

Probabilitatea de eroare a transmisiilor BB

- banda de frecvență disponibilă pe canalele fizice este de obicei mai mare decât cea *utilă* a semnalelor codate BB; de aceea este necesară o filtrare TB pentru îmbunătățirea SNR.
- codurile de transmisie prezentate în acest capitol sunt fie coduri cu 2 nivele (+/-A; M = 2), NRZ, RZ unipolar, bifazic, Miller și CMI, sau cu 3 nivele (+/-A, 0V; M = 3), AMI, BnZs, RZ bipolar, MLT3...;
- puterea medie a semnalului P_s , este exprimată pentru cele două tipuri de coduri de (1) și respectiv, (2), iar puterea zgomotului gaussian, cu o densitate spectrală de putere N_0 , de la ieșirea filtrului TB de intrare, având banda de trecere = LB_z , este dată de (3):

$$P_{S_2} = A^2 \quad (1)$$

$$P_{S_3} = \frac{A^2}{2} \quad (2)$$

$$P_z = LB_z \cdot N_0 \quad (3)$$

- Se presupune că semnalul recepționat este afectat de un zgomot gaussian de medie nulă și dispersie σ . Expresia semnalului recepționat este:

$$r(t) = s_{tr}(t) + n(t) \quad (4)$$

- Astfel, probabilitatea condiționată ca semnalul să aibă valoarea r în momentul de sondare (i.e. momentul de citire a valorii), dacă s-a emis nivelul m este:

$$p(r|m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\frac{(r-m)^2}{2\sigma^2}\right); \quad (5)$$

- Deoarece, simbolurile decise se obțin pe baza distanței euclidiene minime dintre nivelele permise și nivelul recepționat, de aceea, probabilitatea de eronare a unui simbol (bit) este egală cu probabilitatea de apariție a unui semnal de zgomot astfel încât nivelul recepționat să fie mai aproape de un nivel permis altul decât cel transmis pe acea perioadă de simbol.
- Dacă pe cea de-a k perioadă de simbol se transmite nivelul m_k cu probabilitatea P_{mk} , atunci probabilitatea de eronare a unui simbole este:

$$P_e = \sum_k (P_{mk} \cdot p(|r - m_k| > A_0) \cdot N_{k,A_0}); \quad (6)$$

- În relația (6) N_{k,A_0} reprezintă numărul de nivele permise care se află la distanța euclidiană $2A_0$ față de nivelul m_k

- probabilitatea $p(|r - m_k| > A_0)$ reprezintă de fapt probabilitatea de apariție a unui semnal de zgomot cu amplitudine mai mare de A_0 în momentul de citire a semnalului recepționat, această probabilitate este egală cu:

$$p(|r - m_k| > A_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{(r - m_k)^2}{2\sigma^2}\right) d(r - m_k) = Q\left(\frac{A_0}{\sigma}\right); \quad (7)$$

unde

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du; \quad (8)$$

Puterea zgomotului Gaussian cu bandă îngustă este egală cu:

$$P_z = \sigma^2 \quad (9)$$

iar raportul semnal zgomot este:

$$\rho = \frac{P_s}{P_z} = \frac{P_s}{\sigma^2} \quad (10)$$

exprimând σ din ecuația (10) și înlocuind în (7) obținem:

$$p(|r - m_k| > A_0) = Q\left(A_0 \sqrt{\frac{\rho}{P_s}}\right); \quad (11)$$

- funcția Q este strict descrescătoare, adică probabilitatea de eroare crește cu scăderea SNR (exprimat liniar și notat cu ρ).

$$\text{SNR} = 10 \lg \rho = 10 \lg \frac{P_s}{P_z} \quad (12)$$

Considerente privind BER a codurilor cu 2 nivele

- în calculele ce urmează se presupune că puterea medie a semnalului codat recepționat este A_r^2 , codurile fiind polare, adică cu 2 nivele, +/- A_r , simetrice față de zero. Densitatea spectrală de putere a zgomotului este N_0 , iar puterea zgomotului în banda utilă a codului x este $N_0 \cdot LB_x = \sigma_x^2$.

- în cazul codurilor cu două nivele jumătatea distanței minime dintre cele două nivele este dată de (13), adică pragul de decizie este la 0.

$$A_0 = A_r \quad (13)$$

- înlocuind (13) și (1) în (6), și ținând cont că nivele transmise sunt echiprobabile și fiecare nivel are un singur vecin la distanța $2A_0$, obținem probabilitatea medie de eroare a unui nivel, adică probabilitatea de eroare a unui bit:

$$p_{e2} = 0.5 \cdot Q\left(A_0 \sqrt{\frac{\rho}{A_0^2}}\right) \cdot 1 + 0.5 \cdot Q\left(A_0 \sqrt{\frac{\rho}{A_0^2}}\right) \cdot 1 = Q(\sqrt{\rho}) \quad (14)$$

- se presupune că semnalul recepționat este filtrat TB cu lărgimea de bandă adaptată la LB_x a codului utilizat
- considerând lărgimile de bandă utile ale codurilor NRZ, bifazic, Miller și CMI, pentru un același debit binar D, (adică aceeași $f_{bit} = 2f_N$):

$$LB_{NRZ} \approx 2 \cdot f_N; \quad LB_{bif} \approx 2 \cdot f_N; \quad LB_{Mil} \approx f_N; \quad LB_{CMI} \approx 1.8 f_N \quad (15)$$

- valorile SNR, raportate la cea a codului NRZ, sunt:

$$\begin{aligned} \rho_{NRZ} &= \frac{A_r^2}{2f_N \cdot N_0}; \\ \rho_{bif} &= \frac{A_r^2}{2f_N \cdot N_0} = \rho_{NRZ}; \\ \rho_{Mil} &= \frac{A_r^2}{1 \cdot f_N \cdot N_0} = 2 \cdot \rho_{bif} = \rho_{bif} [\text{dB}] + 3\text{dB}; \\ \rho_{CMI} &= \frac{A_r^2}{1.8 \cdot f_N \cdot N_0} = 1.11 \cdot \rho_{bif} = \rho_{bif} [\text{dB}] + 0.45\text{dB}; \end{aligned} \quad (16)$$

- iar expresia BER se calculează cu (14):

$$p_{e2} = Q(\sqrt{\rho}); \quad (17)$$

- ecuațiile (16) și (17) arată că, la o aceeași valoare a N_0 și a nivelului semnalului recepționat, valoarea raportului semnal/zgomot pentru codul Miller și CMI este mai mare cu 3 dB, și respectiv 0,45 dB, decât cea a SNR pentru codul NRZ și bifazic. Deoarece funcția Q este strict descrescătoare, rezultă că probabilitățile de eroare de bit asigurate de codurile CMI și Miller vor fi mai mici decât cea asigurată de codul bifazic.

- pentru a compara valorile nivelului semnalului recepționat și ale N_0 care asigură o aceeași valoare a BER, vom observa că datorită bijectivității funcțiilor Q și radical, putem scrie:

$$P_{ebif} = P_{eMill} \Leftrightarrow Q(\sqrt{\rho_{bif}}) = Q(\sqrt{\rho_{Mill}}) \Leftrightarrow \rho_{bif} = \rho_{Mill} \quad (18)$$

- dar cele două rapoarte semnal/zgomot se pot exprima, în funcție de raportul energie-per-bit/ densitate de putere a zgomotului, E_b/N_0 ; mai jos este prezentat calculul pentru codul Miller și se prezintă rezultatul pentru codul CMI:

$$\begin{aligned} \frac{P_{rbif}}{N_{Obif} \cdot LB_{bif}} &= \frac{P_{rMill}}{N_{OMill} \cdot LB_{Mill}} \Leftrightarrow \frac{P_{rbif}}{N_{Obif} \cdot f_{bit}} = \frac{P_{rMill}}{N_{OMill} \cdot 0,5 \cdot f_{bit}} \Leftrightarrow \frac{E_{b-bif}}{N_{Obif}} = 2 \cdot \frac{E_{b-Mill}}{N_{OMill}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{E_{b-bif}}{N_{Obif}} [\text{dB}] &= \frac{E_{b-Mill}}{N_{OMill}} [\text{dB}] + 3\text{dB}; \quad \text{unde } \frac{E_b}{N_0} = \frac{P_r}{N_0 \cdot f_{bit}}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{E_{b-bif}}{N_{Obif}} [\text{dB}] = \frac{E_{b-CMI}}{N_{OCMI}} [\text{dB}] + 0,45\text{dB}$$

- relația (19) arată că pentru a asigura aceeași BER la același debit binar, codurile Miller și CMI permit scăderea puterii semnalului recepționat și/sau creșterea lui N_0 , astfel încât raportul E_b/N_0 să fie mai mic cu circa 3 dB, și respectiv 0,45 dB, față de cel necesar codului NRZ și bifazic.

Considerente privind BER a codurilor cu 3 nivele

- în cazul codului AMI nivelul $+A_r$ și $-A_r$ au probabilitatea de apariție 0.25, iar nivelul 0 are probabilitatea de apariție 0.5 (deoarece biții 1 și 0 sunt echiprobabili). Pragurile de decizie sunt la $\pm A_r/2$, deci A_0 în acest caz este:

$$A_0 = \frac{A_r}{2} \quad (20)$$

- nivelul 0 are doi vecini la distanța $2A_0$, iar celelalte două nivele au câte un singur vecin la aceeași distanță minimă.

- utilizând relațiile (6), (2) și (20) și considerentele de mai sus obținem probabilitatea de eroare a codurilor cu trei nivele AMI:

$$\begin{aligned} p_{e3} &= \frac{1}{4} Q\left(\frac{A_r}{2} \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{A_r^2}}\right) \cdot 1 + \frac{1}{2} Q\left(\frac{A_r}{2} \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{A_r^2}}\right) \cdot 2 + \frac{1}{4} Q\left(\frac{A_r}{2} \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{A_r^2}}\right) \cdot 1 = \\ &= \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

- considerând lărgimile de bandă ale codurilor AMI, BnZs și HDB3, $M = 3$, egale cu $LB_{AMI} \approx f_N$, pentru un debit binar cu $f_{bit} = 2f_N$, valoarea SNR va fi:

$$\rho_{AMI} = \frac{A_r^2}{2 \cdot N_0 \cdot f_N}; \quad (22)$$

- valoarea BER se calculează utilizând (21)

- pentru a obține o relație similară cu (17) se va considera un raport semnal/zgomot echivalent, ρ'_{AMI} , care include și efectul creșterii numărului de nivele ale semnalului codat:

$$\begin{aligned} \rho'_{AMI} &= \frac{1}{2} \cdot \rho_{AMI} = \rho_{NRZ}; \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow SNR'_{AMI[\text{dB}]} &= SNR_{NRZ[\text{dB}]} - 3\text{dB}; \end{aligned} \quad (23)$$

- ecuațiile (15), (22) și (23) arată că, la aceleași valori ale N_0 și nivelului semnalului recepționat și pentru același debit binar, valoarea raportului semnal/zgomot pentru codurile ternare de tip AMI este mai mică cu 3dB decât cea a SNR pentru codul NRZ și bifazic. Această valoare mai trebuie mărită cu circa 0.5 dB pentru a compensa efectul factorului 3/2 din relația (21). Deoarece funcția Q este strict descrescătoare, rezultă că probabilitatea de eroare de bit asigurată de codurile de tip AMI va fi mai mare decât cea asigurată de codul NRZ și bifazic.

- pentru a compara valorile nivelului semnalului recepționat și ale N_0 care asigură o aceeași valoare a BER, vom observa că datorită bijectivității funcțiilor Q și radical, putem scrie relația (24), în care factorul 3/2 s-a aproximat cu 1:

$$P_{ebif} = P_{eAMI} \Leftrightarrow Q(\sqrt{\rho_{bif}}) = Q(\sqrt{\rho'_{AMI}}) \Leftrightarrow \rho_{bif} = \rho'_{AMI} \quad (24)$$

- dar cele două rapoarte semnal/zgomot se pot exprima, în funcție de raportul energie-per-bit/ densitate de putere a zgomotului, E_b/N_0 :

$$\frac{P_{rbif}}{N_{0bif} \cdot LB_{bif}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{rAMI}}{N_{0AMI} \cdot LB_{AMI}} \Leftrightarrow \frac{A_{rbif}^2}{N_{0bif} \cdot f_{bit}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{rAMI}^2}{2 \cdot N_{0AMI} \cdot f_{bit} / 2} \Leftrightarrow \frac{E_{b-bif}}{N_{0bif}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{b-AMI}}{N_{0AMI}} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{E_{b-AMI}}{N_{0AMI}} [\text{dB}] = \frac{E_{b-bif}}{N_{0bif}} [\text{dB}] + 3\text{dB}; \quad \text{unde } \frac{E_b}{N_0} = \frac{P_r}{N_0 \cdot f_{bit}} \quad (25)$$

- această valoare mai trebuie mărită cu circa 0. 5 dB pentru a compensa efectul factorului 3/2 din relația (21).
- în final, codurile ternare necesită un E_b/N_0 cu aproximativ 3.5 dB mai mare decât codul bifazic pentru a asigura aceeași BER, la același debit binar.
- tabelul 1 prezintă lărgimea benzilor „utile” și valorile E_b/N_0 , normate la cele ale codului bifazic, necesare codurilor BB studiate pentru a asigura o aceeași valoare a BER, dacă banda de trecere a filtrului de intrare este modificată în funcție de codul și debitul binar utilizate.

Cod	Bifazic	Miller, M = 2	CMI; M = 2	AMI, BnZs, HDB3; M = 3
LB_f	$\approx 2 \cdot f_N$	$\approx 1 \cdot f_N$	$\approx 1.8 \cdot f_N$	$\approx 1 \cdot f_N$
E_b/N_0 [dB]	E_b/N_{0bif}	$E_b/N_{0bif} - 3$ dB	$E_b/N_{0bif} - 0,45$ dB	$E_b/N_{0bif} + 3,5$ dB

- creșterea numărului de nivele ale semnalului codat (M=3), dacă nivelul maxim al semnalului este menținut constant (+/-A) pentru a menține puterea de vârf, P_v , constantă, face ca distanța minimă dintre două nivele adiacente să scadă de la 2A, pentru coduri cu M=2, la A, pentru coduri cu M=3. Acest fapt explică creșterea E_b/N_0 necesară codurilor cu M= 3 pentru a asigura aceeași BER ca și cele cu M = 2.
- calculul BER pentru codul MLT3 este mai complex și depășește cadrul acestui curs
- valorile din tabelul 1 arată că în locul codurilor ternare ar trebui utilizate codurile binare
- modificarea lărgimii de bandă LB a filtrului de intrare, pentru a corespunde cu LB utilă a codului utilizat poate mări semnificativ performanțele de BER ale transmisiei.
- filtrarea semnalului codat BB poate produce efecte adverse care pot fi eliminate atât prin filtrarea propriu-zisă cât și prin prelucrarea ulterioară a semnalului filtrat.
- calculele de mai sus sunt făcute considerând luând în considerare nivelele recepționate, dar datorită poziționării diferite pe axa frecvențelor și atenuării diferite cu frecvența introduse de cablu, semnalele codate cu aceste coduri sunt atenuate în mod diferit, ceea ce face ca la o putere emisă egală puterea recepționată să depindă de codul utilizat. Calculul puterii recepționate în funcție de puterea emisă și efectul atenuărilor introduse de cablu, vor fi discutate la seminar.

Sincronizarea tactului de bit la recepție

Necesitate

- recuperarea și sincronizarea tactului local de bit la recepție este necesară din două motive:
 - citirea semnalului recepționat trebuie realizată cu un tact sincronizat cu semnalul recepționat
 - decodarea semnalului codat recepționat necesită și ea un tact sincronizat cu semnalul recepționat
- decodarea codurilor RZ, bifazic, Miller și CMI, care au durata palierului egală cu un multiplu întreg de $T_{bit}/2$, necesită un **tact local** cu frecvența $f_{local} = 2 \cdot f_{bit}$.
- în aceste cazuri **tactul de bit** este obținut prin divizarea în frecvență a tactului local (f_{local}). dar această divizare poate introduce o nedeterminare de 180° între tactul local și semnalul codat, nedeterminare ce trebuie eliminată.
- decodarea codurilor AMI și a variantelor sale necesită un tact cu $f_{local} = f_{bit}$;
- defazajul dintre semnalul codat recepționat, și tactul generat local (**RxCk**) are următoarele cauze:
 - momentele diferite de pornire ale celor două oscilatoare; acest fapt generează defazajul inițial care poate lua o valoare aleatorie între 0° și 180°;
 - diferența dintre frecvențele celor două oscilatoare pilot care furnizează cele două semnale de tact; aceasta generează defazajul dinamic a cărui variație în timp este dată de :

$$\Delta\varphi_d = \Delta\omega \cdot t = 2\pi\Delta f \cdot t \quad (26)$$

- distorsiunile introduse de canal
- tactul generat local și semnalul recepționat codat sunt sincronizate, dacă tranzițiile semnalului codat, considerate ca referință de fază, și tranzițiile negative ale tactului generat local f_{local} , au loc în aceleași momente de timp.

sincronizarea este realizată în trei etape:

- eliminarea defazajului inițial, numită sincronizare rapidă sau brută; această operație este efectuată o singură dată la începutul transmisiei.
 - eliminarea nedeterminării de 180°, numită resincronizare; această operație este necesară doar la decodarea codului Miller, fiind efectuată o dată la începutul transmisiei, după sincronizarea rapidă. Decodarea celorlalte coduri descrise mai sus nu necesită această operație.
 - eliminarea defazajului dinamic (produs de diferența de frecvență și de distorsiunile introduse de canal) dintre semnalul codat recepționat și tactul generat local, numită sincronizare dinamică. Ea acționează pe întreaga durată a transmisiei, după efectuarea celorlalte două etape. Dacă nu există bloc de sincronizare rapidă, eliminarea defazajului inițial este și ea realizată de sincronizarea dinamică.
- sincronizarea dinamică este realizată cu bucle PLL(Phase-locked loop)

PLL – generalități

PLL – este un ansamblu de circuite care generează un semnal a cărei fază este aliniată cu faza unui semnal de referință. Schema bloc a unui buclei PLL este prezentată în Figura 1.

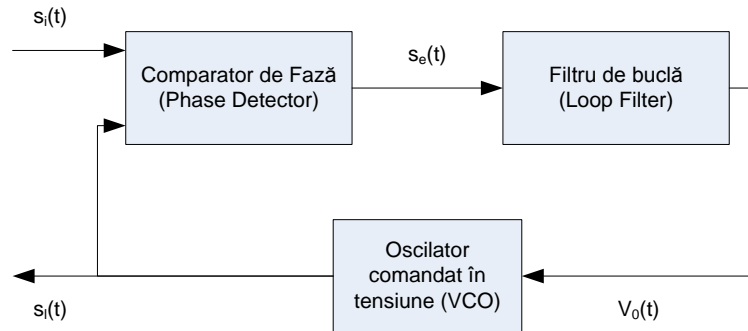


Figura 1. Schema bloc a buclei PLL

Comparatorul de fază generează la ieșire un semnal proporțional (cazul ideal) cu diferența de fază dintre cele două semnale de intrare. Filtrul de buclă extrage componentele de joasă frecvență a acestui semnal de eroare (de ex. elimină erorile datorată zgomotelor) și generează astfel o tensiune de comandă, care modifică frecvența semnalului generat local de către oscilatorul comandat în tensiune. sistemul ajunge în echilibru când semnalul de eroare $s_e(t)$ este constantă, care înseamnă că frecvența semnalului generat local coincide cu frecvența semnalului de referință.

- există mai multe tipuri de bucle PLL:

- **bucle analogice sau lineare** (APLL sau LPLL)
 - Comparatorul de fază este realizat cu circuite analogice (de exemplu multiplicator analogic), filtrul de buclă poate fi un filtru activ sau unul pasiv. Se utilizează un oscilator comandat în tensiune.
- **bucle digitale** (DPLL)
 - este de fapt un PLL analogic, cu diferența că comparatorul de fază este realizat cu circuite digitale (porți, bistabile JK, etc.). În bucla de reacție poate să conțină un divizor de frecvență, astfel poate fi utilizat ca multiplicator de frecvență.
- **bucle complet digitale** (ADPLL - All digital PLL)
 - toate blocurile componente sunt realizate cu circuite digitale, oscilatorul comandat în tensiune poate este înlocuit cu un divizor comandat.
- **Software PLL** (SPLL)
 - este realizat pe circuite programabile

Descrierea și rolul blocurilor componente

➤ **Comparatorul de fază** generează la ieșire un semnal de eroare $s_e(t)$ care variază cu diferența $(\Phi_i - \Phi_l)$ dintre fazele instantanee a semnalelor de intrare. (Φ_i - faza semnalului de referință; Φ_l - faza semnalului local). În cazul ideal semnalul de eroare la ieșirea comparatorului de fază este:

$$s_e(t) = K_{PD} (\Phi_i - \Phi_l) \tag{27}$$

K_{PD} este constanta comparatorului de fază. Comparatorul de fază poate să fie implementat cu circuite

analogice sau cu circuite digitale. În funcție de dependența semnalului de eroare de diferența de fază ($\Phi_i - \Phi_l$), comparatoarele de fază pot fi împărțite în următoarele categorii (Figura 2):

- comparatoare cu **dependență lineară** sau dinte de fierăstrău
 - de obicei aceste comparatoare sunt implementate cu circuite digitale, iar semnalele de la intrare sunt semnale dreptunghiulare. Aceste comparatoare mai sunt denumite și detectoare de fază și frecvență (Phase-Frequency Detector (PFD))
- comparatoare cu **dependență sinusoidală**
 - aceste comparatoare de fază sunt realizate cu circuite analogice (de ex. multiplicator analogic), iar semnalele de la intrare sunt semnale sinusoidale.
- comparatoare cu **dependență triunghiulară**
 - sunt realizate tot cu circuite digitale și compară faza semnalelor dreptunghiulare
- comparatoare cu **dependența signum (sgn)** – furnizează semnul defazajului
 - de obicei este realizat cu circuite digitale, la intrare pot fi aplicate atât semnale sinusoidale cât și semnale dreptunghiulare.

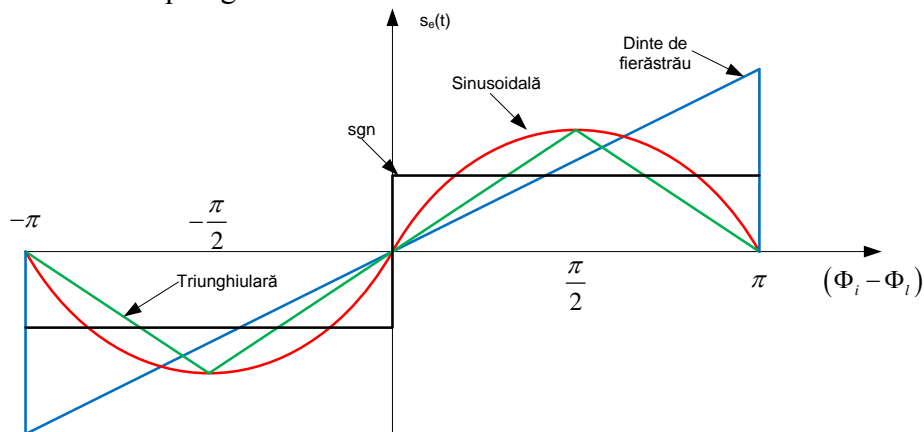


Figura 2. Diferite tipuri de dependențe

➤ **Oscilatorul comandat în tensiune** (Voltage-Controlled Oscillator -VCO) - este un oscilator care generează o tensiune cu variație sinusoidală (sau dreptunghiulară) a cărei frecvență variază proporțional cu tensiunea de intrare (tensiune de comandă) în jurul frecvenței de oscilație liberă f_{OL} .

- Dacă VCO nu primește nici o comandă (tensiunea de intrare =0), el generează un semnal cu **frecvența de oscilație liberă** - f_{OL} (Free Running Frequency). deci semnalul la ieșire VCO este (vezi cursul MF):

$$s_i(t) = V_0 \cos\left(2\pi f_{OL}t + K_{VCO} \int_{-\infty}^t v_o(\tau) d\tau\right) \quad (28)$$

➤ **Filtru de buclă** (Loop Filter) – de obicei este un filtru trece jos, care determină **dinamica** sau **stabilitatea** buclei. Cu alte cuvinte funcția de transfer al acestui filtru determină cum va reacționa bucla la variațiile frecvenței de referință. Totodată caracteristica acestui filtru influențează lărgimea **benzii de urmărire** și de **captură**, respectiv **timpul de captură** (sincronizare)

Def.: Banda de captură – este intervalul de frecvență în care poate lua valori frecvența semnalului de referință pentru ca bucla PLL să fie capabilă să genereze semnalul local a cărei fază să ”prindă” faza semnalului de referință(să sinfazeze semnalul local cu semnalul de referință) (Figura 3)

Def.: Banda de urmărire – este intervalul de frecvențe în care frecvența semnalului generat local, după ce a fost sincronizat cu semnalul de referință, poate să urmărească frecvența semnalului de referință(Figura 3)

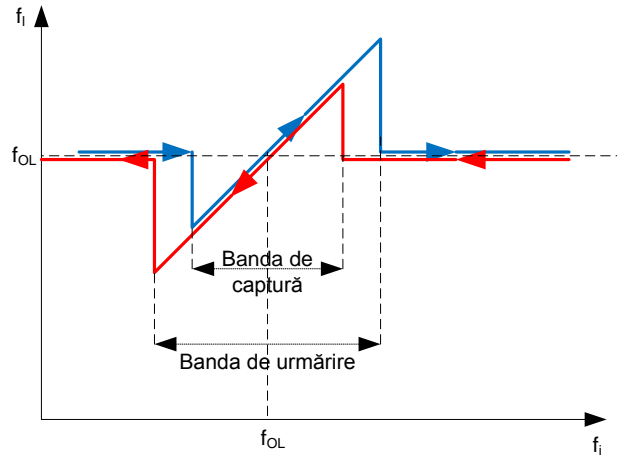


Figura 3. Variația frecvenței semnalului local în funcție de frecvența semnalului de intrare

Def.: Timpul de captură sau sincronizare – timpul necesar buclei PLL să ”capteze” faza semnalului de referință, adică timpul necesar să sinfazeze semnalul generat local cu semnalul de intrare (referință).

Funcția de transfer a buclei PLL:

Știind că transformata Fourier a unei funcții $g(t)$ este definit ca $G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt$ notând $s = j\omega$ putem

scrie $G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-st} dt$ - care este de fapt transformata Laplace a funcției $g(t)$.

Transformata Laplace are următoarele proprietăți (printre altele):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\left(\frac{dg(t)}{dt}\right) &= sG(s) \\ \mathcal{L}\left(\frac{d^n g(t)}{dt^n}\right) &= s^n G(s) \\ \mathcal{L}\left(\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau\right) &= \frac{G(s)}{s} \end{aligned} \tag{29}$$

Ținând cont de (29) faza semnalului generat local Φ_l este (în domeniul s):

$$\Phi_l = \frac{K_{VCO}}{s} \cdot v_o(s) \tag{30}$$

Notând cu $F(s)$ transformata Laplace a răspunsului la impuls a filtrului de buclă, semnalul de comandă poate fi scrisă ca:

$$v_o(s) = s_e(s) \cdot F(s) \tag{31}$$

Ținând cont și de valoarea semnalului de eroare (27) schema liniarizată echivalentă în domeniul s a buclei PLL este dată în Figura 4, iar valoarea fazei semnalului local în funcție de diferența de fază

$\Phi_e = (\Phi_i - \Phi_l)$ este dată de ecuația (32)

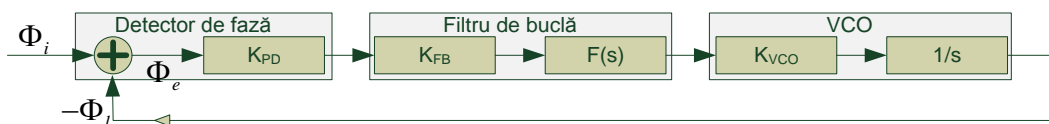


Figura 4. Schema bloc echivalentă în domeniul s a buclei PLL

$$\Phi_l = K_{PD} \cdot K_{FB} \cdot F(s) \cdot K_{VCO} \cdot \frac{1}{s} \cdot \Phi_e = K_{PLL} \frac{F(s)}{s} \cdot \Phi_e \tag{32}$$

Știind că funcția de transfer a unui circuit cu reacție (Figura 5) este dată de relația (33), funcția de transfer a buclei PLL este dată de relația (34):

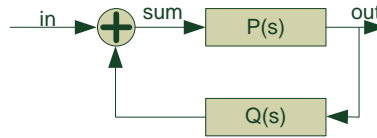


Figura 5. Schema bloc a unui sistem cu reacție

$$H(s) = \frac{P(s)}{1 + Q(s)P(s)} \quad (33)$$

$$H(s) = \frac{\Phi_i}{\Phi_i} = \frac{K_{PLL} \frac{F(s)}{s}}{1 + K_{PLL} \frac{F(s)}{s}} = \frac{K_{PLL} F(s)}{s + K_{PLL} F(s)} \quad (34)$$

Ex. considerând un filtru trece jos care are funcția de transfer:

$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s} \quad (35)$$

înlocuind relația (35) în (34) funcția de transfer a buclei PLL devine:

$$H(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \left(\frac{1}{K_{PLL}} + \tau_2 \right) s + \frac{\tau_1}{K_{PLL}} s^2} \quad (36)$$

notând cu $\omega_N = \sqrt{\frac{K_{PLL}}{\tau_1}}$ și cu $\zeta = \frac{\omega_N}{2} \left(\tau_2 + \frac{1}{K_{PLL}} \right)$ ecuația (36) devine:

$$H(s) = \frac{\left(2\zeta\omega_N - \frac{\omega_N^2}{K_{PLL}} \right) s + \omega_N}{s^2 + 2\zeta\omega_N s + \omega_N^2} \quad (37)$$

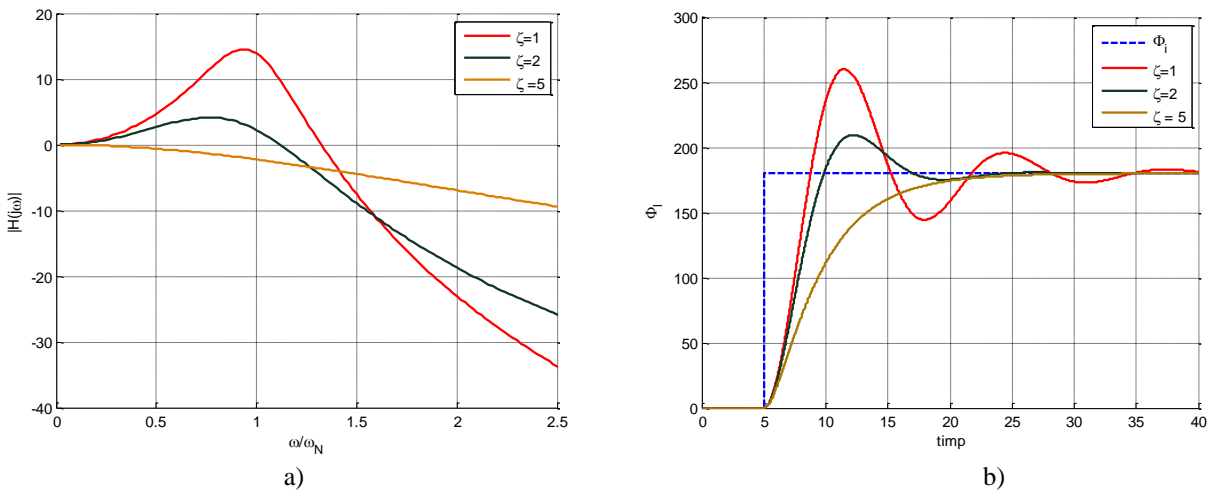


Figura 6. Variația funcției de transfer și răspunsului la treaptă a buclei PLL pentru diferite filtre de buclă ($\tau_2 = 0$; a-Funcția de transfer a buclei PLL; b - răspuns la treaptă a buclei PLL)

Sincronizarea dinamică

- datorită diferenței de frecvență (Δf din (26)), păstrarea sinfazării perfecte între tactul local și tranzițiile semnalului codat recepționat este imposibilă
- scopul sincronizării dinamice este să mențină modulul defazajului dintre cele două semnale sub o valoare stabilită apriori, numită *pas de sincronizare*.
- tranzițiile celor două semnale sunt aliniate doar la momente aleatorii; tranzițiile tactului local sunt fie în avans, fie în urma tranzițiilor semnalului codat, care este semnal de referință, dar modulul diferenței de fază trebuie să fie mai mic decât valoarea prestabilită x .
- lărgimea în fază a “echilibrului dinamic” este $2x$, vezi Figura 7

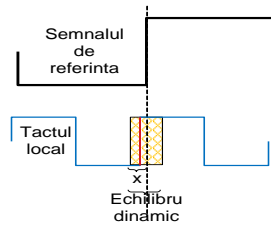


Figura 7. Zona de echilibru dinamic

- schema bloc a unui circuit PLL simplu (circuit de sincronizare dinamică) este prezentată în Figura 8. Este de fapt o buclă ADPLL, comparatorul de fază are dependența *signum*, filtru de buclă are ordin 0 (nu există filtru de buclă), și VCO este implementat cu un divizor comandat care este capabil să împartă frecvența unui semnal de tact cu N, N-1 sau N+1 (poate să genereze trei frecvențe).

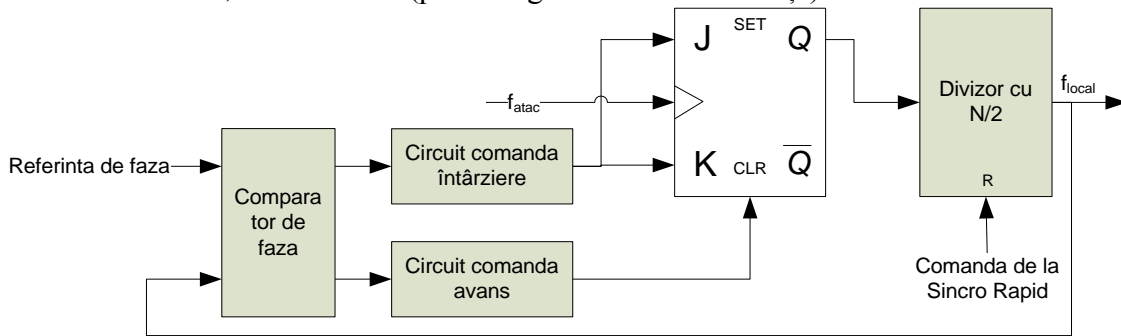


Figura 8. Schema bloc a sincronizării dinamice

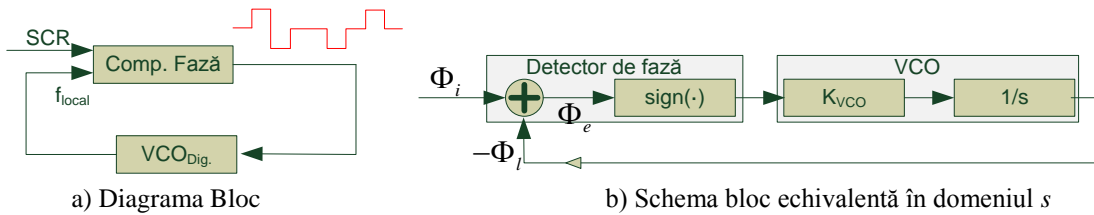


Figura 9. ADPLL cu filtru de buclă de ordin zero

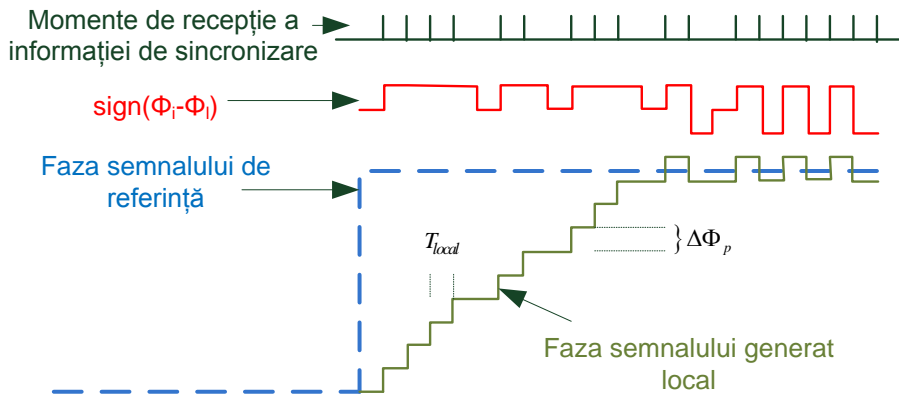


Figura 10. Răspuns la impuls a buclei ADPLL de ordin 1 (filtru de buclă de ordin 0)

- comparatorul de fază sesizează poziția relativă dintre tranzițiile semnalului recepționat codat, SRC, (referință de fază) și tranzițiile negative ale tactului local; el generează o comandă indicând sensul, avans sau întârziere, în care trebuie efectuată deplasarea în fază a semnalului local.
- dacă tactul local este întârziat, față de SRC (referință), comparatorul de fază va activa circuitul de avans al tactului, care va acționa asupra primei celule din lanțul de divizare, inserând tranziții suplimentare care vor defaza tactul local înainte.
- dacă tactul local este în avans, comparat cu SRC., comparatorul de fază activează circuitul de întârziere a tactului, care acționează asupra primei celule din lanțul de divizare în frecvență, suprimând unele tranziții, operație ce va deplasa tactul local înapoi.
- comparatorul de fază comandă doar sensul (semnul) în care este defazat tactul local; el nu comandă valoarea modulului defazajului introdus la fiecare corecție.
- faza semnalului local de tact este modificată temporar prin modificarea factorului de divizare a tactului de

întăltă frecvență, având frecvența f_{atac} ; această metodă se numește “defazare prin divizare controlată”.

- comparatorul de fază va indica întotdeauna defazajul față de cea mai apropiată tranziție a semnalului de referință; de aceea, modulul defazajului maxim posibil este de 180° .

Ex:ca exemplu al defazării prin divizare comandată se prezintă o sincronizare dinamică (ADPLL) ce sincronizează un tact local cu frecvența f_{sincro} , folosind un tact la divizorul cu frecvența $f_{atac} = 2^n = 16 \cdot f_{sincro}$.

- pentru decodarea codurilor AMI, BnZs, HDB3 și 4B3T, $f_{sincro} = f_{bit}$,
- pentru decodarea codurilor bifazic, Miller și CMI, $f_{sincro} = 2f_{bit}$.
- Figura 11 prezintă cazul în care f_{sincro} este în fata semnalului de referință și trebuie întârziat;

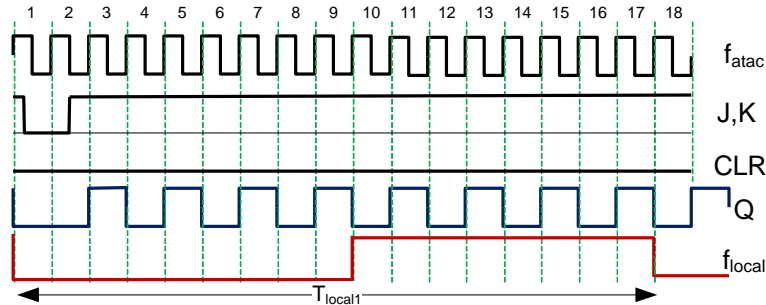


Figura 11. Creșterea perioadei tactului local (întârziere)

- comparatorul de fază acționează asupra intrărilor J-K ale primei celule din lanțul de divizare, inhibând bistabilul pe durata unei tranziții active a semnalului de tact. Astfel o tranziție a semnalului de ieșire din bistabile este suprimată și tranzițiile semnalului f_{sincro} sunt întârziate cu o perioadă a semnalului f_{atac} .
- Figura 12 prezintă cazul în care f_{sincro} este întârziat față de semnalul de referință și trebuie avansat;

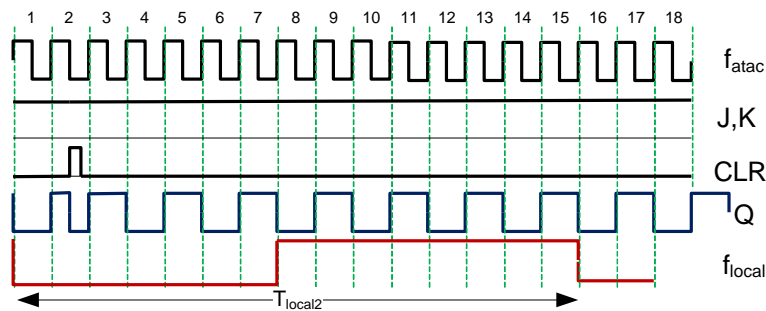


Figura 12. Reducerea perioadei tactului local (Avans)

- comparatorul de fază acționează asupra intrării Reset (ori Set dacă se folosește o altă variantă de divizor) a primei celule a lanțului de divizare;
- dacă Reset-ul e activat când ieșirea Q este în “1”, la ieșirea bistabilului se inserează o tranziție suplimentară generând un avans de fază cu o perioadă a semnalului f_{atac} .
- generalizând, se introduce o tranziție suplimentară la ieșirea acestei celule dacă activăm Reset când Q este “1”, sau dacă activăm Set când ieșirea Q este în “0”.
- în ambele cazuri circuitul de avans sau cel de întârziere acționează doar o dată pe o perioadă a semnalului f_{sincro} .
- sincronizarea dinamică poate acționa doar dacă există tranziții în SRC; altfel sincronizarea dinamică nu are referință de fază și va păstra sensul de defazare stabilit la ultima comparare de fază efectuată sau nu va acționa deloc până la apariția următoarei tranziții a semnalului codat.
- acest fapt indică necesitatea unui număr cât mai mare posibil de tranziții în SRC.
- pasul de fază cu care se efectuează corecția corespunde unei perioade a semnalului f_{atac} , atât pentru corecțiile în avans cât și pentru cele în întârziere.
- valoarea în grade a acestui pas e dată de (38), unde n este numărul de celule divizoare cu doi din lanțul de divizare:

$$\Delta\Phi_p = \frac{360^\circ}{\frac{f_{atac}}{f_{sincro}}} = \frac{360^\circ}{N} = \frac{360^\circ}{2^n}; \quad N = 2^n; \quad (38)$$

- mărimea acestui pas poate fi modificată prin schimbarea numărului n de celule din divizor și prin schimbarea, corespunzătoare, a frecvenței f_{atac} pentru a menține valoarea frecvenței tactului ce trebuie sincronizat, f_{sincro} .

- acest circuit de sincronizare dinamică poate fi considerat un circuit ADPLL de ordin 0. Banda de captură este egală cu banda de urmărire și este $\left[\frac{f_{atac}}{N+1}; \frac{f_{atac}}{N-1} \right]$, iar timpul de captură este dat de ecuația (39), în care cu t_m s-a notat timpul mediu dintre două tranziții recepționate din canal.

$$t_s = \left[\frac{\Delta\Phi_{max}}{\Delta\Phi_p} \right] \cdot t_m \tag{39}$$

- această buclă PLL nu este stabilă (nu intră în echilibru), dar când intră în oscilații modulul erorii de fază va fi mai mică de $\Delta\Phi_p$.

Sincronizarea rapidă (brută)

- schema bloc a circuitului de sincro rapidă este dată în Figura 13, iar principiul său de funcționare este arătată în Figura 14.

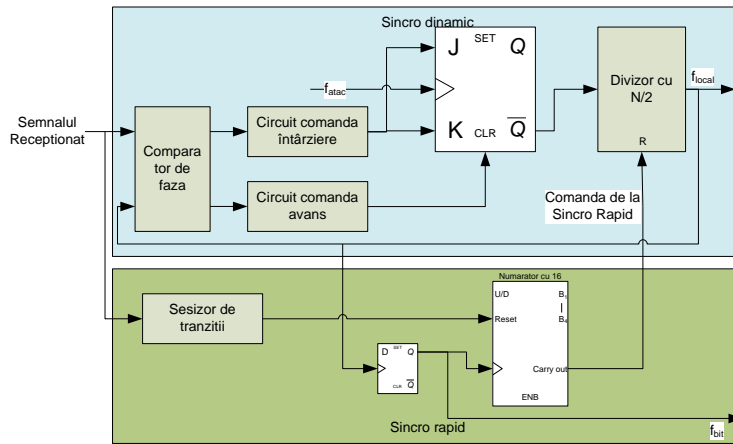


Figura 13. Schema bloc a circuitului de sincronizare

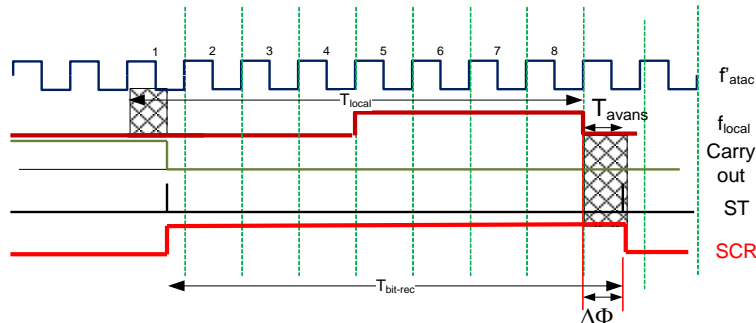


Figura 14. Principiul de funcționare al circuitului de sincro rapidă

- sincro rapidă acționează în trei pași:
 - o sincronizarea inițială care este efectuată o singură dată la începutul recepționării unui mesaj;
 - o dezactivarea circuitului de sincronizare rapidă pe timpul recepției, astfel încât să nu fie afectată funcționarea circuitului de sincronizare dinamică;
 - o re-activarea circuitului de sincro rapidă la sfârșitul recepționării mesajului, pentru ca acesta să poate fi capabil de corecție la începutul recepționării mesajului următor.
- la începutul primului pas, sesizorul primei tranziții se presupune a fi "activat", blocând, prin activarea ieșirii Carry Out a numărătorului cu 16, generarea tactului local f_{sincro} .
- la apariția primei tranziții a SRC, sesizorul de tranziții dă un impuls care resetează numărătorul cu 16, Carry Out = "0", care la rândul său eliberează Resetul lanțului de divizare din sincronizarea dinamică, permițând astfel generarea tactului local $f_{sincro} = 2f_{bit}$.
- presupunând că divizorul cu N începe să numere la apariția primei tranziții a SRC și că intervalul de timp dintre două tranziții consecutive ale SRC este aproximativ egal cu perioada lui f_{sincro} , rezultă că prima tranziție negativă a tactului local va coincide următoarea tranziție a SRC. Aceasta ar însemna că defazajul inițial a fost eliminat.

- dar numărătorul cu N din sincronizarea dinamică va începe de fapt să numere la apariția primei tranziții negative a semnalului său de tact $f_{\text{atac}} = N \cdot f_{\text{sincro}}$, adică având un avans maxim de o perioadă a semnalului f_{atac} . Aceasta face ca prima tranziție negativă a lui f_{sincro} să apară cu un defazaj maxim $\Delta\Phi_{\text{max}}$, față de momentul sosirii celei de a doua tranziții a SRC:

$$\Delta\Phi_{\text{max}} = 360^\circ \frac{f_{\text{sincro}}}{N \cdot f_{\text{sincro}}} = \frac{360^\circ}{2^n} \quad (40)$$

- relația (40) e valabilă dacă toate celulele numărătorului cu N sunt resetate de ieșirea numărătorului cu 16 din sincro rapidă.

- dacă însă circuitul de sincronizare rapidă acționează doar asupra primelor m ranguri de divizare dinspre ieșire divizorului cu 2^n , atunci defazajul inițial maxim va fi:

$$\Delta\Phi_{\text{max}} = \frac{360^\circ}{2^m} \quad (41)$$

- trebuie reținut că pe durata unei perioade a semnalului f_{sincro} , circuitul de sincronizare rapidă reduce valoarea defazajului inițial la valoarea pasului de fază a sincronizării dinamice (dacă toate celulele numărătorului cu N sunt resetate de ieșirea numărătorului cu 16 din sincro rapidă), aducând sistemul în zona de echilibru dinamic, de unde sincronizarea este preluată de circuitul de sincronizare dinamică.

- după ce defazajul inițial este eliminat, circuitul de sincro rapidă trebuie dezactivat pe restul duratei recepției, pentru a permite circuitului de sincro dinamic să compenseze defazajul dinamic și cel introdus de canalul de transmisie.

- dezactivarea circuitului de sincro rapidă pe durata recepției folosește faptul că intervalul maxim de timp dintre două tranziții consecutive ale SRC este 2 perioade sau de 4 perioade ale semnalului f_{sincro} . Astfel, numărătorul cu 16 din sincro rapidă este resetat de sesizorul de tranziții, după maxim două perioade de bit, și nu poate atinge valoarea "1" pe ieșirea *Carry Out*, care ar inhiba numărătorul cu N din circuitul de sincro dinamică. *Astfel se realizează cel de al doilea pas al funcționării circuitului de sincro rapidă.*

- la sfârșitul recepției, numărătorul cu 16 nu mai este resetat pe durata a 8 perioade de bit, deoarece nemaexistând SRC, nu mai există tranziții; ieșirea lui va trece în "1", resetând numărătorul cu N din sincro dinamic și astfel circuitul de sincro rapidă este "re-armat" *îndeplinindu-se al treilea pas al funcționării sale.*

Resincronizarea

- după cum s-a menționat anterior, resincronizarea are rolul de a elimina nedeterminarea de 180° care poate apărea între semnalele de tact de la emisie și recepție.
- ea este efectuată o singură dată la începutul transmisiei, după ce a acționat sincronizarea rapidă;
- această sincronizare este necesară doar în cazul codului Miller; codurile bifazic-S, sau M, nu necesită această operație, datorită structurii sale diferențiale. Această proprietate îl face potrivit pentru transmisiile de tip salvă, cum sunt cele din rețelele locale de calculatoare.

Bibliografie

- Ha H. Nguyen, Ed. Shwedyk; A First Course in Digital Communications – Cambridge University Press 2009
- John G. Proakis, Masoud Salehi: Fundamentals of Communication Systems, ed. Pearson 2012
- Nicolae Dumitru Alexandru, Gunter Morgenstern; Digital Line Codes and Spectral Shaping, Matrix Rom București 1998