Tehnica de Acces Multiplu prin Diviziune în Cod (CDMA)

- modulaţiile studiate anterior căutau să asigure o eficienţă spectrală cât mai ridicată în condiţiile utilizării unei lărgimi de bandă cât mai reduse, pentru un debit binar impus.
- în cazul acestor tipuri de transmisii accesul utilizatorilor, în sistemele care deservesc mai mulţi utilizatori, la banda de frecvenţă a sistemului se face fie prin diviziune în timp (TDMA), fie prin diviziune în frecvenţă (FDMA), fie prin combinaţii între cele două.
- de aceea în aceste sisteme se gestionează resurse de tip timp-frecvenţă, spaţiu (antene) şi putere;
- tehnicile cu spectru împrăştiat folosesc o lărgime de bandă de câteva ordine de mărime mai mare decât cea minim necesară unui utilizator, care este folosită simultan de mai mulţi utilizatori.
- această abordare este extrem de ineficientă spectral pentru un singur utilizator, dar se dovedeşte extrem de eficientă pentru sisteme care deservesc mai mulţi utilizatori simultan şi sunt afectate de interferenţa de acces multiplu (multiple access interference –MAI).
- împrăştierea în frecvenţă („spreading") este realizată cu ajutorul unor secvenţe digitale, care trebuie să aibă proprietăţi speciale, mai ales în ceea ce priveşte ortogonalitatea lor relativă, pentru a permite separarea la recepţie a transmisiilor „suprapuse".
- această ortogonalitate relativă între semnalele diferiţilor utilizatori, şi/sau ale diferitelor grupuri de utilizatori, poate fi realizată în mai multe dimensiuni, prin utilizarea consecutivă a două sau chiar trei astfel de secvenţe de împrăştiere.
- de asemenea, datorită acestor proprietăţi, secvenţele de împrăştiere asigură transmisiilor în care sunt utilizate „imunităţi" la unele tipuri de semnale interferente.
- datorită faptului că folosesc un spectru de frecvenţă mai mare decât cel minim necesar, transmisiile ce utilizează această tehnică se mai numesc cu „spectru împrăştiat prin secvenţă directă – DS-SS"
- datorită faptului că permit utilizarea aceleiaşi benzi extinse de frecvenţă de către mai mulţi utilizatori, ce folosesc secvenţe de împrăştiere de aceeaşi lungime care sunt ortogonale între ele, aceste transmisii se numesc „cu acces multiplu prin diviziune în cod – CDMA"
- deoarece semnalele „împrăştiate" cu acest tip de secvenţe ocupă întreaga lărgime de bandă alocată unui grup de utilizatori, acest tip de transmisii gestionează resurse de tip cod-timp-frecvenţă.

1. Secvenţe de împrăştiere (Spreading Sequences)

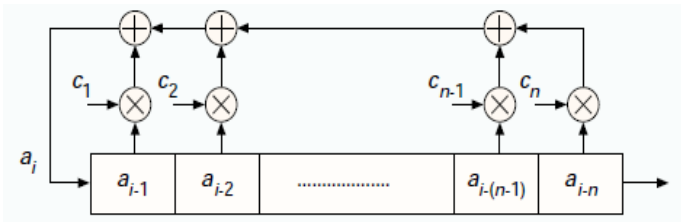
- sunt secvenţe binare de lungime N^s, ale căror biţi sunt numiţi „chips" (de obicei în reprezentare bipolară +/-1), care sunt generate după o cîte o regulă specifică fiecărui tip de secvenţă;
- frecvenţa cu care sunt transmişi biţii secvenţei este $f_{ch} = N^s \cdot f_s$, f_s frecvenţa de simbol a transmisiei care trebuie împrăştiată, iar perioada de repetiţie egală cu N^s perioade de chip, T_{ch}.

Mărimi care caracterizează secvenţele de împrăştiere

- lungimea secvenţei de împrăştiere, N^s, care este numărul de chipuri după care secvenţa se repetă
- numărul de chipuri U care se aplică secvenţei de date care trebuie ce trebuie împrăştiată
- funcţia de intercorelaţie R_c (cross-corellation) a două astfel de secvenţe se calculează înmulţind chip cu chip cele două secvenţe (reprezentate în bipolar +1 sau -1), făcând suma produselor şi împărţind-o la N^s – operaţii echivalente cu produsul de convoluţie
- funcţia de autocorelaţie $R_a(k)$ a unei secvenţe se calculează înmulţind chip cu chip două cópii ale secvenţei, defazate cu k perioade de chip, făcând suma produselor şi împărţind-o la N^s.
- Prezintă interes valorile lui $R_a(k)$ pentru $k = 0$ şi $k \neq 0$. - nedecalată şi resp. decalată

1.1 Secvenţe de tip „maximal-length" (m-sequences)

- sunt secvenţele cu lungime maximă ce pot fi generate de structuri cu registru de deplasare şi reacţie liniară (LFSR), vezi figura 1.



- mai sunt denumite şi „PN codes" sau „PN-sequencies" sau "m-sequences"

Figura 1. Structura generatorului unei m-sequence

- secvenţa de biţi a_i este generată conform formulei recurente (1) în care toţi termenii sunt binari (0 sau 1):

$$a_i = \sum_{k=1}^{n} c_k a_{i-k} \qquad (1)$$

- funcţia (polinomul) generatoare a unei astfel de secvenţe este de tipul (2), în care D este operatorul de întârziere cu o perioadă de chip:

$$G(D)=\frac{\sum_{k=1}^{n} c_k D^k (a_{-k}D^{-k}+\ldots+a_{-1}D^{-1})}{1+\sum_{k=1}^{n} c_k D^k}=\frac{g_0(D)}{f(D)} \qquad (2)$$

- f(D) este polinomul generator al circuitului cu registru de deplasare cu reacţie liniară (LFSR), de care depinde vectorul conexiunilor $\{c_1,\ldots,c_n\}$
- polinomul $g_0(D)$ depinde şi de vectorul stării iniţiale $\{a_{-n},\ldots a_{-1}\}$, care determină defazajul iniţial al secvenţei, faţă de o stare de referinţă cunoscută de toate echipamentele implicate
- secvenţa LFSR este periodică de perioadă $N \le 2^n-1$
- secvenţele LFSR de tip maximal sunt cele cu perioada $N = 2^n-1$, pentru vectorul iniţial nenul.
- o condiţie ca G(D) să genereze o m-sequence este ca f(D) să fie ireductibil (primitiv), adică să nu poată fi descompus în factori diferiţi de el însuşi şi de 1.
- în teorie se arată că numărul polinoamelor primitive de grad n, $N_p(n)$, este dat de (2'), unde P_i, i = 1,2,…,k, reprezintă factorii primi ai descompunerii numărului 2^n-1.

$$N_p(n)=\frac{2^n-1}{n}\cdot\prod_{i=1}^{k}\frac{P_i-1}{P_i}; \qquad (2')$$

- *funcţia de autocorelaţie* indică gradul de corespondenţă între o secvenţă şi o copie a ei deplasată cu k perioade de chip.
- valoarea funcţiei de autorelaţie pentru aceste secvenţe se obţine cu relaţia (3), în care a'_n reprezintă valoarea bitului în reprezentare bipolară, iar δ(k) simbolul lui Kronecker:

$$R_a(k)=\frac{1}{N^s}\sum_{n=1}^{N^s} a'_n a'_{n+k}=\delta(k);\quad a'_n=1-2a_n;\quad a_n\in\{0;1\}; \qquad (3)$$

- trecând în timp continuu, dacă p(t) este forma de undă corespunzătoare reprezentării bipolare a chipurilor de perioadă T_c, şi definim funcţia:

$$q(\tau)=\begin{cases}1-\frac{|\tau|}{T_c}; & |\tau|\le T_c\\ 0; & \text{in rest}\end{cases} \qquad (4)$$

- funcţia de autocorelaţie C(τ) poate fi exprimată, pentru $N^s >> 1$, de expresia (5), având forma prezentată în figura (2).

$$C(\tau)=N^s\sum_i q(\tau-iNT_c); \qquad (5)$$

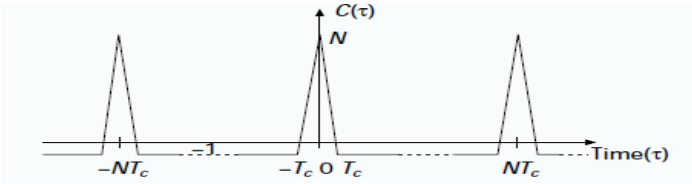


Figura 2. Funcţia de autocorelaţie a lui p(t)

- proprietăţile funcţiei de autocorelaţie sunt utilizate pentru a alege secvenţe care pot fi deosebite de secvenţe pur aleatoare generate de zgomote;
- de asemenea, funcţia de autocorelaţie evită sincronizările false ale unei secvenţe la recepţie.
- valoarea lui $R_a(0) = N^s$ sau $R_a(0) = 1$ (după normarea cu N^s), iar $R_a(k) = -1$, sau $R_a(k) = -1/N^s$, (după normarea cu N^s), pentru $k \neq 0$.
- *funcţia de intercorelaţie* a două secvenţe de cod este o măsură a coincidenţei între două secvenţe diferite a'_n şi b'_n şi se calculează cu relaţia:

$$R_c(k)=\frac{1}{N^s}\sum_{n=1}^{N^s} a'_n b'_{n+k}; \qquad (6)$$

- valoarea funcţiei de intercorelaţie între oricare pereche de două secvenţe maximale de lungime N^s, dintr-un set de M secvenţe, este mărginită superior conform relaţiei (7):

$$|R_c(k)|<\frac{M-1}{MN^s-1}\cong\frac{1}{N^s} \qquad (7)$$

- secvenţele de tip ***m***, cu offseturi (condiţii iniţiale) diferite pot fi utilizate pentru identificarea staţiilor de bază şi a celor mobile atât în downlink cât şi în uplink.
- alte tipuri de secvenţe de împrăştiere utilizate (sau luate în considerare pentru a fi utilizate) în

transmisiile DS-SS sunt secvenţele Gold şi secvenţele Kasami; secvenţele Gold se obţin prin combinarea unei secvenţe maximale *a*, de lungime N, cu o variantă a sa *a'*, obţinută prin decimarea de q ori a secvenţei a şi repetarea biţilor obţinuţi, unde q şi N sunt relativ prime.
- aceste secvenţe prezintă trei valori ale funcţiei de intercorelaţie şi permit generarea unui număr foarte mare de secvenţe distincte.

1.2. Secvenţe de tip Walsh-Hadamard

- secvenţele de tip Walsh-Hadamard (WH) fac parte din categoria secvenţelor care pot genera funcţii ortogonale.
- funcţiile ortogonale au proprietatea (8) , în care $\varphi_i(kT_c)$ şi $\varphi_j(kT_c)$ sunt membrii al i-lea şi al j-lea ai unui set de funcţii ortogonale, N^s e lungimea funcţiilor din set, iar T_c e durata unui chip:

$$\sum_{k=0}^{N^s-1} \varphi_i(kT_c) \cdot \varphi_j(kT_c) = 0; \quad i \neq j; \tag{8}$$

- funcţiile WH sunt reprezentate de liniile unor matrici speciale, numite matrici Hadamard, în reprezentare unipolară.
- Aceste matrici conţin o linie care are numai elemente de 0, iar restul liniilor au un număr egal de „0" şi de „1".
- funcţiile Hadamard pot fi construite după procedura descrisă de relaţia (9.a) în care bara superioară semnifică negarea biţilor care compun submatricea respectivă.

$$H_{2N^s} = \begin{bmatrix} H_{N^s} & H_{N^s} \\ H_{N^s} & \overline{H}_{N^s} \end{bmatrix}; \text{ a.} \quad H_1 = [0]; \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad H_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ b.} \tag{9}$$

- funcţiile WH (în reprezentare bipolară +/-1) au funcţia de intercorelaţie nulă, deci sunt perfect ortogonale dacă sunt sincronizate cu eroare fază mai mică de fracţiuni din perioada unui chip
- în cazul în care există eroare de sincronizare mare între secvenţa de la recepţie şi cea de la emisie, corelaţia dintre ele poate da valori de 1, egală cu cea a funcţiei de autocorelaţie pentru sincronizare quasi-perfectă, deoarece unele secvenţe se obţin prin shiftarea altor secvenţe cu un număr întreg de perioade de chip,
- funţia de autocorelaţie $R_a(0) = 1$,
- în transmiţătorul DS-SS al BS (DL) fiecare simbol de date este „împrăştiat" de o astfel de funcţie (sau secvenţă) WH, iar factorul de împrăştiere este egal cu N^s.
- datorită proprietăţilor de mai sus, aceste coduri de împrăştiere ortogonale pot fi folosite doar dacă toate emiţătoarele şi receptoarele implicate sunt sincronizate în timp cu o eroare mai mică decât fracţiuni din perioada de chip, fapt posibil în downlink (synchronous CDMA), unde mai multe receptoare (UT) se sincronizează cu acelaşi emiţător (BS).
- în uplink, BS nu poate sincroniza tactul local, cu frecvenţa nominală f_{chip}, cu semnalele de tact cu frecvenţa nominală $f_{chip}{}^t$ folosite în procesul de împrăştiere de cele ***T*** UT-uri care sunt conectate; de aceea secvenţa locală din BS poate fi decalată cu mai mult de o perioadă de chip faţă de cele folosite de emiţătoare
- dacă secvenţa locală folosită la „de-împrăştiere" este decalată cu o perioadă de chip sau mai mult (fenomen ce apare în uplink), ea va da un produs de corelaţie nenul cu mesajul codat cu altă secvenţă (a altui utilizator), şi nu cu mesajul împrăştiat la emisie cu varianta ei nedecalată (a UT pe care vrem să-l recepţionăm), ceea ce va conduce la obţinerea unui alt mesaj la recepţie; se va reveni;
- din cele de mai sus rezultă că procesele de împrăştiere care realizează extinderea (parţială) a benzii de frecvenţă şi procesul de individualizare a utilizatorului, sau a grupului de utilizatori, nu pot fi şi nu sunt întotdeauna realizate de aceeaşi secvenţă; şi asupra acestui aspect se va reveni.
- de aceea în uplink (UL), funcţiile WH pot fi folosite într-o altă manieră, prin generarea de simboluri de modulare ortogonale (orthogonal modulation symbols), a căror probabilitate de eroare este mai puţin afectată de (sunt mai" rezistente" la) erorile de sincronizare
- fluxul de biţi modulatori este împărţit în grupe de câte n biţi, generând un simbol non-binar, căruia i se asociază una dintre cele $N^s = 2^n$ funcţii Walsh, care se transmite ca o succesiune de N^s chipuri în locul grupei de n biţi, realizându-se o împrăştiere cu factor de N^s/n.
- demodularea fiecărui simbol poate fi realizată prin filtrarea cu N^s filtre adaptate (care efectuează de fapt un produs de corelaţie)

- deoarece toţi utilizatorii folosesc acelaşi set de simboluri, semnalele emise de aceştia nu pot fi separate la recepţie. Pot fi separate doar simbolurile între ele, dar nu şi sursele lor (UT-urile).
- de aceea în uplink semnalul fiecărui utilizator mai este împrăştiat cu o secvenţă PN (m-sequence), care are rolul de a duce factorul de împrăştiere la N^s, realizând o împrăştiere suplimentară cu un factor de n. Această a doua împrăştiere realizează o (pseudo)ortogonalizare între utilizatori, deoarece secvenţele PN sunt pseudo-ortogonale.
- anasamblul format din generarea de simboluri modulatoare ortogonale şi împrăştierea suplimentară cu secvenţe PN este cunoscut sub numele de asynchronous CDMA
- secvenţele PN sunt (aproximativ) necorelate statistic iar sumarea la recepţie a unui număr mare de secvenţe PN generează interferenţa de acces multiplu (M*ultiple Access Interference*-MAI), care poate fi aproximată cu un zgomot gaussian, conform teoremei limitei centrale, fiind suma unor variabile aleatoare cu acceaşi distribuţie statistică. dar (quasi-)independente.
- dacă toţi utilizatorii sunt recepţionaţi cu acelaşi nivel al puterii, atunci pătratul dispersiei semnalului aleator format prin MAI (**M**ultiple **A**ccess **I**nterference), care e proporţional cu puterea pentru semnale aleatoare, creşte direct proporţional cu numărul acestora.
- de aceea în UL, pentru CDMA asincronă, semnalele celorlaţi utilizatori vor apărea ca " intereferenţe" pentru semnalul utilizatorului dorit, iar nivelul MAI va fi proporţional cu numărul de utilizatori autorizaţi care utilizează banda de frecvenţă respectivă.

2. Principiul CDMA (DS-SS)

- funcţiile care trebuie realizate de către o transmisie CDMA într-un sistem celular sunt: împrăştierea în frecvenţă, separarea (prin ortogonalitatea în cod) a utilizatorilor dintr-o celulă (sector), separarea între celule (sau sectoare sau purtătoare de canal, adică grupuri de utilizatori) şi separarea sensurilor de transmisie (duplexing).
- din considerente didactice, principiul DS-SS va fi explicat considerând legătura de uplink a unei singure celule (sector sau purtător de canal), în care o aceeaşi secvenţă de împrăştiere asigură atât (pseudo)ortogonalitatea utilizatorilor, cât şi împrăştierea în frecvenţă.
- diferenţele între modalităţile de asigurare a împrăştierii în frecvenţă şi pseudo-ortogonalităţii pentru cele două sensuri de transmisie, precum şi modalităţile de separare a celulei (sectorului) şi sensului de transmisie vor fi specificate ulterior.

2.1. Tehnica cu spectru împrăştiat prin secvenţa directă (Direct Sequence Spread Spectrum DS-SS)

- această tehnică împrăştie spectrul unui semnal A+PSK bandă de bază prin următoarele operaţii:
- înmulţirea coordonatelor I şi Q cu secvenţa de împrăştiere, cu frecvenţa chipurilor:

$$f_c = N^s \cdot f_s \tag{10}$$

- filtrarea RRC a semnalelor $I_s(kT_c)$ şi $Q_s(kT_c)$ astfel obţinute;
- modularea semnalelor $I_s(t)$ şi $Q_s(t)$ astfel obţinute pe purtătoarele $\sin\omega_p t$ şi $\cos\omega_p t$.

- ecuaţia semnalului modulat astfel obţinut este:

$$s_{ss}(t) = A_k(t)p_t(t)\cos(\omega_i t+\Phi_k) \tag{11}$$

- filtru RRC-TJ are frecvenţa de tăiere $f_t = f_c(1+\alpha)/2$
- semnalul modulat are modulul nivelului maxim egal cu cel al semnalului modulator
- schema bloc de principiu a modulatorului DS-SS este prezentată în figura 3.

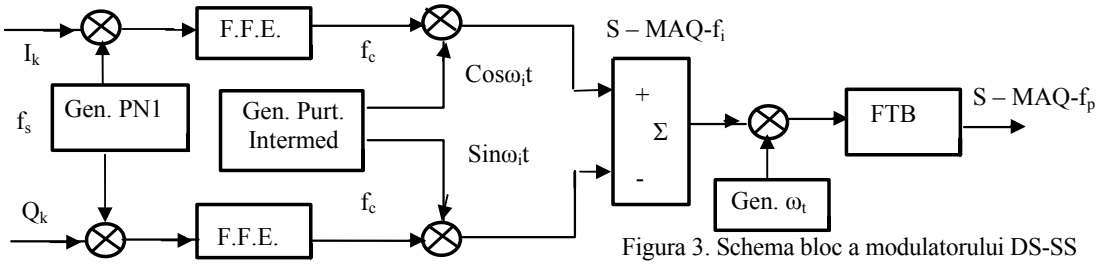


Figura 3. Schema bloc a modulatorului DS-SS

- pe sensul uplink se foloseşte OQPSK (se defazează tactul de simbol folosit la modularea axei Q cu o semiperioadă de chip faţă de cel folosit la modularea axei I) pentru a scădea valoarea PAPR şi a reduce astfel distorsiunile introduse de amplificatorul final al UT, vezi cursul de TM.
- unele variante folosesc secvenţe de împrăştiere diferite pe axele I şi Q

2.2. Spectrul semnalului modulat DS-SS

- semnalul modulator BB are spectrul de tip sinus atenuat specific unei modulaţii QAM, vezi cursul

de TM, având lobul spectral principal cuprins între $-f_s$ şi f_s,
- în urma înmulţirii nivelelor I şi Q cu $p(kT_c)$ spectrul semnalului modulator rezultat are lobul principal cuprins între $-f_c$ şi f_c, iar lărgimea de bandă a semnalului modulat DS-SS pe purtătoarea de canal este W_{ss}.
- factorul de împrăştiere al benzii, PG (numeric egal cu câştigul procesării PG, vezi consideraţiile de la demodulare), este:

$$PG = \frac{f_c \cdot (1+\alpha)}{f_s \cdot (1+\alpha)} = \frac{T_s}{T_c} = \frac{W_{ss}}{W_{QAM}} = N^s \qquad (12)$$

2.3 Demodularea semnalului DS-SS
- principiul demodulării este reprezentat schematic în figura 4

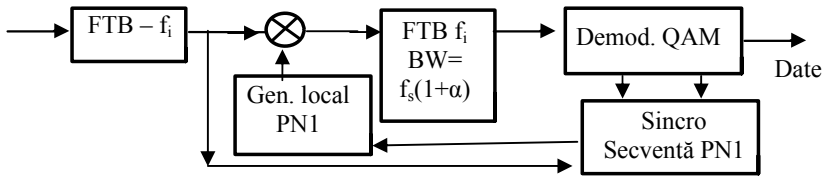


Figura 4. Schema bloc a demodulatorului DS-SS

- demodularea semnalului DS-SS implică mai întâi translatarea acestuia pe frecvenţa intermediară şi o filtrare trece-bandă cu un filtru de bandă largă (mai mare ca $f_c(1+\alpha)$).
- apoi semnalul recepţionat este înmulţit cu secvenţa de împrăştiere *p'(t)* generată local. Presupunând că aceasta este **corect sincronizată**, înmulţirea conduce la:

$$s_s(t) = A_k(t)p_t(t)p'_t(t)\cos(\omega_i t+\Phi_k) \qquad (13)$$

- ţinând cont de faptul că în urma medierii asigurate de un filtru TB, cu lărgimea de bandă $f_s(1+\alpha)$ mult mai mică decât f_c, aflat la intrarea demodulatorului QAM, putem presupune că p_t^2 mediat = 1, semnalul filtrat va fi semnalul QAM $A_k\cos(\omega_i t +\Phi)$ axat pe frecvenţa intermediară având lărgime de bandă $f_s(1+\alpha)$.
- operaţia de înmulţire cu secvenţa locală de împrăştiere sincronizată este numită şi „despreading".
- ca urmare a acestei operaţii lărgimea de bandă a semnalului se reduce de la W_{ss} la W_{QAM} aşa cum se arată în figura 5.
- dacă însă secvenţa locală folosită la „despreading" nu este sincronizată cu secvenţa folosită la emisie pentru „spreading" atunci semnalul rezultat are o amplitudine foarte mică (de 1/N ori mai mică), vezi proprietăţile secvenţelor SS, ceea ce face ca acesta să genereze o probabilitate de eroare foarte mare după demodularea QAM, datorită valorii reduse a raportului semnal/(zgomot+interferenţă), SINR.
- în cazul împrăştierii cu secvenţe diferite pe axele I şi Q, atunci deîmprăştierea se face după demodularea QAM, blocul de deîmprăştiere fiind plasat după blocul de sondare, operaţia fiind efectuată în banda de bază, separat pe cele două axe

2.3 Reducerea puterii semnalelor interferente
- un efect important al operaţiilor de „spreading-despreading" este reducerea semnificativă a raportului între puterea semnalului util şi puterea unui semnal aditiv inteferent i(t) de bandă îngustă (comparabilă cu a semnalului QAM neîmprăştiat) ce afectează semnalul DS-SS recepţionat la trecrerea prin canalul de transmisie:

$$s_r(t) = s_{ss}(t) + i(t) \qquad (14)$$

- în urma operaţiei de despreading puterea semnalului util (care era distribută într-o bandă largă W_{ss}) este concentrată într-o bandă îngustă W_{QAM} (banda semnalului util înainte de împrăştiere), iar puterea semnalului interferent (care era distribuită într-o bandă îngustă B_{interf}) este „împrăştiată" într-o bandă largă $PG \cdot B_{intef.}$ – vezi figura 5 şi relaţia (15).

$$s_d(t) = s_{ss}(t)\cdot p_t(t) + i(t)\cdot p_t(t) = A_k\cos(\omega_i t+\Phi_k) + i(t)\cdot p_t(t) \qquad (15)$$

- în urma trecerii prin filtrul TB de la intrarea demodulatorului QAM precum şi a filtrării TJ efectuate de demodulatorul QAM ($f_t = f_N(1+\alpha)$), semnalul util îşi păstrează puterea de după despreading în timp ce puterea semnalului interferent scade de PG ori. Acest fenomen se datorează faptului că semnalul util a trecut prin ambele procese de „spreading-despreading", pe când semnalul interferent a trecut doar prin operaţia de împrăştiere".

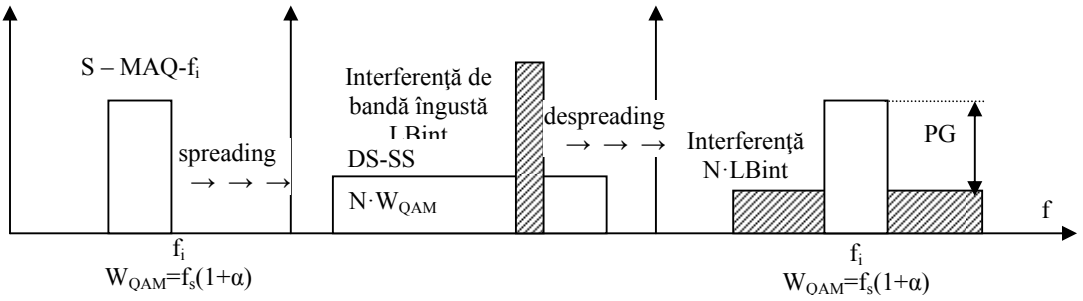


Figura 5 Reducerea puterii interferenţei de bandă îngustă - reprezentare schematică

- factorul de scădere a puterii semnalelor interferente în banda utilă se numeşte „processing gain" şi este dat de raportul benzilor semnalului „împrăştiat" şi celui original. Acest factor este cu cu atât mai mare cu cât factorul de împrăştiere este mai mare.
- această comportare este aplicabilă şi semnalelor interferente de bandă largă (comparabilă cu lărgimea de bandă a semnalului împrăştiat) exterioare celulei, deoarece ele sunt necorelate cu secvenţa de împrăştiere.
- concluzionând putem spune că procesul de speading-despreading conduce la o creştere a raportului semnal/interferenţe de PG ori (sau a valorii SIR cu 10 lgPG) la ieşirea din demodulatorul QAM înainte de blocul de decizie.
- studiile prezentate în literatură arată că această creştere nu apare în cazul zgomotului gaussian. In cazul acestui zgomot valoarea SNR nu se modifică faţă de o transmisie ce nu foloseşte tehnica DS-SS pe acelaşi canal.
- acest fenomen se poate explica principial prin faptul că zgomotul gauussian este un fenomen aleator cu proprietăţi statistice şi spectrale apropiate de cele ale secvenţelor de „împrăştiere" utilizate pentru semnalul util; de aceea, înmulţirea semnalului de zgomot gaussian la recepţie cu secvenţa de împrăştiere nu mai conduce la o mărire a benzii de frecvenţă a acestuia, şi implicit la scăderea densităţii spectrale de putere N_0.