgomotului și cu P_{ICI-w} puterea interferențelor inter-subpurtătoare care afectează ieșirea w a FFT

- Ținând cont de relația (.38.a) expresia puterii utile a semnalului de pe ieșirea w a FFT va fi dată de:

$$P_{r-w} = P_m \cdot \frac{\sin^2(\pi \cdot q)}{N^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot q}{N}\right)} = P_m \cdot C^2; \quad (.42.a)$$

- Puterea ICI se obține sumând „contribuțiile” celorlalte $N-1$ subpurtătoare date de relația (38.b).

- Puterea **medie** a ICI poate fi calculată aproximativ considerând că P_{ICI-w} este egală cu puterea cu care canalul w interferează celelalte canale. Această abordare este însă validă numai în medie, atât în timp cât și în frecvență. Astfel P_{ICI-w} poate fi exprimată ca

$$P_{ICI-w} = P_m \cdot \sum_{m=1}^{N-1} c_m \cdot \frac{\sin(\pi q)}{\pi m + \pi q} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi q}{N}\right)}{\sin\left(\frac{\pi q}{N}\right)} = P_m \left(1 - \frac{\sin^2(\pi \cdot q)}{N^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot q}{N}\right)}\right) = P_m (1 - C^2); \quad (.42.b)$$

- Din (42.b) rezultă că P_{ICI} crește odată cu creșterea deviației e frecvență a purtătorului local

- Probabilitatea de eroare de bit va fi afectată de raportul SINR care în reprezentare liniară va fi notat cu ρ_{INR} și a cărui expresie, obținută utilizând (.37), este:

$$\rho_{INR} = \frac{P_r}{P_z + P_{ICI}} = \frac{P_m \cdot C^2}{P_z + P_m \cdot (1 - C^2)} = \frac{\rho \cdot C^2}{1 + \rho \cdot (1 - C^2)} \leq \rho = \frac{P_m}{P_z}; \quad (.43)$$

- Valoarea raportului ρ_{INR} scade odată cu creșterea deviației relative de frecvență q , dar este destul de puțin afectată de variația numărului de subpurtătoare N .

- Probabilitatea de eroare de bit se calculează *aproximativ* cu relațiile (.39) în care p_e reprezintă probabilitatea de eroare de simbol, iar B și b numerele de fazori și de biți/simbol ai constelației QAM folosite:

$$BER \approx \frac{p_e}{b}; \quad p_e = \frac{4(\sqrt{B}-1)}{\sqrt{B}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3}{B-1} \cdot \rho_{INR}}\right); \quad (.44)$$

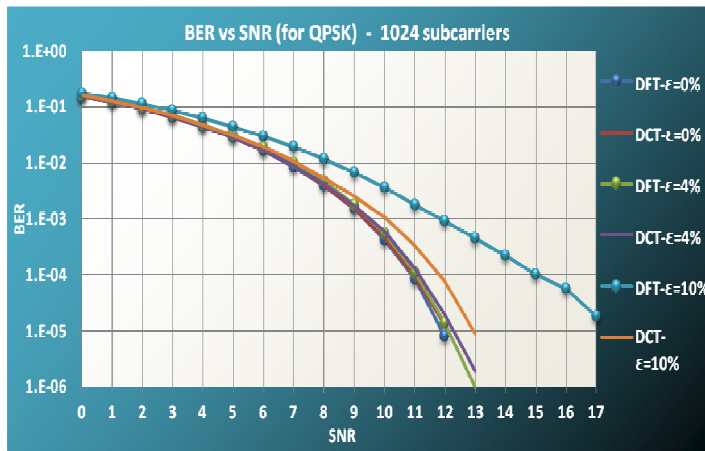
- Deoarece ρ_{INR} este (mult) mai mic decât ρ , în prezența offsetului de frecvență, probabilitatea de eroare de bit crește semnificativ, iar pentru valori foarte mari ale lui ρ apare fenomenul de “error/floor”, generat de puterea semnalelor interferente

- În Fig. 16 este prezentată variația BER vs. SNR a unei transmisii OFDM, cu $N = 1024$, ce folosește constelația QPSK, pentru valori ale offsetului de frecvență $q = 0, 0.04$ și 0.1 , vezi liniile cu sfere

- Curbele din figură arată că în timp ce o deviație mică nu afectează valorile BER ale QPSK, o deviație mai mare impune creșterea SNR, și implicit a puterii emise, cu peste 6 dB, pentru a asigura $BER = 1 \cdot 10^{-5}$. Fenomenul de „error-floor” apare la valori

Fig. 16 BER vs SNR pentru DFT-OFDM $N=1024$; QPSK; $q=0, 0.04$ și 0.1

- Curbele din figură arată că în timp ce o deviație mică nu afectează valorile BER ale QPSK, o deviație mai mare impune creșterea SNR, și implicit a puterii emise, cu peste 6 dB, pentru a asigura $BER = 1 \cdot 10^{-5}$. Fenomenul de „error-floor” apare la valori



mult mai mici ale BER în cazul utilizării acestei modulații.

- În Fig. 17 sunt prezentate curbele BER vs. SNR ale unor transmisii OFDM ce utilizează constelațiile 16-QAM și 64-QAM, restul parametrilor fiind identici cu cei din Fig. 16

- Modulația 16-QAM este afectată și de deviații mici de frecvență (circa 3 dB), iar la deviații mari apare fenomenul de “error-floor” la valori mari ale BER.

- Modulația 64-QAM este puternic afectată de deviațiile de frecvență.

- “error-floor” apare la valori mari ale BER și în cazul unor deviații mici de frecvență, iar valoarea BER la care apare acest fenomen crește odată cu creșterea acestei deviații.

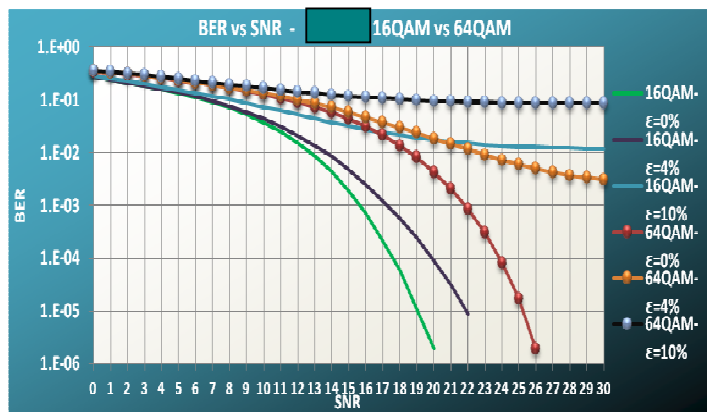


Fig. 17 BER vs SNR pentru DFT-OFDM; N= 1024; 16-QAM, 64-QAM; $\epsilon=0, 0.04$ și 0.1

- considerentele prezentate mai sus arată că sincronizarea cât mai precisă a purtătorului local folosit pentru demodularea QAM a componentelor $I'(t)$ și $Q'(t)$ ale semnalului OFDM-BB este absolut necesară pentru a putea asigura o probabilitate de eroare de bit acceptabilă transmisiei OFDM.

- Ținând cont de faptul că frecvențele purtătoare sunt foarte mari, de ordinul GHz, iar separațiile de frecvență sunt de ordinul

zecilor sau cel mult sutelor de kHz, rezultă că asigurarea unei deviații de frecvență egală cu 1-2% din f_s (1-5 kHz) a purtătorului local este o sarcină extrem de complexă deoarece ar necesita sisteme de sincronizare cu pas foarte fin, care să lucreze la frecvențe foarte mari

- De aceea, în practică, se folosește o ajustare brută (grosieră) a purtătorului local, urmată de o corecție a efectelor recuperării incorecte asupra nivelelor QAM demodate.

- Una din metodele de sincronizare a purtătorului local utilizează informațiile oferite de subpurtătoarele pilot și de simbolurile pilot „împrăștiate” pe subpurtătoarele care conțin simbolurile QAM de date.

- După FFT (în BB, la frecvență joasă) pe aceste subpurtătoare se obțin valori obținute conform relațiilor (.36) și (.37)

- Cunoscând valorile simbolurilor care ar fi trebuit recepționate pe aceste poziții și legea după care variază efectul simbolurilor de pe subpurtătoarelor învecinate (care conțin date utile), se poate calcula o tensiune de eroare aproximativ proporțională cu eroarea de fază ($\Delta\omega T_s + \phi$). Această tensiune de eroare comandă faza unui OCT care generează purtătorul local (de frecvență intermediară).

- Această sincronizare asigură o eroare de fază mică a purtătorului local (de frecvență intermediară)

- Efectele datorate acestei erori sunt apoi parțial corectate în BB, după FFT, în cadrul procesului de egalizare în frecvență.

7. Aspecte legate de recuperarea și sincronizarea tactului de simbol OFDM și a tactului de eșantionare

- Operațiile de sincronizare ale celor două semnale de tact pot fi privite ca două aspecte ale aceluiași proces de sincronizare, deoarece cele două semnale sunt corelate, ($T_s = NT_c$).

1. *Sincronizarea inițială a tactului de simbol OFDM*, în cazul demodulării cu algoritmul FFT, înseamnă că trebuie cunoscut momentul în care sosește primul eșantion IFFT corespunzător simbolului OFDM curent. Eroarea de fază permisă acestei operații de sincronizare trebuie să fie mai mică decât un eșantion, adică mai mică decât $2\pi/N$. Această etapă de sincronizare poate fi considerată ca o sincronizare ‘brută’ a tactului de simbol OFDM, care ar trebui să aibă pasul de 1 perioadă de eșantionare.

2. *Sincronizarea frecvenței de eșantionare*, are un dublu rol:

- să asigure eșantionarea semnalului OFDM-BB la mijlocul perioadei de eșantionare, pentru a elimina Interferența Inter-eșantion introdusă de filtrele de la emisie și recepție și de întârzierile introduse de canal. Trebuie însă menționat că efectul acestei interferențe asupra performanțelor de BER este relativ scăzut
- să elimine efectele diferenței de frecvență dintre tactul de eșantionare de la emisie și cel de la recepție. Neeliminarea acestei diferențe poate conduce la citire multiplă sau „sărirea” unor eșantioane, ceea ce poate introduce erori semnificative după demodulare, având un impact semnificativ asupra performanțelor de BER.

- Sincronizarea inițială a tactului de simbol se poate realiza prin transmiterea periodică a unor secvențe dedicate cu proprietăți speciale de autocorelație, care vor indica primul grup de eșantioane corespunzătoare unei perioade de simbol OFDM. Acestea sunt transmise la începutul perioadei de simbol OFDM pe subpurtătoarele ‘pilot’ care sunt destinate semnalizărilor. Folosind această referință de fază, tactul de simbol OFDM este sincronizat cu ajutorul unui circuit PLL.

- Recuperarea incorectă a tactului de simbol, adică aplicarea la intrarea IFFT a unui set de N eșantioane care nu corespund setului de eșantioane de la emisie (în sensul că apare o deplasare a grupurilor de N eșantioane), conduce la erori la demodulare.

- Semnalul de tact de eșantionare local este sincronizat simultan cu cel de simbol OFDM, urmărindu-se

achiziția a N+M eșantioane în pe durata T_s' a unui simbol.

- Vom evalua mai jos efectele sincronizării incorecte a tactului de eșantionare asupra datelor demodulate, presupunând existența unei diferențe de frecvență și de fază între tactul de eșantionare de la emisie și cel de la recepție.

- Diferența de frecvență dintre cele două semnale de tact este exprimată sub formă procentuală:

$$\Delta f = f'_e - f_e \Rightarrow \Delta T = T_e - T'_e \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_e} = 1 - \frac{T'_e}{T_e} = \frac{\Delta f}{f_e + \Delta f} = p \quad (.45)$$

- Fie $n' = n + np$ noile momente de citire a eșantioanelor de la recepție, cu p egal cu o fracțiune din unitate.

- Aplicând FFT asupra semnalului citit eronat la recepție se va obține pentru datele de pe canalul w :

$$\begin{aligned} c'_w &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h_k c_k e^{j \frac{2\pi k n}{N}} \cdot e^{-j \frac{2\pi w n(1+p)}{N}} = \frac{1}{N} h_w c_w \cdot \left(\frac{1 - e^{-j2\pi w p}}{1 - e^{-j \frac{2\pi w p}{N}}} \right) + \frac{1}{N} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq w}}^{N-1} h_k c_k \frac{1 - e^{j2\pi[k-w(1+p)]}}{1 - e^{j \frac{2\pi[k-w(1+p)]}{N}}} \\ &= h_w c_w \frac{\sin \pi w p}{N \sin \frac{\pi w p}{N}} e^{-j\pi w p \left(1 - \frac{1}{N}\right)} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq w}}^{N-1} h_k c_k \frac{\sin \pi[k-w(1+p)]}{N \sin \frac{\pi[k-w(1+p)]}{N}} e^{-j\pi[k-w(1+p)] \left(1 - \frac{1}{N}\right)} \\ &= c_w U(p; w) \cdot e^{jV(p; w)} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq w}}^{N-1} h_k c_k U(p; k-w) \cdot e^{jV(p; k; w)}; \end{aligned} \quad (.46)$$

- Expresia (.46) conține efectul interferenței de pe aceeași subpurtătoare (primul termen) și efectul interferenței între subpurtătoare (al doilea termen)

- Fiecare interferență este exprimată printr-un rotor care depinde de diferența de frecvență $f_e \cdot p / (1-p)$ și de diferența între indexul subpurtătoarei perturbatoare și al celei demodulate.

- Cei doi rotori exprimați de (.47) sunt diferiți de cei generați de purtătorul local, (.36), (.37) și (.38), deoarece atât variația modulului cât și variația fazei depind și de frecvența w a subpurtătoarei a cărei ieșire este evaluată, și nu numai de deviația în frecvență p și de frecvența subpurtătoarei interferente.

$$U(p) = \frac{\sin \pi w p}{\sin \frac{\pi w p}{N}}; U(p; k, w) = \frac{\sin \pi[k-w(1+p)]}{\sin \frac{\pi[k-w(1+p)]}{N}}; V(p) = e^{j \left(\pi w p - \frac{\pi w p}{N} \right)}; V(p; k; w) = e^{-j\pi[k-w(1+p)] \left(1 - \frac{1}{N}\right)} \quad (.47)$$