

Modulația în frecvență

- *Modulația în frecvență* - MF – modifică proporțional cu nivelul semnalului modulator valoarea deviației frecvenței instantanee a semnalului modulat, în jurul frecvenței purtătoare, păstrând amplitudinea semnalului modulat la o valoare constantă.

- considerând semnalul modulator:

$$g(t) = g_M \cdot f(t); \quad f(t) \in [-1;1] \quad (1)$$

- frecvența instantanee a semnalului modulat MF trebuie să fie:

$$f_i(t) = f_c + k_{FM} \cdot g(t) \quad (2)$$

$$[k_{FM}] = \frac{\text{Hz}}{V}$$

- expresia pulsației instantanee a semnalului MF este:

$$\omega_i(t) = \omega_c + K_{FM} \cdot g_M \cdot f(t) = \omega_c + \Delta\omega_M \cdot f(t); \quad (3)$$

$$[K_{FM}] = \frac{\text{rad}}{s \cdot V}$$

- deoarece faza instantanee $\phi_i(t)$ a semnalului modulat este integrala pulsației instantanee în raport cu timpul

$$\omega_i(t) = \frac{\delta\phi_i(t)}{\delta t} \Rightarrow \phi_i(t) = \int_0^t \omega_i(\tau) d\tau = \int_0^t \omega_c d\tau + \int_0^t \Delta\omega_M \cdot f(\tau) d\tau = \omega_c t + \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (4)$$

- expresia semnalului modulat MF este (considerând că amplitudinea semnalului purtător este V_0):

$$s_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \quad (5)$$

- $\Delta\omega_M$ reprezintă deviația maximă de pulsație permisă de modulație

- pentru un semnal modulator sinusoidal, semnalul FM poate fi descompus în serie Fourier (vezi relația(6)) în care $J_k(\beta)$ sunt funcțiile Bessel de ordin k, iar β reprezintă indicele de modulație, [Ed.Nicolau].

$$s_{FM}(t) = V_0 \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) \cdot \cos(\omega_c t + k\omega_m t); \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\Delta\omega_M}{\omega_{mM}} \quad (7)$$

- din relația (6) rezultă că lărgimea de bandă a semnalului modulat FM este infinit de mare. În practică lărgimea de bandă este definită ca fiind banda de frecvență care conține aproximativ 99% din puterea semnalului MF, lărgimea acestei benzi poate fi determinată cu relația (8). Deoarece spectrul semnalului este simetrică față de frecvența purtătoare f_c banda de frecvență a semnalului modulat în frecvență poate fi determinată cu relația (9):

$$LB_{MF} = 2 \cdot f_{mM} (1 + \beta + \sqrt{\beta}) \quad (8)$$

$$BF_{MF} \in \left[f_c - \frac{LB_{MF}}{2}; f_c + \frac{LB_{MF}}{2} \right] \quad (9)$$

- semnalul modulat MF și spectrul său sunt prezentate în Fig. 1. pentru un semnal modulator $g(t) = A\cos(\omega_m t)$, cu $f_m = 4$ Hz, $g_M = 2V$, $\Delta\omega_M = 13$ Hz, și $f_c = 80$ Hz; $\beta = 3.25$, $LB_{MF} = 40.25$ Hz;

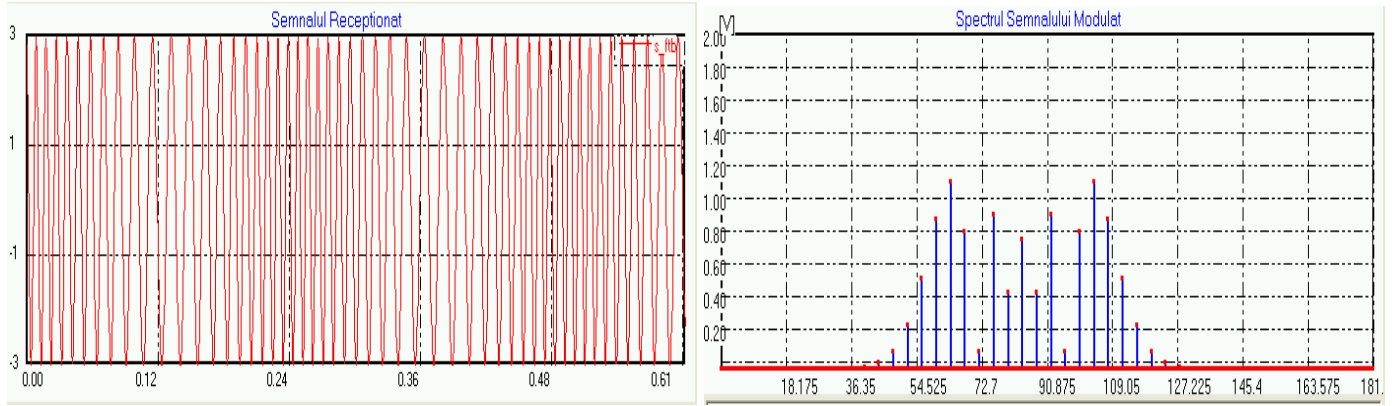


Fig. 1. Semnalul modulat FM (reprezentare în timp și spectru de frecvență) cu semnal modulator cosinusoidal

obs. cel mai uzual exemplu de utilizare a MF este “FM radio”, având parametrii: $f_{mM} = 15 \text{ kHz}$, $\Delta f_M = 50 \text{ kHz}$, $\beta = 3.33$, $LB_{FM} = 184.6 \text{ kHz}$;

Producerea semnalelor MF

Metode analogice

- metodele analogice “clasice” sunt prezentate în [Ed. Nicolau];

Metoda Armstrong

- aproximează semnalul MF:

$$s_{FM}(t) = V_0 \cos \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) = V_0 \cos(\omega_c t) \cdot \cos \left[\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] - V_0 \sin(\omega_c t) \cdot \sin \left[\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \quad (10)$$

$$\text{pentru } \left| \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right| \leq 0.2 \text{ rad} \Rightarrow \begin{cases} \cos \left[\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \approx 1 \\ \sin \left[\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \approx \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \end{cases} \quad (11)$$

Utilizând aproximația (11) relația (10) devine:

$$s_{FM}(t) \approx V_0 \cos \omega_c t - V_0 \cdot \left[\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \cdot \sin \omega_c t \quad (12)$$

- condiția impusă în (11), pentru a permite aproximațiile făcute, conduce, pentru un semnal modulator de bandă limitată $[\omega_{mm}, \omega_{mM}]$, la un indice de modulație cu valoare mică, adică:

$$\beta' = \frac{\Delta \omega_M'}{\omega_{mM}} \leq 0.5 \quad (13)$$

- pentru a permite obținerea unor valori mai mari ale lui β , semnalul este mai întâi modulat pe o frecvență intermediară f_c' și cu un indice de modulație β' care să respecte condiția (11) – mai mici decât f_c și respectiv β

- apoi este limitat în amplitudine, iar descompunerea în serie Fourier a semnalului astfel obținut este:

$$s_L(t) = \frac{4V_0}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin \left[(2k-1)\omega_c t + (2k-1)\Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \quad (14)$$

- impunând pentru cea de a k-a armonică nenulă, condițiile:

$$\left. \begin{aligned} (2k-1)\omega_c' &= \omega_c \\ (2k-1)\Delta \omega_M' &= \Delta \omega_M \end{aligned} \right\} \Rightarrow (2k-1)\beta' = \beta \quad (15)$$

- rezultă că valorile frecvenței intermediare f_c' și ale indicelui de modulație β' pe care trebuie făcută modularea descrisă de relația (12) sunt date de relațiile:

$$f'_c = \frac{f_c}{2k-1}$$

$$\beta' = \frac{\beta}{2k-1} \leq 0.5$$
(16)

- filtrând TB semnalul limitat (14) cu un filtru având $\omega_0 = \omega_c$ și cu o bandă de trecere LB_{FM} se obține semnalul MF pe frecvența purtătoare și cu indicele de modulație impuse
- trebuie însă reținut că factorul $(2k-1)$ nu trebuie să ia valori prea mari (valorile practice sunt cele < 11), deoarece amplitudinea armonicii corespunzătoare în (14) ar putea fi prea scăzută.
- schema bloc a modulatorului Armstrong este prezentată în Fig. 2.

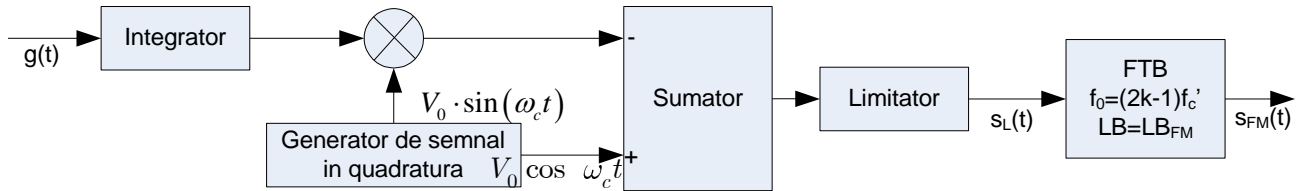


Fig. 2. Modulator MF cu metoda Armstrong

- o altă metodă analogică folosită uzual este comanda frecvenței semnalului de ieșire al unui oscilator comandat în tensiune OCT de către nivelul semnalului modulator [Vătășescu – cap. circuite PLL]

Metode numerice de producere a semnalului MF

- utilizând metode digitale poate fi calculat cu o precizie arbitrară valoarea funcției $\cos(\cdot)$, deci o metodă de generare a semnalelor modulate cu modulații neliniare constă în generarea unui semnal numeric care reprezintă faza instantanee (argumentul) a semnalului modulat, și după aceea aplicarea acestui semnal la intrarea unui bloc care calculează funcția $\cos(\cdot)$.
- eșantionând uniform semnalul modulat MF (5) cu frecvența de eșantionare f_e (citind valoarea semnalului în momentele $n \cdot T_e$), valoarea semnalului modulat în momentul nT_e va fi:

$$s_{FM}(nT_e) = V_0 \cos \left(\omega_c \cdot n \cdot T_e + \Delta\omega_M \cdot \int_0^{nT_e} f(\tau) d\tau \right) =$$

$$= V_0 \cos \left(\omega_c \cdot n \cdot T_e + \Delta\omega_M \cdot T_e \cdot \sum_{i=0}^n f(i \cdot T_e) \right)$$
(17)

faza instantanee a semnalului modulat în momentul nT_e este:

$$\Theta_n = \omega_c \cdot n \cdot T_e + \Delta\omega_M \cdot T_e \cdot \sum_{i=0}^n f(i \cdot T_e) =$$

$$= T_e \cdot \left(\omega_c \cdot n + \Delta\omega_M \cdot \sum_{i=0}^n f(i \cdot T_e) \right) =$$

$$= T_e \cdot \left(\omega_c \cdot (n-1) + \Delta\omega_M \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f(i \cdot T_e) + \omega_c + \Delta\omega_M \cdot f(n \cdot T_e) \right) =$$

$$= \Theta_{n-1} + \Theta_p(n \cdot T_e)$$
(18)

unde cu Θ_p s-a notat funcția care arată cu cât se modifică valoarea fazei instantanee de la un eșantion la altul. Funcția $\Theta_p(\cdot)$ este direct proporțională cu semnalul modulator:

$$\Theta_p(n \cdot T_e) = \omega_c + \Delta\omega_M \cdot f(n \cdot T_e) = \omega_c + K_{FM} \cdot g(n \cdot T_e)$$
(19)

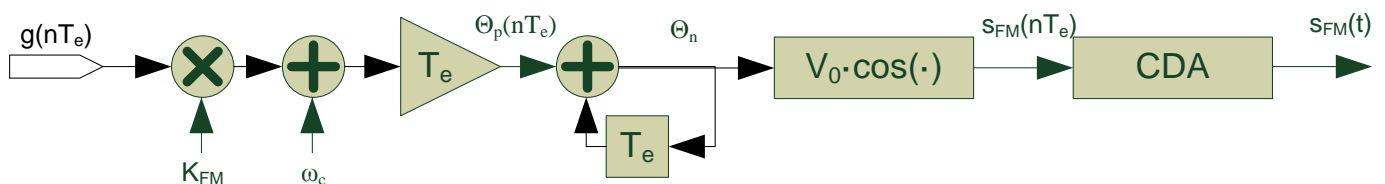


Fig. 3. Schema bloc a modulatorului FM cu generarea digitală a fazei instantanee

obs. metoda descrisă mai sus poate fi utilizată numai dacă valoarea frecvenței purtătoare este relativ redusă (trebuie respectată teorema eșantionării)

- în practică, pentru valori mai mari a frecvenței centrale (purtătoare) se preferă generarea semnalului cu ajutorul unei modulații MAQ. Ținând cont de egalitatea $\cos(a+b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$ expresia semnalului modulat FM (5) poate fi rescrisă în forma:

$$s_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) = V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \cos(\omega_c t) - V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (20)$$

Notând cu

$$I_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \quad (21)$$

$$Q_{FM}(t) = V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right)$$

Semnalul modulat în frecvență devine:

$$s_{FM}(t) = I_{FM}(t) \cdot \cos(\omega_c t) - Q_{FM}(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (22)$$

obs. semnalul complex $s_{FM-BB}(t) = I_{FM}(t) + j \cdot Q_{FM}(t)$ se numește anvelopa complexă a semnalului FM.

- după eșantionarea $I_{FM}(t)$ și $Q_{FM}(t)$ se obțin semnalele $I_{FM}(nT_e)$ și $Q_{FM}(nT_e)$ care pot fi scrise în formă recursivă, similar cu relațiile(17), (18) și (19), cu pas variabil care depinde de semnalul modulator:

$$\Theta_I(n \cdot T_e) = \Theta_Q(n \cdot T_e) = \Theta_{BB}(n \cdot T_e) = \Delta\omega_M \cdot T_e \cdot \sum_{i=0}^n f(i \cdot T_e) = T_e \cdot \left(\Delta\omega_M \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f(i \cdot T_e) + \Delta\omega_M \cdot f(n \cdot T_e) \right) \quad (23)$$

$$= \Theta_{BB}((n-1) \cdot T_e) + \Theta_{BB-p}(n \cdot T_e) \quad (24)$$

$$\Theta_{p-BB}(n \cdot T_e) = \Delta\omega_M \cdot f(n \cdot T_e) = K_{FM} \cdot g(n \cdot T_e)$$

- schema bloc a modulatorului devine:

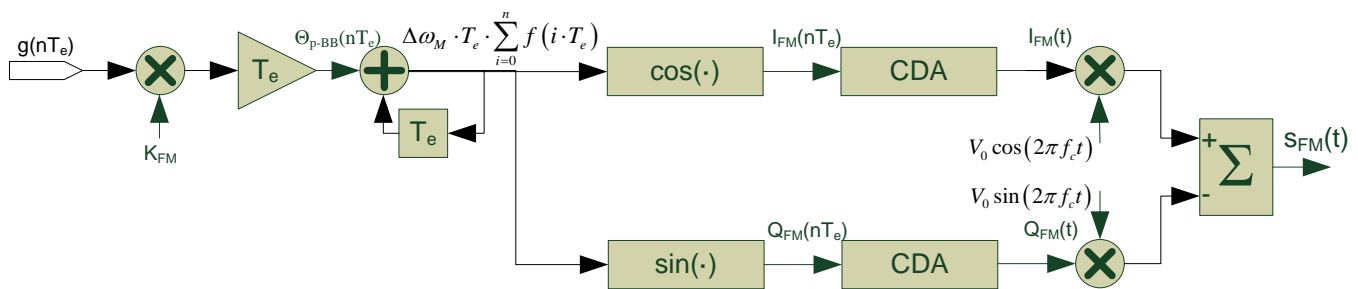


Fig. 4. Modulator digital FM cu ajutorul modulației MAQ

obs. În cazul modulatorului care utilizează modulația QAM frecvența de eșantionare poate să fie mult mai mică decât în cazul generării digitale a semnalului MF direct pe purtătoare. (de obicei $f_{mM} \ll f_p$)

Demodularea semnalelor MF – principii

A. Demodulare prin derivare și detecție de anvelopă

- demodularea semnalelor MF necesită următoarele etape, vezi schema bloc de mai jos,:

- eliminarea modulației “parazite” de amplitudine (MPA), modulație introdusă de canal – semnalul rezultat are o amplitudine constantă

- b. derivarea semnalului modulat MF– această operație introduce o modulație BLD-P (MA) a semnalului rezultat, pe lângă modulația MF existentă
- c. detecția de anvelopă a semnalului (sau realizarea unei demodulări ML)
- d. eliminarea componentei continue

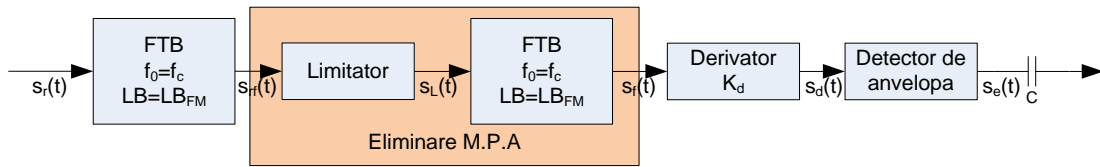


Fig. 5.Schema bloc a demodulatorului FM cu derivator și detecție de anvelopă

- filtrul trece-bandă de intrare are rolul de a îmbunătăți SNR-ul semnalului recepționat

a. *Eliminarea modulației “parazite” de amplitudine*

- semnalul recepționat este descris de relația (25); remarcați amplitudinea variabilă A(t):

$$s_{rf}(t) = A(t) \cos \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (25)$$

- eliminarea M.P.A (modulația parazită de amplitudine). se face în două etape: - limitarea semnalului, urmată de o filtrare TB
- semnalul limitat este un semnal dreptunghiular cu același amplitudine și fază ca și semnalul recepționat:

$$s_L(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin \left[(2k-1) \cdot \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \right] \quad (26)$$

- al doilea FTB reține doar prima armonică din (26), rezultând un semnal MF cu amplitudine constantă:

$$s_f(t) = \frac{4V}{\pi} \sin \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (27)$$

- pentru realizabilitatea filtrării, spectrele axate pe ω_c și $3\omega_c$ nu trebuie să se suprapună, adică:

$$3\omega_c - \frac{LB(3\Delta\omega_M)}{2} > \omega_c + \frac{LB(\Delta\omega_M)}{2} \Rightarrow \omega_c > \frac{LB(\Delta\omega_M) + LB(3\Delta\omega_M)}{4} \quad (28)$$

-privitor la relația (28) trebuie menționat că deviația maximă de frecvență a modulației MF de pe armonica de index k semnalului limitat are valoarea $\Delta\omega_{M-k} = (2k-1) \Delta\omega_M$, vezi relația (26), ceea ce face ca indicele de modulație al semnalului MF de pe această armonică să fie $\beta_k = (2k-1)\beta$. Rezultă că lărgimea de bandă ocupată de semnalul modulat MF pe armonica k se calculează cu acest indice folosind relația (8).

b. *Efectuarea derivării semnalului modulat MF*

- derivarea semnalului MF are rolul de a introduce o modulare suplimentară BLD-P, alături de cea MF:

$$s_d(t) = k_d \frac{4V}{\pi} (\omega_c + \Delta \omega_M f(t)) \cdot \cos \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (29)$$

- rezultă că fiecare componentă spectrală a unui semnal MF va fi modulată BLD-P

c. *Detecția de anvelopă*

- extrage un semnal proporțional cu anvelopa lui (29):

$$s_o(t) = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} [\omega_c + \Delta \omega_M f(t)] = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \omega_c + k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \Delta \omega_M f(t) \quad (30)$$

d. *Eliminarea componentei continue*

- condensatorul C împreună cu Z_{in} a amplificatorului audio, formează un FTS, care dă la ieșire un semnal proporțional cu semnalul modulator:

$$s_o(t) = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \Delta \omega_M f(t) \quad (31)$$

- **TEMĂ: Demonstrați prin calcul efectele îndepărtării blocului de eliminare a M.A.P asupra semnalului demodulat**

- deoarece derivarea și detecția de anvelopă pot fi fiecare realizate prin mai multe metode, există o mare varietate de variante de demodulare, în funcție de combinația de metode utilizate.

B.Demodulare cu bucla PLL

PLL – este un ansamblu de circuite care generează un semnal a cărei fază este aliniată cu faza unui semnal de referință. Schema bloc a unei buclei PLL este prezentată în Fig. 6.

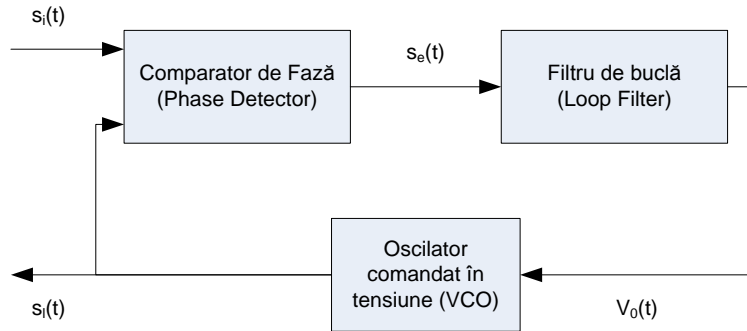


Fig. 6.Schema bloc a buclei PLL

Comparatorul de fază generează la ieșire un semnal proporțional (cazul ideal) cu diferența de fază dintre cele două semnale de intrare. Filtrul de buclă extrage componentele de joasă frecvență a acestui semnal de eroare (de ex. elimină erorile datorată zgomotelor) și generează astfel o tensiune de comandă, care modifică frecvența semnalului generat local de către oscilatorul comandat în tensiune. sistemul ajunge în echilibru când semnalul de eroare $s_e(t)$ este constantă, care înseamnă că frecvența semnalului generat local coincide cu frecvența semnalului de referință.

Schema unui demodulator MF cu PLL este prezentată în Fig. 7

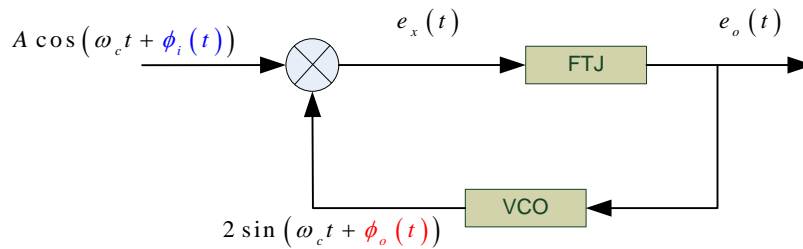


Fig. 7. Demodulator MF cu PLL

Semnalul de eroare $e_x(t)$ se obține prin înmulțirea semnalului recepționat cu semnalul generat local:

$$\begin{aligned}
 e_x(t) &= A \cos(\omega_c t + \phi_i(t)) \cdot 2 \sin(\omega_c t + \phi_o(t)) = \\
 &= A \sin(2\omega_c t + \phi_i(t) + \phi_o(t)) + A \sin(\phi_i(t) - \phi_o(t))
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

Filtrul trece jos elimină componentele axate pe $2\omega_c$ și la ieșirea lui avem:

$$e_o(t) = A \sin(\phi_i(t) - \phi_o(t)) = A \sin(\phi_e(t))
 \tag{33}$$

unde $\phi_e(t)$ sa notat diferența de fază $\phi_i(t) - \phi_o(t)$.

$$\phi_e(t) = \phi_i(t) - \phi_o(t)
 \tag{34}$$

Deoarece semnalul de referință (semnalul recepționat) este un semnal modulată în frecvență pe baza (4) rezultă că:

$$\phi_i(t) = \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau
 \tag{35}$$

Înlocuind (35) în (34) putem scrie ca

$$\phi_o(t) = \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau - \phi_e(t)
 \tag{36}$$

Oscilatorul comandat în tensiune este de fapt un modulator în frecvență care la ieșire generează un semnal a cărui frecvență variază proporțional cu nivelul semnalului de comandă în jurul frecvenței de oscilație liberă. Pulsația semnalului generat la ieșirea VCO este

$$\omega_i = \omega_c + K \cdot e_o(t) \quad (37)$$

Deoarece pulsația este derivata fazei

$$\phi_o'(t) = K \cdot e_o(t) \quad (38)$$

De unde rezultă că

$$e_o(t) = \frac{1}{K} \phi_o'(t) \quad (39)$$

Înlocuind relația (36) în (39) obținem

$$\begin{aligned} e_o(t) &= \frac{1}{K} \left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau - \phi_e(t) \right)' = \frac{1}{K} \left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau \right)' + \frac{1}{K} \phi_e'(t) = \\ &= \frac{\Delta\omega_M}{K} f(t) + \frac{1}{K} \phi_e'(t) \approx \frac{\Delta\omega_M}{K} f(t) \end{aligned} \quad (40)$$

Relația (40) arată că semnalul de eroare filtrat este proporțional cu viteza de variație a fazei semnalului recepționat, care în cazul semnalelor modulate în frecvență este proporțională cu nivelul semnalului modulator.

- Aproximarea din (40) putem face dacă diferența de fază dintre semnalul recepționat și cel generat local este relativ redusă, pentru asta caracteristica filtrului din bucla PLL trebuie aleasă astfel încât bucla să poată urmări variațiile de fază ale semnalului recepționat.

Considerații privitoare la translația descendentă în frecvență a semnalelor ML și MF

- semnalele modulate MF sunt transmise pe diverse frecvențe purtătoare; pentru efectuarea demodulării receptorul MF ar trebui să modifice frecvențele centrale ale celor două FTB, (păstrând lărgimile de bandă constante!) și ar trebui să modifice parametrii circuitelor de derivare și detecție de anvelopă în cazul demodulării prin derivare și detecție de anvelopă, respectiv frecvența de oscilație liberă în cazul demodulării cu PLL.

- aceste cerințe implică probleme tehnologice considerabile, conducând la o implementare complicată.
- pentru a elimina acest neajuns, demodularea este efectuată pe o frecvență fixă, numită frecvență intermediară f_i .

- translația semnalelor modulate de pe frecvența purtătoare din canal f_c pe frecvența intermediară f_i , fără a modifica parametrul modulat, este realizată în două etape:

- înmulțirea semnalului recepționat cu un semnal cosinusoidal generat local numit semnal de translație, având frecvența f_i :

$$\begin{aligned} s_x(t) &= \frac{V(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t))}{V_{ref}} \cdot A \cos(\omega_i t) = \\ &= V'(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t) - \omega_i t) + V'(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t) + \omega_i t); \end{aligned} \quad (41)$$

- filtrarea TB care reține doar banda de frecvențe axată pe f_i

- deoarece f_i este mai mică decât f_c , rezultă că f_i trebuie să fie mai mare decât f_i ; rezultă că al doilea termen este plasat la frecvențe ridicate și va fi suprimat de filtrarea TB, care va reține doar primul termen din (41), semnalul translatat.

- dacă se impune ca:

$$|\omega_c - \omega_i| = \omega_i \quad (42)$$

rezultă două alternative:

$$\begin{aligned} \omega_c > \omega_i &\Rightarrow \omega_i = \omega_c - \omega_i \quad \text{si} \quad s_i(t) = k_f V' \cos(\omega_i t + \Phi(t)); \quad a. \\ \omega_c < \omega_i &\Rightarrow \omega_i = \omega_c + \omega_i \quad \text{si} \quad s_i(t) = k_f V' \cos(\omega_i t - \Phi(t)); \quad b. \end{aligned} \quad (43)$$

- alternativa a. utilizează o frecvență de translație mai mică și nu modifică semnul fazei semnalului translatat, pe când alternativa b. modifică semnul acestei faze și utilizează o f_t mai mare.
- filtrul TB trebuie să aibă frecvența centrală și lărgimea de bandă:

$$\begin{aligned} f_0 &= f_i \\ \Delta\omega &= LB_{MF} \end{aligned} \quad (44)$$

- condiția de a asigura separabilitatea spectrelor din relația (41) poate fi dedusă ușor;
- deoarece multiplicatoarele analogice nu sunt disponibile la frecvențe foarte mari, multiplicarea poate fi realizată cu un chopper echilibrat sau neechilibrat,
- ansamblul chopper plus FTB realizat cu un circuit RLC paralel acordat mai este numit și mixer

Demodulatoare MF digitale

Considerăm că semnalul recepționat modulat în frecvență este:

$$s_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \quad (45)$$

Ținând cont de egalitatea $\cos(a+b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$ relația (45) poate fi scrisă ca

$$\begin{aligned} s_{FM}(t) &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \cos(\omega_c t) - V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \sin(\omega_c t) = \\ &= I_{FM}(t) \cdot \cos(\omega_c t) - Q_{FM}(t) \cdot \sin(\omega_c t) \end{aligned} \quad (46)$$

Cu ajutorul unui demodulator MAQ se extrag componentele $I_{FM}(t)$ și $Q_{FM}(t)$

$$\begin{aligned} I_{FM}(t) &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \\ Q_{FM}(t) &= -V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \end{aligned} \quad (47)$$

Aceste semnale reprezintă partea reală și partea imaginară a anvelopei complexe:

$$\begin{aligned} s_{FM-BB}(t) &= I_{FM}(t) + jQ_{FM}(t) = \\ &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) - jV_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) = \\ &= V_0 e^{j\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau} \end{aligned} \quad (48)$$

Cu ajutorul convertoarelor analog-digitale (CAD) aceste semnale sunt convertite în semnale numerice:

$$\begin{aligned} s_{FM-BB}(nT_e) &= I_{FM}(nT_e) + jQ_{FM}(nT_e) = \\ &= V_0 e^{j\Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(x)} \end{aligned} \quad (49)$$

Variația de fază a anvelopei complexe este de fapt variația fazei semnalului recepționat datorită modulației,

$$\phi_n = \angle(s_{FM-BB}(nT_e)) = \tan^{-1}\left(\frac{Q_{FM}(nT_e)}{I_{FM}(nT_e)}\right) = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(xT_e) \quad (50)$$

Relația (50) poate fi scrisă ca

$$\phi_n = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(xT_e) = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^{n-1} f(xT_e) + \Delta\omega_M f(nT_e) = \phi_{n-1} + \Delta\omega_M f(nT_e) \quad (51)$$

Pe baza relației (51) semnalului informațional recepționat poate fi determinat pe baza relației recursive:

$$f(nT_e) = \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{\Delta\omega_M} \quad (52)$$

Pe baza relațiilor de mai sus schema bloc a unui receptor MF digital este:

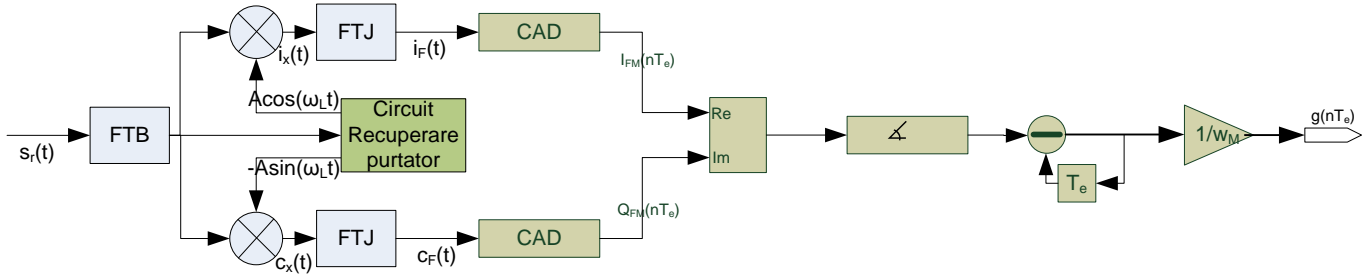


Fig. 8. Demodulator FM digital

Performanțele MF în prezența zgomotului (performanțe de SNR)

- considerăm că semnalul MF de intrare are puterea P_s iar zgomotul Gaussian aditiv are puterea $P_n = N_0 \cdot LB_{FM}$, ambele după eliminarea M.P.A.;
- performanțele de SNR ale MF sunt evaluate prin raportul dintre valoarea raportului semnal/zgomot de la ieșirea demodulatorului și valoarea aceluiași raport la intrarea demodulatorului.
- raportul S/Zg (S/N – signal to noise) în exprimare liniară va fi notat cu ρ , iar în exprimare logaritmică cu SNR [dB]

$$\eta = \frac{\rho_o}{\rho_i};$$

$$\rho_o = \frac{P_{so}}{P_{No}}; \quad (53)$$

$$\rho_i = \frac{P_{si}}{P_{Ni}} = \frac{V_0^2 f^2(t)}{2N_0 \cdot LB_{FM}};$$

- punând expresia semnalului MF sub forma:

$$s_i(t) = V(t) \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau\right) = V(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t)) \quad (54)$$

- semnalul de zgomot poate fi exprimat sub aceeași formă:

$$n_i(t) = R(t) \cos(\omega_c t + \Psi(t)) \quad (55)$$

- deoarece semnalul de la intrarea demodulatorului este o sumă dintre $s_{MF}(t)$, și semnalul de zgomot, el poate fi exprimat sub forma:

$$s_r(t) = s_i(t) + n_i(t) = V(t) \sin[\omega_c t + \Phi(t)] + R(t) \cos[\omega_c t + \Psi(t)] = A(t) \cos[\omega_c t + \varphi_r(t)];$$

$$\varphi_r(t) = \Phi(t) + \arctg \frac{U(t)}{V_0}; \quad (56)$$

$$U(t) = R(t) \sin[\Psi(t) - \Phi(t)];$$

- datorită E.M.P.A. amplitudinea semnalului rezultat va fi constantă, iar purtătorul va fi sinusoidal;
- demodularea MF va extrage doar o tensiune $U_{LF}(t)$, proporțională cu variația frecvenței semnalului rezultat, care reprezintă semnalul de ieșire $s_o(t)$:

$$U_{LF}(t) = A \frac{d\varphi_r(t)}{dt} = A \left[\Phi(t) + \arctg \frac{R(t) \sin(\Psi(t) - \Phi(t))}{V_0} \right]' \quad (57)$$

- în funcție de valorile SNR_i, semnalul de ieșire $U_{LF}(t)$ trebuie analizat pentru două cazuri „extreme”:

1. SNR_i foarte mic, adică $R(t) \gg V_0 \rightarrow SNR_i < 0 \text{ dB}$

- în acest caz probabilitatea ca amplitudinea $R(t)$ a zgomotului să fie mai mare decât V_0 este apropiată de 1, generând un semnal de ieșire care nu conține nici un termen care să fie proporțional cu semnalul modulator, vezi [Ed. Nicolau], ci doar termeni care „sunt captați” de zgomot:

$$P(R(t) > V_0) \approx 1 \Rightarrow U_{LF}(t) = A \frac{d\phi_r(t)}{dt} = A \frac{d \left[\arctg \frac{R(t) \sin(\Psi(t) - \Phi(t))}{V_0} \right]}{dt}; \quad (58)$$

de aceea, în acest domeniu de valori ale SNR_i , recepția este “captată” de zgomot, iar valoarea $SNR_i = 0 \text{ dB}$ (pentru FM cu $\beta = 3.33$) se numește prag “de captare a recepției de către zgomot”, PCZ.

- pentru $SNR_i = 0 \text{ dB}$, valoarea corespunzătoare a $SNR_0 = 10 \text{ dB}$, iar valoarea SNR_o , pentru $SNR_i < 0 \text{ dB}$, este:

$$SNR_0 [dB] = 10dB + k_1 \cdot SNR_i [dB] \quad (59)$$

2. SNR_i mare, adică $R(t) \ll V_0 \rightarrow SNR_i > 10 \text{ dB}$ (5 dB)

- pentru $SNR_i \geq 10 \text{ dB}$ (5 dB), $P(R(t) < V_0) > 0.996$ și valoarea SNR_o la ieșire este semnificativ mai mare decât cea a de la intrarea SNR_i ;

- această situație conduce la relațiile (60), în exprimare liniară și logaritmică:

$$P(R(t) < V_0) \approx 1 \Rightarrow \eta = \frac{\rho_o}{\rho_i} = k_3 \cdot 3 \cdot \beta^2 \cdot \frac{LB_{FM}}{2 \cdot f_{mM}}; \quad \text{pentru } \rho_i > 10 \Rightarrow \quad (60)$$

$$SNR_0 [dB] = 17dB + 10 \lg \left(3 \cdot \beta^2 \cdot \frac{LB_{FM}}{2 \cdot f_{mM}} \right) + SNR_i [dB] \quad \text{pt. } SNR_i > 10dB;$$

- în reprezentarea logaritmică din (60) k_3 , care este panta dreptei din intervalul (0,10), a fost calculată pentru $\beta = 3,3$

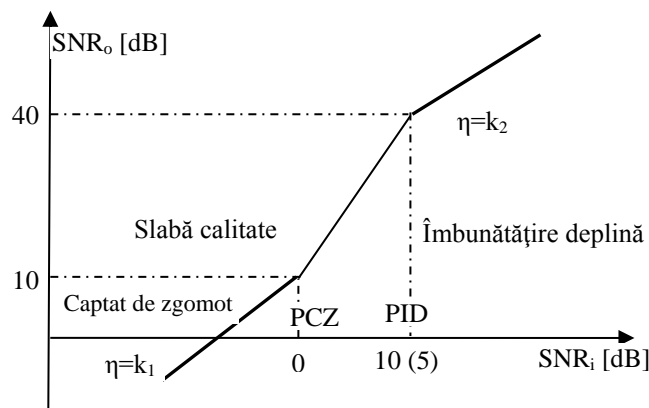


Fig. 9. Câștigul demodulatorului MF (reprezentarea aproximativă)

- acest fenomen este numit “îmbunătățire deplină” iar nivelul $SNR_i = 10 \text{ dB}$ (5 dB) este denumit prag de îmbunătățire deplină, P.I.D.

- P.I.D. = 10 dB pentru demodulatele care nu au buclă de reacție, cum sunt cele studiate mai sus;

- P.I.D. = 5 dB pentru demodulatele cu buclă de reacție, cum sunt cele cu PLL, [Ed. Nicolau].

- pentru valori ale SNR_i între cele două praguri ($0 < SNR_i < 10 \text{ dB}$), valoarea lui SNR_i se mărește cu un factor de multiplicare, vezi Fig. 9.

- în domeniul $SNR_i \in [0, 10] \text{ dB}$, semnalul demodulat e de slabă calitate, dar nu e captat de zgomot.

- metoda translației în frecvență este utilizată și pentru semnalele MA, dar valoarea frecvenței intermediare pe care se face demodularea este $f_i = 455 \text{ kHz}$.

Teme:

1. Este necesară sincronizarea semnalului de translație (choppare), cu frecvența f_i , cu semnalul modulat pe frecvența f_c ? Arătați efectele lipsei de sincronizare asupra semnalului demodulat.

2. Câte semnale sunt translatate descendent prin metoda descrisă mai sus, folosind un semnal de translație cu frecvența f_i ? Justificare matematică.

3. Deduceți ecuațiile ce descriu translația ascendentă în frecvență, de pe frecvența intermediară f_i pe frecvența purtătoare din canal f_p ; câte valori poate lua f_i și în ce caz apare modificarea fazei semnalului modulat translatat?

Referințe:

- Ed.Nicolau, coord. ”Manualul Inginerului electronist. Radiotehnica vol.III”, Ed. Tehnică, 1989
- <https://ccrma.stanford.edu/software/snd/snd/fm.html>
- John G Proakis , Masoud Salehi, ”Fundamentals Of Communication Systems” Prentice Hall 2004
- B.P. Lathi, “Modern Digital and Analog Communication Systems” Third Edition, Oxford University Press, 1998
- Simon Haykin ”Communication Systems” 4th edition, John Wiley & Sons, 2001

.Anexe

Metode de realizare a derivării semnalelor MF

1. folosirea unui circuit care efectuează direct derivarea—demodulatorul Clarck-Hess [Ed.Nicolau] – e utilizată în receptoarele radio MF analogice
 2. metoda derivării prin întârziere – utilizată în receptoarele TV pentru demodularea sunetului
- metoda se bazează pe aproximarea derivării unui semnal:

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u(t) - u(t-t_0)}{t_0}; \quad t_0 \text{ mic} \quad (61)$$

- notând $s_{rf}(t)$ semnalul recepționat și cu $s_h(t-t_0)$ semnalul recepționat întârziat cu t_0 , se obține:

$$\begin{aligned} s_d(t) \approx s_{rf}(t) - s_h(t-t_0) &= V_0 \sin \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] - V_0 \sin \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau - \omega_c t_0 \right] = \\ &= 2V_0 \underbrace{\sin \left[\frac{\Delta\omega_M}{2} \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau + \frac{\omega_c t_0}{2} \right]}_A \cdot \underbrace{\cos \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau + \frac{\Delta\omega_M}{2} \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau - \frac{\omega_c t_0}{2} \right]}_B \end{aligned} \quad (62)$$

- semnalul $s_d(t)$ are doi factori: primul (A) este un semnal în banda de bază și reprezintă modulația BLD-P adăugată semnalului MF; al doilea (B) este centrat pe frecvența purtătoare și reprezintă modulația MF.
- detecția de anvelopă care urmează derivării va “suprima” acest al doilea factor
- deoarece factorul A nu este direct proporțional cu semnalul modulator, el necesită prelucrări suplimentare
- dacă impunem ca:

$$t_0 < \frac{2}{f_{mM}} \quad (63)$$

atunci integrala poate fi aproximată prin:

$$\int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau \approx f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot t_0 \quad (64)$$

- folosind (64), anvelopa A a semnalului descris de (62) devine:

$$A = 2V_0 \sin \left[\frac{\Delta\omega_M}{2} \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau + \frac{\omega_c t_0}{2} \right] \approx 2V_0 \sin \left[\frac{\Delta\omega_M}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot t_0 + \frac{\omega_c t_0}{2} \right] \quad (65)$$

- dacă impunem acum ca:

$$\alpha = \left| \frac{\Delta\omega_M}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot t_0 \right| \leq 0.2 \text{ radiani}; \quad \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha \approx \alpha \\ \cos \alpha \approx 1 \end{cases} \quad (66)$$

și alegem t_0 astfel încât:

$$\omega_c t_0 = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow t_0 = \frac{1}{4f_c} \quad (67)$$

- atunci A din (65) devine:

$$A \approx 2V_0 \cdot \frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} + 2V_0 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cdot V_0 \left[\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) + 1 \right] \quad (68)$$

- înlocuind (68) în (62) se obține expresia semnalului $s_d(t)$, derivat prin această metodă:

$$\begin{aligned} s_d(t) &\approx \sqrt{2} \cdot V_0 \cdot \cos \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau + \frac{\Delta\omega_M}{2} \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau - \frac{\pi}{4} \right] \approx \\ &\approx \sqrt{2} \cdot V_0 \cdot \left[\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) + 1 \right] \cdot \cos \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau - \frac{\pi}{4} \right] \end{aligned} \quad (69)$$

- semnalul derivat are o anvelopă direct proporțională cu semnalul modulator; semnalul purtător, care este modulat MF va fi suprimat de detecția de anvelopă.

Detecția de anvelopă

- principal, poate fi realizată prin următoarele metode:
 1. detecție sincronă (coerentă)
 2. detecție necoerentă utilizând un detector prin mediere – nu poate fi utilizată cu circuitul echilibrat de derivare prin întârziere
 3. detecție necoerentă utilizând un detector de vârf – nu poate fi utilizată cu circuitul echilibrat de derivare prin întârziere

1. *Detecția de anvelopă sincronă (coerentă) de produs*

- schema bloc este inclusă în figura de mai jos împreună cu derivarea prin întârziere

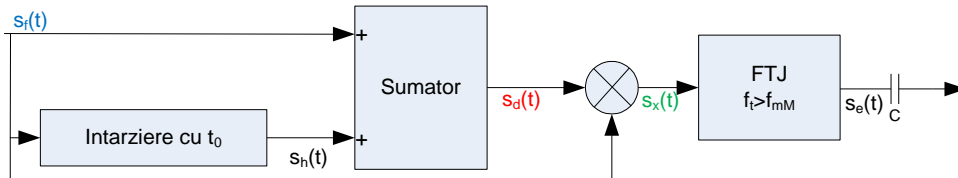


Fig. 10. Schema bloc a demodulatorului MF, care realizează derivate prin întârziere și detecția de anvelopă coerentă (DI-DC)

- se efectuează prin înmulțirea semnalului derivat $s_d(t)$ (69) cu semnalul recepționat $s_f(t)$, (27), obținându-se semnalul $s_x(t)$; apoi acest semnal este filtrat TJ și i se suprimă c.c.
- dacă expresia semnalului recepționat filtrat $s_f(t)$ este (27), reluată aici :

$$s_f(t) = \frac{4V}{\pi} \sin \left(\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (70)$$

- utilizând expresia $s_d(t)$ dată de (69), semnalul $s_x(t)$ de la ieșirea multiplicatorului este:

$$s_x(t) = \sqrt{2}V_0 \left[\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + 1 \right] \cdot \cos \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau - \frac{\pi}{4} \right] \cdot \frac{4V}{\pi} \sin \left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right] =$$

$$= k_a k_d V_0 \left[\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + 1 \right] \cdot \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos \left(2\omega_c t + 2\Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) + \frac{1}{4} \sin \left(2\omega_c t + 2\Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \right] \quad (71)$$

- semnalul $s_x(t)$ are componente spectrale în banda de bază (joasă frecvență) și componente plasate în jurul lui $2\omega_c$ (înalță frecvență)
- spectrul de înaltă frecvență este atenuat de FTJ, iar semnalul de la ieșirea filtrului, $s_a(t)$, este:

$$s_a(t) = k_a k_d V_0 \left[\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + 1 \right] = k_a k_d V_0 \cdot \frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + k_a k_d V_0 \quad (72)$$

- componenta continuă (termenul al doilea din (72)) este suprimată de C și Z_{in} , iar semnalul de ieșire este:

$$s_o(t) = k_a k_d V_0 \cdot \frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \cdot f \left(t - \frac{t_0}{2} \right) \quad (73)$$

- schema bloc din Fig. 10 este varianta neechilibrată care furnizează și componenta continuă; suprimarea acesteia de către filtrarea TS poate atenua componentele de JF ale semnalului modulator.
- se utilizează o variantă echilibrată a demodulatorului; schema bloc – în figura următoare, în care se utilizează o demodulare coerentă cu sumator; cele două demodulatoare sunt echivalente

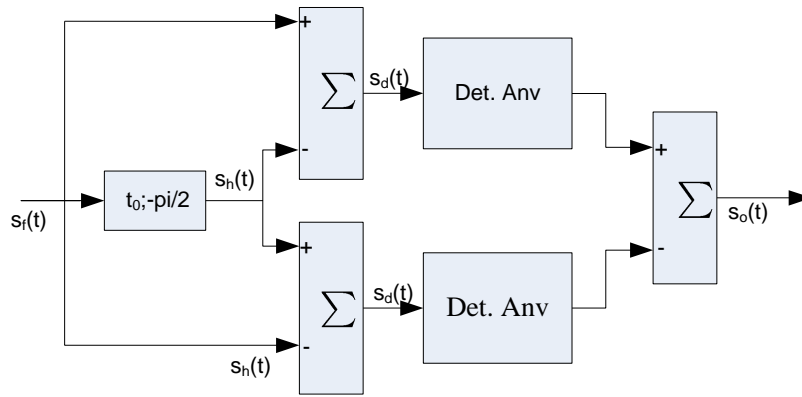


Fig. 11 Varianta echilibrată a demodulatorului DI-DC

- tensiunea de ieșire are expresia:

$$s_o(t) = k_a \cdot k_a \cdot V_0 \cdot \Delta\omega_M f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \quad (74)$$

- tensiunea de ieșire are valoare dublă, schema nu furnizează c.c. deci filtrarea TS nu mai e necesară.
 - condiția de realizabilitate a filtrării necesară detecției sincrone este:

$$\omega_{mM} < 2\omega_c - \frac{B_{FM}(2\Delta\omega_M)}{2} - \omega_{mM} \Rightarrow \omega_c > \frac{B_{FM}(2\Delta\omega_M)}{4} + \omega_{mM} \quad (75)$$

Demodulatorul MF de tip DI-DC optimizat

- este folosit la demodularea FM a semnalului de sunet din transmisiunile TV analogice
- combină derivarea prin întârziere, cu detecția sincronă
- pornind de la schema din Fig. 10, care descrie principiul metodei, s-a dezvoltat o schemă optimizată, care combină derivarea cu multiplicarea, așa cum se arată în figura de mai jos.

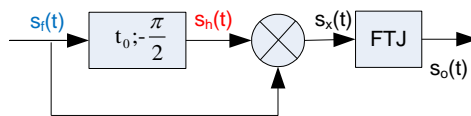


Fig. 12. Varianta optimizată a demodulatorului DI-DC

- considerând expresiile s_rf(t) și s_h(t) date în (62), semnalul s_x(t) este:

$$\begin{aligned} s_x(t) &= s_{rf}(t) \cdot s_h(t-t_0) = \frac{V_0^2}{V_{ref}} \sin\left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau\right] \cdot \sin\left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau - \omega_c t_0\right] = \\ &= -\frac{V_0^2}{V_{ref}} \sin\left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau + \Delta\omega_M \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau\right] \cdot \cos\left[\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau\right]; \text{ pt. } \omega_c t_0 = \frac{\pi}{2}; \end{aligned} \quad (76)$$

- făcând notațiile prezentate în (77), semnalul s_x(t) are expresia :

$$\alpha = \omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^{t-t_0} f(\tau) d\tau; \quad (77)$$

$$\gamma = \Delta\omega_M \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau$$

$$\begin{aligned} s_x(t) &= -V \sin(\alpha + \gamma) \cos \alpha = -\frac{V}{2} \cos \gamma \cdot \sin 2\alpha - V \sin \gamma \cdot \cos^2 \alpha = \\ &= -\frac{V}{2} [\sin \gamma + \cos \gamma \cdot \sin 2\alpha + \sin \gamma \cdot \cos 2\alpha] = -\frac{V}{2} \sin \gamma - \frac{V}{2} \sin(2\alpha + \gamma); \end{aligned} \quad (78)$$

- primul termen al expresiei finale este plasat în domeniul frecvențelor joase, iar al doilea este axat în jurul frecvenței 2ω_c.
- impunând condiția de separație:

$$2\omega_c - \frac{B(2\Delta\omega_M)}{2} > \omega_{mM} \Rightarrow \omega_c > \frac{2\omega_{mM} + B(2\Delta\omega_M)}{4} \quad (79)$$

FTJ va elimina spectrul axat pe armonica a doua a purtătorului, iar semnalul rezultat are expresia:

$$s_a(t) = -K_{LP} \frac{V}{2} \sin \gamma = -K_{LP} \frac{V}{2} \sin \Delta\omega_M \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau; \quad (80)$$

- impunând condiția (63) pentru aproximarea integralei (64) și condiția (66) pentru aproximarea sinusului prin argumentul său, adică :

$$\begin{aligned} t_0 < \frac{2}{\omega_{mM}} &\Rightarrow \int_{t-t_0}^t f(\tau) d\tau \approx f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot t_0; \\ \gamma = \left| \frac{\Delta\omega_M}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cdot t_0 \right| &\leq 0.2 \text{ radiani}; \Rightarrow \sin \gamma \approx \gamma \\ \omega_c t_0 = \frac{\pi}{2} &\Rightarrow t_0 = \frac{1}{4f_c} \end{aligned} \quad (81)$$

- iar semnalul $s_a(t)$ devine:

$$s_a(t) = -k_d \cdot \frac{\Delta\omega_M \cdot t_0}{2} \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) = -k_d \cdot k_e \cdot f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) = s_0(t); \quad (82)$$

- tensiunea de ieșire nu conține c.c. și este direct proporțională cu semnalul modulator; prelucrarea introduce o întârziere.

obs. Altele scheme practice de demodulare MF analogice (discriminatorul de frecvență, detectorul de raport) sunt prezentate în [Ed.Nicolau].

Detecția de anvelopă necoerentă cu un detector de anvelopă prin mediere

- considerând că dioda ideală se comportă ca un întrerupător comandat de $s_d(t)$, semnalul de ieșire $s_r(t)$ este produsul dintre funcția de întrerupere și semnalul de intrare $s_d(t)$;

- dacă se utilizează descompunerea în serie Fourier a $f_i(t)$, semnalul de la ieșirea diodei, $s_r(t)$, este:

$$\begin{aligned} \text{notam } X(t) &= \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau - \frac{\pi}{4}; \\ s_r(t) &= s_d(t) f_i(s_d(t)) = k_d \frac{4V}{\pi} [\omega_c + \Delta\omega_M f(t)] \cdot \cos[\omega_c t + X(t)] \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos\left[\omega_c \left(t - \frac{T_c}{4}\right) + X(t)\right] - \frac{2}{3\pi} \cos\left[3\omega_c \left(t - \frac{T_c}{4}\right) + 3X(t)\right] \dots \right\} = \\ &= \frac{1}{2} s_d(t) - k_d \frac{8V}{\pi^2} [\omega_c + \Delta\omega_M f(t)] \cos^2[\omega_c t + X(t)] + k_d \frac{2}{3\pi} s_d(t) \cos\left[3\omega_c \left(t - \frac{T_c}{4}\right) + 3X(t)\right] + \dots = \\ &= -k_d \frac{4V}{\pi^2} [\omega_c + \Delta\omega_M f(t)] - k_d \frac{4V}{\pi^2} [\omega_c + \Delta\omega_M f(t)] \cdot \cos[2\omega_c t + 2X(t)] + \frac{1}{2} s_d(t) + A(t) + \dots \end{aligned} \quad (83)$$

- termenul $A(t)$ conține componente spectrale axate pe $2\omega_c$, $4\omega_c$ și pe celelate armonici ale lui f_c rezultate din termenul 3, rând 3 în (83)

- după filtrarea TJ efectuată de grupul R_0C_0 (vezi curs ML) sunt reținute doar componentele din banda de bază, primul termen din (83), iar semnalul de la ieșirea detectorului este:

$$s_a(t) = k_d \frac{4V}{\pi^2} (\omega_c + \Delta\omega_M f(t)) = k_d k_a V \omega_c + k_d k_a V \Delta\omega_M f(t); \quad (84)$$

- condiția de filtrare este:

$$\omega_c - \frac{B_{FM}(\Delta\omega_M)}{2} - \omega_{mM} > \omega_{mM} \Rightarrow \omega_c > \frac{B_{FM}(\Delta\omega_M)}{2} + 2\omega_{mM} \quad (85)$$

- după eliminarea c.c. semnalul de ieșire are expresia:

$$s_o(t) = k_d k_a V \Delta \omega_M f(t); \tag{86}$$

Detecția de anvelopă necoerentă cu un detector (de anvelopă) de vârf

- analiza acestui detector de anvelopă este complexă, vezi [Ed. Nicolau]; considerațiile prezentate în cursul de ML își păstrează valabilitatea, cu excepția condiției impuse pentru a asigura funcționarea corectă a detectorului de anvelopă, care devine în acest caz:

$$|f_c - \Delta f_M| > 100 f_{mM}; \text{ pt. ca semnalul det ectat sa urmareasca anvelopa}; \tag{87}$$

Comparație între performanțele detectoarelor de anvelopă

- cele trei detectoare de anvelopă au domenii de funcționare diferite, în funcție de raportul dintre frecvența purtătoare ω_c și deviația maximă de frecvență $\Delta \omega_M$. Știind că:

$$\beta = \frac{\Delta f_M}{f_{mM}};$$

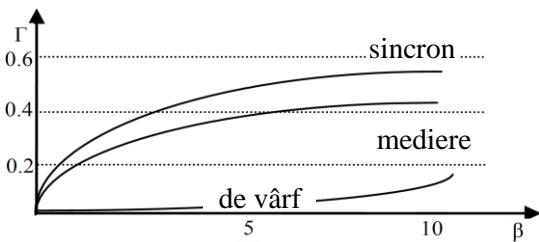
$$B_{FM}(k \Delta \omega_M) = 2 f_{mM} (1 + k \beta + \sqrt{k \beta}); \tag{88}$$

$$\text{si notind } \Gamma = \frac{\Delta f_M}{f_c};$$

se pot deduce expresiile analitice ale lui Γ în funcție de β ale celor trei detectoare de anvelopă, folosind relațiile (75),(86),(87) și (88).

- ele sunt reprezentate aproximativ în figura de mai jos, vezi [Ed. Nicolau].

- pentru o funcționare corectă, parametrii Γ și β ai detectorului trebuie să se afle pe curba corespunzătoare



- detectorul sincron permite demodularea pentru valori ale deviației maxime de frecvență ce pot atinge 0.6 din frecvența purtătoare (cu creșterea lui β);

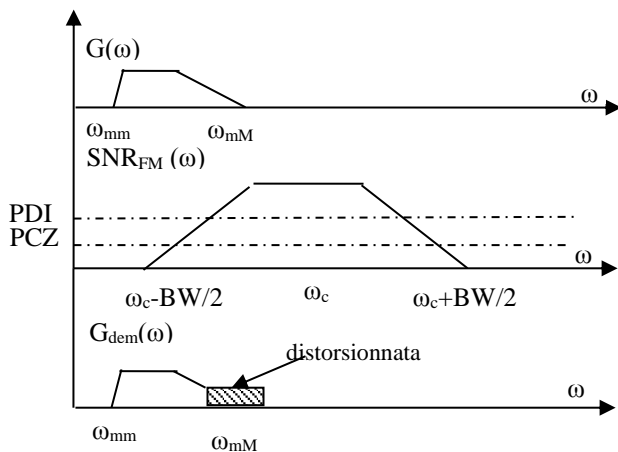
- detectorul prin mediere permite ca $\Delta \omega_M$ să fie maxim 0.5 din ω_c ;

- detectorul de vârf permite doar valori ale lui Γ de până la 0.2.

- în receptoarele comerciale ieftine, $\Delta f_M = 50$ kHz și $f_{int} =$

10.7 MHz, astfel încât să permită utilizarea detectorului de vârf la $\beta = 3,3$.

Accentuarea și dezaccentuarea în transmisiunile MF



Necesitatea:

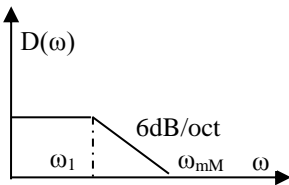
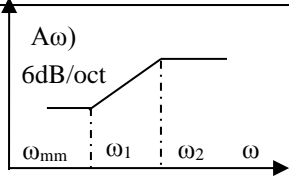
- unele semnale modulatorie, cum ar fi muzica, pot avea componente mari în domeniul frecvențelor joase și medii, și componente cu amplitudini mici la frecvențe înalte.

- aceasta ar conduce la valori diferite ale $SNR_i(\omega)$ la intrarea demodulatorului, vezi figura alăturată. În timp ce pentru frecvențele joase și medii, SNR_{iLM} ar fi mai mare decât PID, pentru frecvențele înalte SNR_{iH} poate coborî sub PCZ.

- la ieșirea demodulatorului, SNR_o ia valori foarte mari pentru frecvențe joase și medii, iar la frecvențe înalte semnalul demodulat este captat de către zgomot,

conducând la un semnal demodulat cu distorsiuni semnificative.

- accentuarea-dezaccentuarea: înaintea modulării, semnalului modulator i se amplifică componentele de înaltă frecvență cu un amplificator selectiv în frecvență; această amplificare selectivă se numește *accentuare*. Aceasta face ca la intrarea demodulatorului SNR_i al frecvențelor înalte să fie similar cu cel al frecvențelor medii și joase, (toate putând fi deasupra PID), și astfel semnalul demodulat nu mai este distorsionat.



- această prelucrare distorsionează spectrul original al semnalului modulator, care este refăcut după demodulare printr-o filtrare TJ - *dezaccentuare*.
- caracteristicile de frecvență ale filtrelor utilizate în transmisiile MF comerciale sunt prezentate în figura alăturată.
- frecvențele de tăiere sunt $f_1=2.1$ kHz și $f_2= f_{mM}=15$ kHz.
- efectul operațiilor de accentuare-dezaccentuare asupra calității semnalului demodulat se măsoară prin raportul între puterea zgomotului, P_{Noa-d} , la ieșirea demodulatorului cu utilizarea A-D, și puterea zgomotului, P_{No} , la ieșirea demodulatorului fără utilizarea A-D.
- valoarea acestui raport se calculează cu relația(89); pentru transmisiunile MF comerciale $\lambda = 13$ dB.

$$\lambda = \frac{P_{Noe-d}}{P_{No}} = \frac{\omega_{mM}^2}{3\omega_1^2}; \quad (89)$$