

Demodularea semnalelor ML – principii

1. Demodularea necoerentă semnalului MA (BLD+P)

$$s_{AM}(t) = \frac{V_0 \cdot g_c}{V_{ref}} \left[1 + \frac{g_M \cdot f(t)}{g_c} \right] \cos(\omega_c t) = g_c [1 + m \cdot f(t)] \cos(\omega_c t); \quad pt. V_0 = V_{ref}; \quad (55)$$

- demodularea este realizată cu un detector de anvelopă urmat de eliminarea componentei continue (FTS)

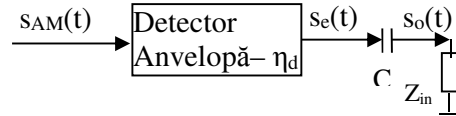


Fig. 16. Demodulator MA cu detector de anvelopă

- detectorul de anvelopă extrage un semnal proporțional cu *variația de amplitudine* (adică anvelopa) a semnalului de la intrare:

$$s_e(t) = g_c \cdot \eta_e [1 + m \cdot f(t)] = g_c \cdot \eta_e + g_c \cdot \eta_e \cdot m \cdot f(t) \quad (56)$$

- după filtrarea TS, adică după eliminarea c.c. (de către condensatorul C și Z_{in}), semnalul demodulat este:

$$s_o(t) = g_c \cdot \eta_e \cdot m \cdot f(t) = A \cdot f(t) \quad (57)$$

- filtrarea TS poate atenua componentele de foarte joasă frecvență ale semnalului demodulat
- demodularea este foarte simplă
- este o demodulare necoerentă, deoarece nu utilizează nici un semnal auxiliar, care ar trebui sincronizat, ci numai semnalul modulat recepționat

Detectoare de anvelopă

- sarcina detectorului de anvelopă este de a extrage semnalul în banda de bază “conținut” în anvelopa semnalului modulat
- sarcina este îndeplinită în doi pași: o procesare neliniară, în acest caz o redresare monoalternanță sau una bialternanță, urmată de o filtrare TJ

Detectorul prin mediere

- de obicei se folosește o redresare monoalternanță a semnalului de intrare, efectuată de o diodă, urmată de o filtrare TJ.

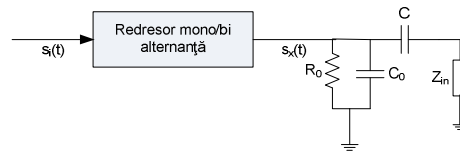


Fig. 17. Demodulator MA cu redresor

- deoarece dioda este comandată de amplitudinea semnalului de intrare, dioda ideală va acționa ca un întrerupător; folosind relația (46), *pentru o diodă ideală!*, se obține (58) deoarece dioda se deschide cu frecvența semnalului purtător:

$$f_i(s_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{daca } s_i(t) > 0; \\ 0 & \text{daca } s_i(t) \leq 0; \end{cases} \quad f_i(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \quad (58)$$

- semnalul de ieșire este produsul dintre semnalul de intrare și funcția de întrerupere (comandată de semnalul de intrare), adică relația:

$$\begin{aligned}
 s_r(t) &= s_i(t) \cdot f(s_i(t)) = A(t) \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2}{3\pi} \sin[3(\omega_c t - \Theta(t))] \dots \right\} = \\
 &= \frac{A(t)}{2} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2A(t)}{\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2A(t)}{3\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \sin[3(\omega_c t - \Theta(t))] \dots \\
 &= \frac{2A(t)}{2\pi} + \frac{A(t)}{2} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) - \frac{A(t)}{4\pi} \cos[2(\omega_c t - \Theta(t))] + \dots
 \end{aligned}
 \tag{59}$$

- dacă spectrele primilor doi termeni din (59) sunt separabile, adică:

$$f_{mM} < f_c - f_{mM} \Leftrightarrow 2 \cdot f_{mM} < f_c \tag{60}$$

filtrarea TJ va extrage numai semnalul în banda de bază.

- așa cum rezultă din (59), redresarea monoalternanță, datorită neliniarității sale, generează mai multe spectre care conțin semnalul modulator, din care unul este în banda de bază a semnalului modulator, iar celelalte sunt axate pe armonicile semnalului purtător.

2. Demodularea coerentă a semnalelor ML

- expresia generală a semnalelor ML (44) nu permite demodularea lor printr-o simplă detecție de anvelopă, ci impune utilizarea unor metode mai complicate

$$s_{LM}(t) = \frac{\alpha}{2} g(t) \cos(\omega_c t) \mp \frac{1}{2} g_q(t) \sin(\omega_c t); \tag{61}$$

Demodularea coerentă de produs (cu multiplicator)

- constă în înmulțirea semnalului modulat recepționat cu purtătorul local recuperat urmată de o filtrare TJ (cu frecvența de tăiere $f_t > f_{mM}$) și suprimarea c.c. (condensator C)

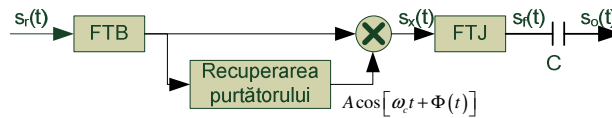


Fig. 18. Demodulator ML coerent

- principiul demodulării coerente e descris de ecuația:

$$\begin{aligned}
 s_x(t) &= \left(\frac{\alpha \cdot g(t)}{2} \cos(\omega_c t) \mp \frac{g_q(t)}{2} \sin(\omega_c t) \right) \cdot \frac{A_0 \cos(\omega_c t + \Phi(t))}{V_{ref}} = \\
 &= \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g(t)}{4V_{ref}} [\cos(\Phi(t)) + \cos(2\omega_c t + \Phi(t))] \mp \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g_q(t)}{4V_{ref}} [-\sin(\Phi(t)) + \sin(2\omega_c t + \Phi(t))]
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

- înmulțirea “împarte” spectrul semnalului modulat, axat pe f_c , în două spectre, vezi Fig. 19.

- unul în banda de bază, limitat de f_{mM} , primul termen în ambele paranteze drepte;
- altul plasat în jurul frecvenței $2f_c$, care are aceeași LB ca și semnalul modulat.

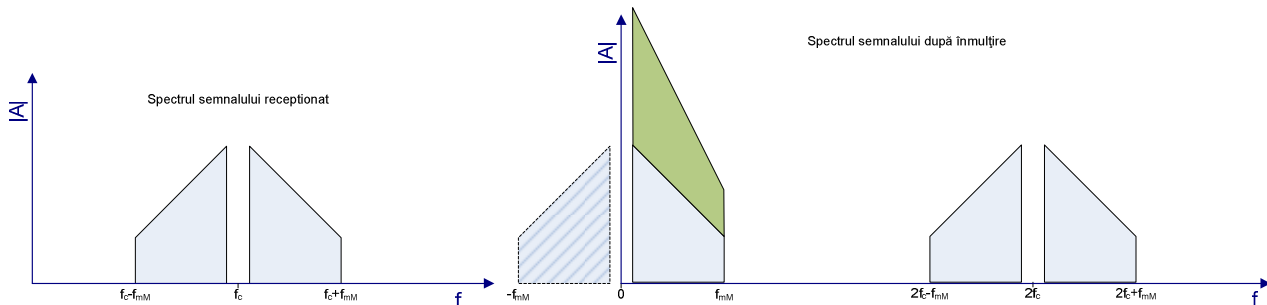


Fig. 19. Spectrul semnalului recepționat, și spectrul semnalului după înmulțirea cu purtătorul local

- dacă se impune ca:

$$\omega_{mM} < 2 \cdot \omega_c - \omega_{mM} \Leftrightarrow \omega_{mM} < \omega_c \tag{63}$$

spectrul plasat în jurul frecvenței $2f_c$ poate fi eliminat din semnalul $s_x(t)$, de către filtrarea TJ.

- semnalul filtrat $s_f(t)$ este:

$$s_f(t) = \frac{A_0 \alpha g(t)}{4V_{ref}} \cdot \cos(\Phi(t)) \mp \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g_q(t)}{4V_{ref}} (-\sin(\Phi(t))); \Rightarrow s_f(t) = \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g(t)}{4V_{ref}} \quad \text{pt. } \Phi(t) \rightarrow 0 \quad (64)$$

Metode de recuperare a purtătorului local

- purtătorul generat local trebuie să aibă faza egală cu cea a semnalului modulat recepționat pentru ca demodularea să livreze un semnal nedistorsionat (cu excepția semnalelor MA)
- considerând $\omega_l(t) = \omega_c \cdot t + \Delta\omega \cdot t + \Phi_0 = \omega_c \cdot t + \Phi(t)$ pentru o demodulare corectă trebuie ca $\Phi(t) \rightarrow 0$.
- această operație numită “recuperarea purtătorului” generează referința de fază pentru operația de sincronizare, care implică o sincronizare inițială, pentru a compensa defazajul inițial Φ_0 , și o sincronizare dinamică pentru a compensa $\Delta\omega t$.
- metodele de recuperare a purtătorului se împart în: metode care folosesc numai semnalul modulat recepționat și metode care folosesc semnale pilot suplimentare.

Metoda pătratică de recuperare a purtătorului

- folosește numai semnalul recepționat modulat;
- principiul de funcționare este descris mai jos considerând (pentru simplitate) $s_{LM}(t) = g(t)\cos(\omega_c t)$

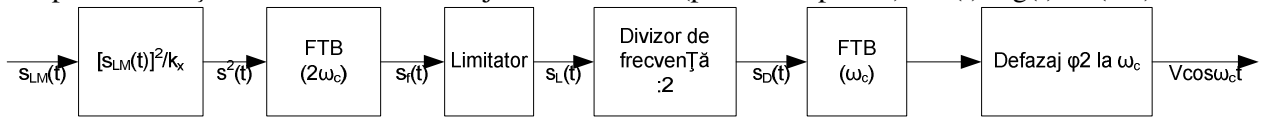


Fig. 20. Recuperarea purtătorului cu metoda ridicării la pătrat

$$s^2(t) = \frac{g^2(t)}{2K_x} + \frac{g^2(t)}{2K_x} \cos(2\omega_c t); \quad (65)$$

$$s_f(t) = \frac{g^2(t)}{2K_x} \cos(2\omega_c t) \quad (66)$$

- după filtrarea TB de bandă îngustă semnalul este transformat într-unul rectangular de către un amplificator-limitator

$$s_L(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[2(2k-1)\omega_c t]}{2k-1} \quad (67)$$

- acesta, fiind privit ca un semnal digital divizat la 2 în frecvență:

$$s_D(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[(2k-1)\omega_c t]}{2k-1} \quad (68)$$

- o a doua filtrare TB de bandă îngustă, axată pe ω_c , reține doar primul termen al sumei (68), furnizând purtătorul sinusoidal recuperat, $4V[\sin(\omega_c t)]/\pi$.

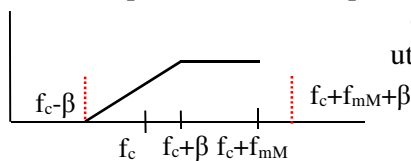
- lanțul de prelucrare descris introduce un defazaj constant ϕ_1 al purtătorului obținut, față de semnalul recepționat. Circuitul de defazare de la ieșire introduce un defazaj $\phi_2 = \pi/2 - \phi_1$, pentru a obține semnalul purtător recuperat ($\cos(\omega_c t)$).

- o altă clasă de metode de recuperare a purtătorului folosește semnale pilot suplimentare, pe frecvențe cunoscute a priori, care sunt emise alături de semnalul modulat.

- de exemplu, semnalul complex TV conține două semnale pilot:

- semnalul RBL (rest de bandă laterală) e transmis în banda $[f_c - \beta, f_c + f_{mM}]$, utilizând restul de bandă laterală $[f_c - \beta, f_c]$ a benzii laterale suprimate;

- două semnale pilot suplimentare se mai transmit pe frecvențele $f_c - \beta$, și $f_c + f_{mM} + \beta$.



Demodularea semnalelor MAQ

- demodularea semnalelor MAQ se bazează pe faptul că cele două semnale purtătoare sunt ortogonale (vezi relația (31))

- schema bloc a demodulatorului MAQ este:

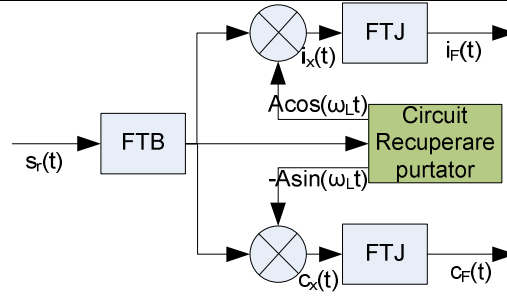


Fig. 21. Demodulator QAM

Presupunând că semnalul este recepționat filtrat TB are expresia (canal ideal):

$$s_{rf}(t) = g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (69)$$

-purtătoarele locale au forma:

$$\begin{aligned} s_{IL}(t) &= A \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \\ s_{QL}(t) &= -A \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \end{aligned} \quad (70)$$

-semnalul demodulat pe ramura în fază ($i_x(t)$) va avea expresia:

$$\begin{aligned} i_x(t) &= \frac{s_{rf}(t)}{V_{ref-I}} \cdot s_{IL}(t) = \frac{g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t)}{V_{ref-I}} A \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) = \\ &= \frac{A}{V_{ref-I}} \left[g_I(t) \cos(\omega_c t) \cdot \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] - \frac{A}{V_{ref-I}} \left[g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (71)$$

ținând cont că $\cos(a) \cdot \cos(b) = 0.5 [\cos(a+b) + \cos(b-a)]$ și $\sin(a) \cdot \cos(b) = 0.5 [\sin(b-a) + \sin(b+a)]$, relația (71) devine:

$$\begin{aligned} i_x(t) &= \frac{A}{V_{ref-I}} \left\{ g_I(t) \cdot \left[\frac{\cos(\Delta\omega t + \Phi) + \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} - \\ &\quad - \frac{A}{V_{ref-I}} \left\{ g_Q(t) \cdot \left[\frac{\sin(\Delta\omega t + \Phi) + \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} = \\ &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} \left[g_I(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) - g_Q(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) \right] + \\ &\quad + \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} \left[g_I(t) \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) - g_Q(t) \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (72)$$

-similar, pe ramura în quadratură, semnalul după înmulțirea cu purtătorul local ($c_x(t)$) va fi:

$$\begin{aligned} c_x(t) &= \frac{s_{rf}(t)}{V_{ref-Q}} \cdot s_{QL}(t) = \frac{g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t)}{V_{ref-Q}} \cdot (-A \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)) = \\ &= \frac{A}{V_{ref-Q}} \left[-g_I(t) \cos(\omega_c t) \cdot \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] - \frac{A}{V_{ref-Q}} \left[-g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] = \\ &= \frac{A}{V_{ref-Q}} \left\{ -g_I(t) \cdot \left[\frac{\sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) + \sin(\Delta\omega t + \Phi)}{2} \right] - g_Q(t) \cdot \left[\frac{\cos(\Delta\omega t + \Phi) - \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (73)$$

După rearanjare obținem:

$$\begin{aligned} c_x(t) &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} \left[-g_I(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) + g_Q(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) \right] + \\ &\quad + \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} \left[-g_I(t) \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) - g_Q(t) \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (74)$$

Aceste semnale sunt aplicate la intrarea filtrelor TJ (operațiunea de integrare din (31)). Aceste filtre au rolul de a elimina componentele spectrale axate pe frecvența $2f_c$. La ieșirea filtrelor se obțin următoarele semnale:

$$\begin{aligned} i_F(t) &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} [g_I(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) - g_Q(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi)] \\ c_F(t) &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} [-g_I(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) + g_Q(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi)] \end{aligned} \quad (75)$$

Alegând amplitudinea semnalului purtător local, respectiv valoarea tensiunii de referință astfel încât:

$$\frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} = \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} = 1 \quad (76)$$

și impunând o recuperare perfectă a purtătorului local, adică

$$\begin{cases} \Delta\omega = 0 \\ \Phi = 0 \end{cases} \quad (77)$$

Semnalele la ieșirea filtrelor TJ vor fi (înlocuind (76) și (77) în (75)):

$$\begin{aligned} i_F(t) &= g_I(t) \cos(0) - g_Q(t) \sin(0) = g_I(t) \\ c_F(t) &= -g_I(t) \sin(0) + g_Q(t) \cos(0) = g_Q(t) \end{aligned} \quad (78)$$

Efectele recuperării incorecte a purtătoarelor locale

a. purtătoarele locale au aceleași frecvență ca cele recepționate dar sunt defazate cu un defazaj constant, adică:

$$\begin{cases} \Delta\omega = 0 \\ \Phi = ct. \end{cases} \quad (79)$$

Semnalele la ieșirea filtrelor vor avea forma (înlocuind (76) și (79) în (75)):

$$\begin{aligned} i_F(t) &= g_I(t) \cos(\Phi) - g_Q(t) \sin(\Phi) \\ c_F(t) &= -g_I(t) \sin(\Phi) + g_Q(t) \cos(\Phi) \end{aligned} \quad (80)$$

Deoarece defazajul Φ este constant, și funcțiile $\cos(\Phi)$ și $\sin(\Phi)$ vor avea valori constante, deci semnalul demodulat pe una dintre cele două ramuri va consta din semnalul transmis pe ramura respectivă sumat ponderat cu semnalul transmis pe cealaltă ramură – acest fenomen se numește *interferență interpurtătoare*

b. frecvența purtătoarelor locale diferă de frecvența purtătoarelor recepționate

-în acest caz semnalele demodulate vor avea forma descrisă de (75), adică semnalele demodulate nu mai sunt proporționale cu semnalele transmise pe cele două ramuri. (sunt înmulțite și adunate cu semnale variabile în timp) – rezultă că, ca la orice demodulator coerent, pentru demodularea semnalelor MAQ purtătoarele locale trebuie să fie sinfazate (recuperate perfect) cu purtătoarele recepționate.

obs. Metoda de recuperare a purtătorului prin ridicare la pătrat nu se poate utiliza pentru semnalele modulate MAQ

Performanțe de raport semnal-zgomot ale modulațiilor liniare

Zgomotul Gaussian alb

Considerând că semnalul modulat este transmis pe un canal plat, ecuația (10) poate fi rescris ca:

$$s_r(t) = s_t(t) + n(t) \quad (81)$$

De obicei în analizele teoretice a performanțelor asigurate de diferite modulații semnalul de zgomot $n(t)$ se modelează cu un semnal alb aleatoriu cu distribuție Gaussiană AWGN (Additive White Gaussian Noise).

def. Un *zgomot* este *alb* dacă distribuția spectrală a puterii este uniformă indiferent de valoarea frecvenței.

- densitatea spectrală de putere a zgomotului alb se notează N_0 , și definește puterea medie a componentelor spectrale dintr-o bandă de frecvență cu o lărgime de bandă dată. De obicei unitatea de măsură a lui N_0 este:

$$[N_0] = \frac{dBm}{kHz} \quad (82)$$

def. zgomot Gaussian – un semnal aleatoriu cu distribuție normală sau Gaussină, adică probabilitatea valoarea lui $n(t)$ în momentul t să ia valoarea x este *pdf* (x, σ, μ):

$$P(n(t) = x) = pdf(x, \sigma, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (83)$$

unde μ este valoarea medie iar σ este dispersia zgomotului.

obs. valoarea medie a zgomotului AWGN este zero $\mu = 0$.

- probabilitatea ca valoarea zgomotului în momentul t să fie mai mic decât x ($cdf(x)$) este dată de relația

$$P(n(t) < x) = cdf(x, \sigma, \mu) = \int_{-\infty}^x pdf(\tau, \sigma, \mu) d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) d\tau = \frac{1}{2} \left[1 + erf\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \quad (84)$$

unde $erf(\cdot)$ (error function) este funcția descrisă de (85):

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\tau^2} d\tau \quad (85)$$

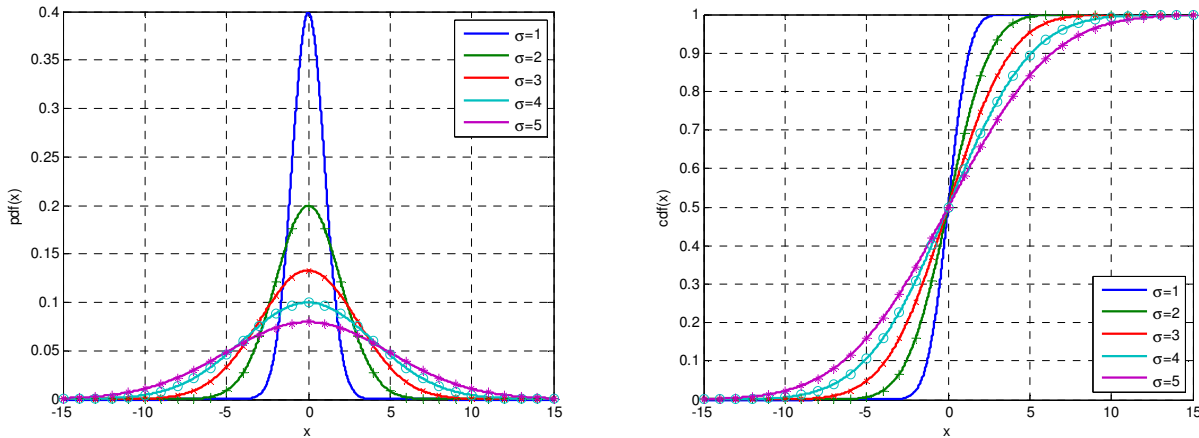


Fig. 22. Funcțiile pdf și cdf a zgomotului Gaussian pentru diferite valori a σ ($\mu = 0$)

- un interes deosebit pentru comunicații reprezintă probabilitatea ca valoarea zgomotului în momentul t să fie mai mare decât o valoarea x , această probabilitate este dată de funcția $Q\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$:

$$P(n(t) > x) = Q\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \int_x^{\infty} pdf(\tau, \sigma, \mu) d\tau = 1 - cdf(x, \sigma, \mu) = \frac{1}{2} \left[1 - erf\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \quad (86)$$

Deoarece semnalul recepționat este filtrat trece bandă, se consideră că banda de trecere a filtrului FTB este egală cu lărgimea de bandă LB a semnalului modulat, semnalul recepționat filtrat este adunat de un zgomot cu bandă îngustă (narrowband).

-puterea zgomotului de bandă îngustă (P_N) (ținând cont că transmisia este afectată de un zgomot alb) este:

$$P_N = N_0 \cdot LB \quad (87)$$

- se poate arăta [Haykin] că zgomotul cu bandă îngustă poate fi scris ca un semnal modulat QAM:

$$n(t) = n_I(t) \cos(2\pi f_c t) - n_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (88)$$

- $n_I(t)$ și $n_Q(t)$ sunt semnale aleatoare cu distribuție Gaussiană, și dispersia σ filtrate trece jos, cu componente spectrale nenule până la $LB/2$, iar densitatea de putere a acestor este N_0 .

- considerând că:

$$a \cdot \cos(x) - b \cdot \sin(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \cos\left(x - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right) \quad (89)$$

semnalul definit de relația (88) poate fi scrisă în forma [Proakis1]:

$$n(t) = R(t) \cdot \cos(\omega_c t + \Psi(t)) \quad (90)$$

unde

$$R(t) = \sqrt{n_I^2(t) + n_Q^2(t)} \quad (91)$$

$$\Psi(t) = -\tan^{-1}\left(\frac{n_I(t)}{n_Q(t)}\right) \quad (92)$$

anvelopa zgomotului filtrat trece bandă, descrisă de relația (91), este un semnal aleatoriu cu distribuție Rayleigh [Lathi] [Haykin]:

$$P_R(x) = \frac{x}{\sigma_R^2} e^{-x^2/2\sigma_R^2} \quad (93)$$

-defazajul introdus, $\Psi(t)$, are distribuție uniformă din intervalul $[0, 2\pi]$.

Performanțe modulațiilor liniare, afectate de zgomot AWGN, demodate cu demodulator coerent

-considerând expresia generală semnalului ML exprimat de (44) și zgomotul cu banda îngustă descris de (88), semnalul recepționat, afectat de zgomot este:

$$s_r(t) = s_{ML}(t) + n(t) = \left[\frac{\alpha}{2} g(t) + n_I(t) \right] \cos(\omega_c t) - \left[\pm \frac{1}{2} g_q(t) + n_Q(t) \right] \sin(\omega_c t) \quad (94)$$

raportul semnal zgomot la intrarea demodulatorului, adică raportul dintre puterea semnalului transmis (dat de relațiile: (16)-BLD+P; (27)- BLD-PS; (37) -BLU) și puterea zgomotului cu banda îngustă exprimată de (87) va fi:

- **BLD+P**

$$\rho_{BLDP-i} = \frac{P_{BLDP}}{P_{N-i}} = \frac{\frac{g_c^2 (1+m^2 \tilde{f}^2(t))}{2}}{N_0 \cdot LB} = \frac{g_c^2 (1+m^2 \tilde{f}^2(t))}{2 \cdot N_0 \cdot 2f_{mM}}; \quad (95)$$

- **BLD-PS**

$$\rho_{BLDPs-i} = \frac{P_{BLD-PS}}{P_{N-i}} = \frac{\frac{g_M^2 \tilde{f}^2(t)}{2}}{N_0 LB} = \frac{g_M^2 \tilde{f}^2(t)}{2N_0 \cdot 2f_{mM}}; \quad (96)$$

- **BLU**

$$\rho_{BLU-i} = \frac{P_{BLU}}{P_{N-i}} = \frac{\frac{g_M^2 \tilde{f}^2(t)}{4}}{N_0 LB} = \frac{g_M^2 \tilde{f}^2(t)}{4N_0 \cdot f_{mM}}; \quad (97)$$

- aplicând semnalul recepționat (94) pe intrarea demodulatorului ML coerent, semnalul demodat va fi (vezi (62)-(64)):

$$s_f(t) = \frac{A_0}{2} \left[\frac{\alpha}{2} g(t) + n_I(t) \right] \quad (98)$$

- dacă purtătorul local este sinfazat cu purtătorul recepționat, raportul semnal zgomot la ieșirea demodulatorului coerent, după eliminarea componentei continue (dacă este cazul), va fi:

- Puterea semnalului recepționat:

$$P_{s-o} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left| \frac{A_0 \alpha}{4} g(t) \right|^2 dt = \frac{A_0^2 \alpha^2 g_M^2}{16} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt = \frac{A_0^2 \alpha^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) \quad (99)$$

ținând cont de valoarea constantei α avem(45):

- BLD

$$P_{BLD-o} = \frac{A_0^2 \alpha^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) = \frac{A_0^2 2^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) = \frac{A_0^2 g_M^2}{4} \cdot \tilde{f}^2(t) \quad (100)$$

- BLU

$$P_{BLU-o} = \frac{A_0^2 \alpha^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) = \frac{A_0^2 1^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) = \frac{A_0^2 g_M^2}{16} \cdot \tilde{f}^2(t) \quad (101)$$

- Puterea zgomotului la ieșirea demodulatorului pentru transmisii BLD va fi :

$$P_{N-o} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left| \frac{A_0}{2} n_l(t) \right|^2 dt = \frac{A_0^2}{4} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} n_l^2(t) dt = \frac{A_0^2}{4} \cdot 2 \cdot N_0 \cdot LB = \frac{A_0^2}{2} \cdot N_0 \cdot f_M \quad (102)$$

iar pentru BLU:

$$P_{N-BLU-o} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left| \frac{A_0}{2} n_l(t) \right|^2 dt = \frac{A_0^2}{4} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} n_l^2(t) dt = \frac{A_0^2}{4} \cdot N_0 \cdot LB = \frac{A_0^2}{4} \cdot N_0 \cdot f_M \quad (103)$$

deci raportul semnal zgomot la ieșirea demodulatorului va fi:

- **BLD+P-** după eliminarea componente continue

$$\rho_{BLDP-o} = \frac{P_{BLDP-o}}{P_{N-o}} = \frac{\frac{A_0^2}{4} g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{\frac{A_0^2}{4} \cdot N_0 \cdot f_M} = \frac{g_c^2 m^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}; \quad (104)$$

raportul dintre ρ_{BLDP-o} și ρ_{BLDP-i} va fi:

$$\eta = \frac{\rho_{BLDP-o}}{\rho_{BLDP-i}} = \frac{\frac{g_c^2 m^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}}{\frac{g_c^2 (1 + m^2 \widetilde{f}^2(t))}{2 \cdot N_0 \cdot 2 f_{mM}}} = \frac{2 m^2 \widetilde{f}^2(t)}{1 + m^2 \widetilde{f}^2(t)} \quad (105)$$

- raportul η reprezintă “câștigul demodulatorului; considerând $m = 1$ și $f(t) = \cos \omega_m t$, se obține $\eta = 2/3$.

- **BLD-PS**

$$\rho_{BLDPs-o} = \frac{P_{BLDPs-o}}{P_{N-o}} = \frac{\frac{A_0^2}{4} g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{\frac{A_0^2}{2} \cdot N_0 \cdot f_M} = \frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}; \quad (106)$$

câștigul demodulatorului pentru semnalul BLD-PS este:

$$\eta = \frac{\rho_{BLDPs-o}}{\rho_{BLDP-i}} = \frac{\frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}}{\frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot 2 f_{mM}}} = 2 \quad (107)$$

- **BLU**

$$\rho_{BLU-o} = \frac{P_{BLU-o}}{P_{N-BLU-o}} = \frac{\frac{A_0^2 g_M^2}{16} \cdot \widetilde{f}^2(t)}{\frac{A_0^2}{4} \cdot N_0 \cdot f_M} = \frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{4 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}; \quad (108)$$

câștigul demodulatorului pentru BLU este:

$$\eta = \frac{\rho_{BLU-o}}{\rho_{BLU-i}} = \frac{\frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{4 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}}{\frac{g_M^2 \cdot \widetilde{f}^2(t)}{2 \cdot N_0 \cdot f_{mM}}} = 1 \quad (109)$$

Performanțe modulațiilor MA, afectate de zgomot AWGN, demodate cu detector de anvelopă

- semnalul MA afectat de zgomot AWGN cu bandă îngustă este:

$$s_r(t) = s_{MA}(t) + n(t) = \left\{ g_c [1 + m \cdot f(t)] + n_l(t) \right\} \cdot \cos(\omega_c t) - n_o(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (110)$$

- utilizând (89) ecuația (110) poate fi rescrisă în forma:

$$s_r(t) = \sqrt{\{g_c [1+m \cdot f(t)] + n_l(t)\}^2 + n_o^2(t)} \cdot \cos(\omega_c t + \Theta(t)) \quad (111)$$

- detectorul de anvelopă extrage anvelopa acestui semnal, deci semnalul la ieșirea detectorului de anvelopă va fi:

$$A_r(t) = \sqrt{\{g_c [1+m \cdot f(t)] + n_l(t)\}^2 + n_o^2(t)} \quad (112)$$

Considerând cele două cazuri extreme ale relației dintre valoarea anvelopei semnalului modulat și nivelul zgomotului avem:

a) Nivelul anvelopei mult mai mare ca nivelul zgomotului adică $P(g_c [1+m \cdot f(t)] \gg n(t)) \approx 1$, în acest caz semnalul de la ieșirea detectorului de anvelopă poate fi aproximat cu:

$$A_r(t) \approx \sqrt{\{g_c [1+m \cdot f(t)] + n_l(t)\}^2} = g_c [1+m \cdot f(t)] + n_l(t) \quad (113)$$

-în acest caz la ieșirea demodulatorului avem aproximativ același semnal ca și la ieșirea unui demodulator coerent (vezi (64)),deci raportul semnal zgomot la ieșirea demodulatorului va fi dată de (104), iar câștigul demodulatorului este dată de (105).

- relația (113) arată că dacă raportul semnal zgomot de la intrarea demodulatorului necoerent este mare, demodulatorul necoerent are același performanțe ca un demodulator coerent

a) Nivelul zgomotului este mult mai mare ca valoarea anvelopei adică $P(n(t) \gg g_c [1+m \cdot f(t)]) \approx 1$, în acest caz semnalul de la ieșirea detectorului de anvelopă va fi:

$$\begin{aligned} A_r(t) &= \sqrt{\{g_c [1+m \cdot f(t)] + n_l(t)\}^2 + n_o^2(t)} = \\ &= \sqrt{g_c^2 [1+m \cdot f(t)]^2 + 2g_c [1+m \cdot f(t)]n_l(t) + n_l^2(t) + n_o^2(t)} = \\ &= \sqrt{(n_l^2(t) + n_o^2(t)) \cdot \left[1 + \frac{2g_c n_l(t)}{n_l^2(t) + n_o^2(t)} [1+m \cdot f(t)]\right] + g_c^2 [1+m \cdot f(t)]^2} \end{aligned} \quad (114)$$

- deoarece zgomotul este mult mai mare decât valoarea anvelopei termenul $g_c^2 [1+m \cdot f(t)]^2$ este suficient de mic comparat cu primul termen ca să poate fi neglijată, și ținând cont de (91), relația (114) poate fi aproximat ca:

$$\begin{aligned} A_r(t) &\approx \sqrt{(n_l^2(t) + n_o^2(t)) \cdot \left[1 + \frac{2g_c n_l(t)}{n_l^2(t) + n_o^2(t)} [1+m \cdot f(t)]\right]} = \\ &= R(t) \sqrt{1 + \frac{2g_c n_l(t)}{R^2(t)} [1+m \cdot f(t)]} \end{aligned} \quad (115)$$

- considerând că $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ dacă ε e suficient de mic, relația (115) devine:

$$A_r(t) \approx R(t) \left[1 + \frac{g_c n_l(t)}{R^2(t)} [1+m \cdot f(t)]\right] = R(t) + \frac{g_c n_l(t)}{R(t)} [1+m \cdot f(t)] \quad (116)$$

- relația (116) arată că semnalul demodulat nu mai este proporțional cu funcția modulatorie $f(t)$, zgomotul nu mai este adunat cu semnalul util; semnalul util este înmulțit cu zgomot și acest produs este adunat cu un zgomot cu distribuție Rayleigh. În acest caz semnalul de ieșire e “dominat” de semnalul de zgomot, rezultând așa - numita “demodulare captată de zgomot”.

Concluzii privitoare la comportarea de SNR a modulațiilor liniare

- captarea demodulării de zgomot apare numai pentru MA dacă demodularea este realizată cu un demodulator necoerent.

- factorul de îmbunătățire al SNR, η , este maxim pentru BLD-PS, $\eta = 2$, (dar BLD-PS folosește o LB dublă), pe când pentru BLU $\eta = 1$ (folosindu-se o singură bandă laterală). Valoarea lui η pentru MA este $\eta \leq 2/3$. (valoarea lui η pentru MA depinde și de forma semnalului modulator)

Referințe:

- [Ed.Nicolau] - Ed.Nicolau, coord. "Manualul Inginerului electronist. Radiotehnica vol.III", Ed. Tehnică, 1989
[Proakis1] - John G Proakis , Masoud Salehi, "Fundamentals Of Communication Systems" Prentice Hall 2004
[Lathi] – B.P. Lathi, "Modern Digital and Analog Communication Systems" Third Edition, Oxford University Press, 1998
[Haykin] -Simon Haykin "Communication Systems" 4th edition, John Wiley & Sons, 2001