

Modulația cu salt de frecvență (Frequency Shift Keying – FSK)

- FSK constă în modularea în frecvență a unui purtător (co)sinusoidal în funcție de valoarea logică a bitului care trebuie modulată.
- Un semnal (co)sinusoidal de frecvență f_1 se transmite pentru bitul "1" și unul de frecvență f_2 pentru bitul "0".
- frecvența semnalului purtător este menținută constantă pe întreaga durată a simbolului (bitului).
- deoarece un simbol "transportă" doar un bit, perioada de bit este egală cu perioada de simbol.
- această modulație este varianta binară a modulației M-FSK, în care frecvența instantanee ia $M = 2^n$ valori ale frecvenței, care corespund celor M combinații posibile de n biți [proakis], [lucky].

Caracteristici ale FSK

- FSK este o modulație în frecvență cu fază continuă (CP-FSK), adică trecerea de la o frecvență la cealaltă este realizată cu păstrarea continuității fazei semnalului purtător – vezi Figura 1.

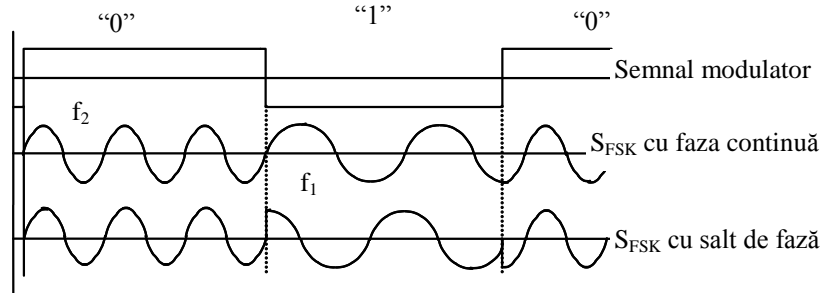


Figura 1 Regula de modulare FSK

Expresia semnalului CP-FSK

- este dată de relația:

$$s_{FSK}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A \cos(2\pi f_k t + \varphi_{k,k-1}) \cdot u_{T_s}(t - k \cdot T_s) \quad (1)$$

Frecvența instantanee a semnalului poate să ia M valori ($M=2$ pentru B-FSK), iar $\varphi_{k,k-1}$ se alege astfel încât să se asigure continuitatea fazei la sfârșitul perioadelor de simbol. Pentru modulația FSK cu salt de fază $\varphi_{k,k-1}$ este constant (de ex. 0) pentru fiecare perioadă de simbol.

- semnalul FSK poate fi considerat ca un semnal MF.
- frecvența instantanee a semnalului FSK poate fi exprimată prin (2), unde $S_{modulator \max} = |+/-A|$ [V] și $S_{modulator} = (+/-A)$ [V].

$$f_{ins} = f_c + \Delta f_M \cdot \frac{S_{modulator}}{S_{modulator \max}}; \quad (2)$$

presupunând că semnalul modulator are valoare dată de (3), ecuația (2) poate fi recrisă ca

$$S_{modulator} = \begin{cases} +A & b_k = 0 \\ -A & b_k = 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$f_{ins}(t) = f_c + \Delta f_M \cdot \sum_{k=0}^{\infty} d_k \cdot u_{T_s}(t - kT_s); \quad (4)$$

unde:

$$d_k = 1 - 2 \cdot b_k = \begin{cases} +1 & b_k = 0 \\ -1 & b_k = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Ținând cont de (5) ecuația semnalului CP-FSK poate fi scrisă ca un semnal MF modulat cu un smnal modulator dreptunghiular (2 PAM în cazul modulației binare):

$$s_{CP-FSK}(t) = A \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_s}(\tau - kT_s) \right) d\tau \right) \quad (6)$$

Variația fazei datorită modulației (notat cu $\theta_k(t)$) pe durata celei de a k -lea perioadă de simbol, adică când $kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$ va fi:

$$\begin{aligned} \theta_k(t) &= 2\pi\Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{n=0}^k d_n u_{T_s}(\tau - nT_s) \right) d\tau = \\ &= 2\pi\Delta f_M \int_0^{kT_s} \left(\sum_{n=0}^{k-1} d_n u_{T_s}(\tau - nT_s) \right) d\tau + 2\pi\Delta f_M \int_{kT_s}^t (d_k u_{T_s}(\tau - kT_s)) d\tau = \\ &= 2\pi\Delta f_M T_s \sum_{n=0}^{k-1} d_n + 2\pi\Delta f_M \cdot d_k \cdot q_{T_s}(t - kT_s) \end{aligned} \quad (7)$$

unde $q_{T_s}(t)$ este integrala funcției $u_{T_s}(t)$ (vezi Figura 2) și are expresia:

$$q_{T_s}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t/T_s & 0 \leq t \leq T_s \\ 1 & t > T_s \end{cases} \quad (8)$$

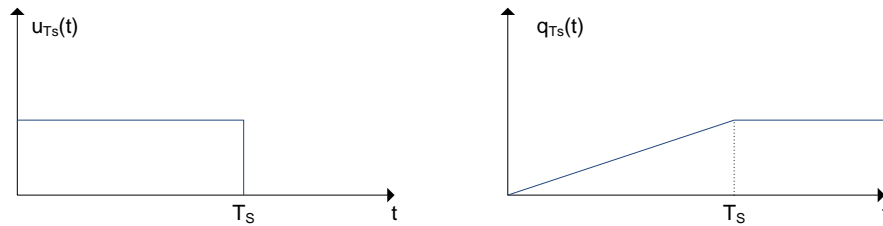


Figura 2. Variația în timp a impulsului $u_{T_s}(t)$ și $q_{T_s}(t)$

notând cu $\Delta = 2 \cdot \Delta f_M \cdot T_s$ relația (7) devine:

$$\theta_k(t) = \pi\Delta \sum_{n=0}^{k-1} d_n + \pi\Delta \cdot d_k \cdot q_{T_s}(t - kT_s) \quad (9)$$

Defazajul acumulat datorită modulației după k simbol este:

$$\theta_k((k+1)T_s) = \pi\Delta \sum_{n=0}^k d_n \quad (10)$$

Traectoria fazei pentru CP-FSK binar este prezentat în Figura 3.

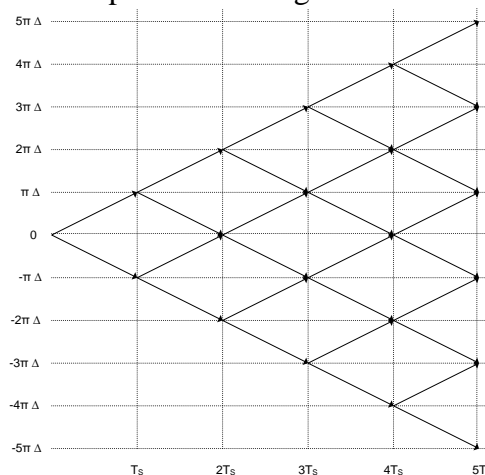


Figura 3. Traectoria de fază a semnalului CP-FSK binar

- ținând cont că semnalul FSK este un semnal modulat în frecvență cu un semnal modulator dreptunghiular, descompunerea în serie Fourier a semnalului FSK este:

$$s(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cos[(\omega_c + n\Omega)t + \alpha] \quad (11)$$

- valorile parametrilor din (11) sunt exprimați de (12), (13) și (14) unde prin T_s s-a notat perioada de simbol.

$$\omega_c = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (12)$$

$$\Omega = \frac{\pi}{T_s} = \frac{\omega_s}{2}; \quad (13)$$

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\Omega} \quad (14)$$

- pentru semnalul modulator care are cea mai mare frecvență a fundamentalei, secvența "1010..." (numită și secvența 1:1), coeficienții C_n au valorile:

$$C_n = \frac{2\Delta}{\pi(\Delta^2 - n^2)} \cdot \sin \frac{\pi}{2}(\Delta + n); \quad (15)$$

- amplitudinile componentelor spectrale scad cu pătratul valorii indexului lor; de aceea energia semnalului modulat este concentrată în apropierea frecvențelor f_1 și f_2 ;
- pentru o secvență arbitrară de date, coeficienții C_n au expresii mai complexe, spectrul semnalului modulat devine continuu, dar banda sa de frecvență este tot o lărgime infinită.
- distribuția spectrală de putere a semnalului FSK depinde în mod esențial de indicele de modulație, notat aici cu Δ (16), unde f_s este frecvența de simbol:

$$\Delta = \frac{f_2 - f_1}{f_s} = \frac{2\Delta f_M}{f_s} = \frac{\Delta f_M}{f_s/2}; \quad (16)$$

- reamintiți-vă că indicele de modulație al unui semnal MF este:

$$\beta = \frac{\Delta f_M}{f_{\text{mod max}}} \quad (17)$$

- comparând (16) și (17) rezultă că Δ este indicele de modulație al unei modulații în care frecvența modulatoră maximă este $f_s/2$, frecvența Nyquist, iar deviația maximă de frecvență este jumătate din diferența între frecvențele f_1 și f_2 .
- calculul densității spectrale de putere este complex, [lucky], și este realizat în funcție de frecvența normală F (18); frecvența normală este deviația frecvenței instantanee față de frecvența centrală, împărțită la frecvența de simbol.

$$F = \frac{f - f_c}{f_s} \quad (18)$$

- variația densității spectrale de putere a semnalului FSK, pentru o secvență de date pseudo-aleatoare este reprezentată în Figura 4.

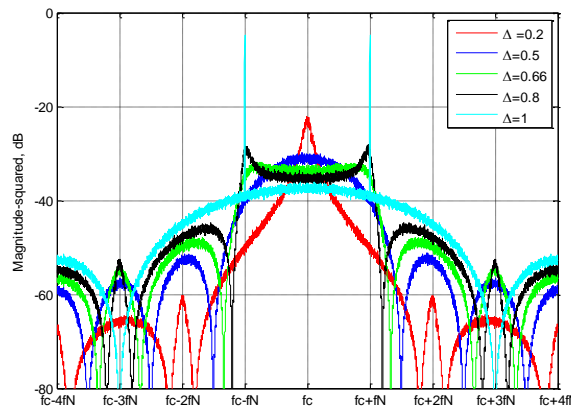


Figura 4 Densitatea spectrală de putere a semnalului cp-FSK

- un interes deosebit prezintă cazul $\Delta = 0,65$:
 - puterea semnalului modulat este concentrată într-o bandă relativ îngustă de frecvențe în jurul lui f_c ,

$$f \in \left[f_c - \frac{f_s}{2}; f_c + \frac{f_s}{2} \right] \quad (19)$$

- componentele exterioare acestei BF au amplitudini mici iar suma puterilor lor este neglijabilă.
 - distribuția componentelor în interiorul acestei BF este relativ plată
- pentru $\Delta \in (0,7;1)$ spectrul prezintă aceeași concentrare a distribuției puterii, dar componentele pe f_1 și f_2 sunt foarte mari, conducând la complicații la demodulare.
- pentru $\Delta \geq 1$, distribuția spectrală este mult mai plată, ducând la creșterea BF în care este concentrată puterea semnalului și la o scădere a imunității la perturbații.

FSK cu salt de fază

- în teorie se arată că FSK cu salt de fază prezintă un spectru de frecvență mult mai larg care conduce la variații semnificative ale amplitudinii semnalului modulat după ce acesta este filtrat. De aceea, acest tip de FSK NU TREBUIE UTILIZAT.

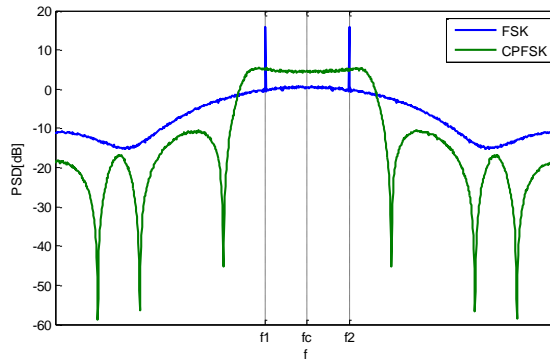


Figura 5 Densitatea spectrală de putere a semnalului FSK cu salt de fază și cu fază continuă

Calculul frecvențelor alocate celor două nivele logice

- Ecuațiile (12) și (16) formează un sistem de ecuații:

$$\begin{cases} \frac{f_2 + f_1}{2} = f_c \\ \frac{f_2 - f_1}{f_s} = \Delta \end{cases} \quad (20)$$

- prin alegerea lui f_c în mijlocul benzii de frecvență disponibile și impunând Δ (de ex: $\Delta = 0,65$), obținem frecvențele f_1 și f_2 (21) ca soluție a sistemului (20).

$$\begin{cases} f_2 = f_c + \frac{\Delta \cdot f_s}{2} \\ f_1 = f_c - \frac{\Delta \cdot f_s}{2} \end{cases} \quad (21)$$

Producerea semnalului FSK

- modulația FSK poate fi generată atât prin metode analogice cât și prin metode digitale

Modulator FSK cu calcularea recursivă a fazei instantanee

- frecvența instantanee a semnalului FSK în funcție de valoarea $b_k \in \{0,1\}$ a bitului modulator este:

$$f_i(t) = f_c + \frac{\Delta \cdot f_b}{2} (1 - 2 \cdot b_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_{bit});$$

$$u_{T_s}(x) = \begin{cases} 1; & x \in [0,1) \\ 0; & \text{in rest} \end{cases} \quad (22)$$

- pe baza relației (22) și ținând cont de condiția de continuitate a fazei (7) pulsația instantanee este:

$$\omega_i(t) = 2 \cdot \pi \cdot f_i(t) = \omega_c + 2\pi \cdot \Delta \cdot \sum_{l=0}^{k-1} (1 - 2 \cdot b_l) + \pi \Delta \cdot f_b (1 - 2 \cdot b_k) \cdot q_{T_s}(t - kT_{bit}) \quad (23)$$

Dacă se dorește obținerea unui semnal FSK cu un dispozitiv numeric (procesor, microcontroler...) trebuie generate eșantioanele unui semnal cosinusoidal astfel încât pulsația instantanee să respecte relația (23). Relația între faza și pulsația instantanee a unui semnal este dată de relația (24)

$$\Phi_i(t) = \int_0^t \omega_i(\tau) d\tau \quad (24)$$

Deoarece se dorește generarea eșantioanelor timpul continuu t din relația (24) trebuie înlocuit cu *timpul discret* nT_e , unde T_e reprezintă intervalul de timp dintre două eșantioane consecutive. Astfel faza instantanee a semnalului FSK în cel de al n -lea moment de eșantionare se obține prin înlocuirea relației (23) în (24) și prin înlocuirea timpului continuu cu timpul discret:

$$\begin{aligned} \Phi_i(nT_e) &= n \cdot T_e \cdot \omega_c + 2\pi \cdot \Delta \cdot \sum_{l=0}^{k-1} (1 - 2 \cdot b_l) + \sum_{j=0}^n T_e \cdot \pi \Delta \cdot [f_b \cdot (1 - 2 \cdot b_k) \cdot q_T(j \cdot T_e - kT_{bit})] = \\ &= (n-1) \cdot T_e \cdot \omega_c + 2\pi \cdot \Delta \cdot \sum_{l=0}^{k-1} (1 - 2 \cdot b_l) + \sum_{j=0}^{n-1} T_e \cdot \pi \Delta \cdot [f_b \cdot (1 - 2 \cdot b_k) \cdot q_T(j \cdot T_e - kT_{bit})] + \\ &\quad + T_e \cdot \omega_c + \pi \Delta f_b T_e (1 - 2 \cdot b_k) \\ &= \Phi_i((n-1)T_e) + Pas(b_k) \end{aligned} \quad (25)$$

unde:

$$Pas(b_k) = \begin{cases} T_e \cdot \omega_c + \pi \Delta f_b T_e; & b_k = 0 \\ T_e \cdot \omega_c - \pi \Delta f_b T_e; & b_k = 1 \end{cases} \quad (26)$$

Relația (25) și (26) arată că valoarea fazei instantanee în momente de eșantionare poate fi calculat recursiv, valoarea eșantioanelor se obține prin calcularea funcției *cos* din faza instantanee:

$$s_{FSK}(n \cdot T_e) = A \cdot \cos[\Phi_i(n \cdot T_e)] \quad (27)$$

Majoritatea limbajelor de programare are implementată funcția *cos*. Pe procesoarele de semnal sau pe microcontrolere se poate calcula valoarea $\cos(x)$ de exemplu prin descompunere în serie Taylor a funcției *cos*. Această metodă asigură continuitatea fazei la marginea perioadelor de simbol, variația în timp a fazei instantanee respectiv a semnalului FSK sunt prezentate în Figura 6.

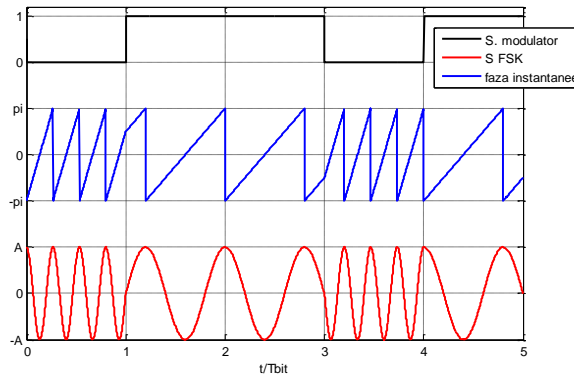


Figura 6 Variația în timp a fazei instantanee respectiv a semnalului FSK

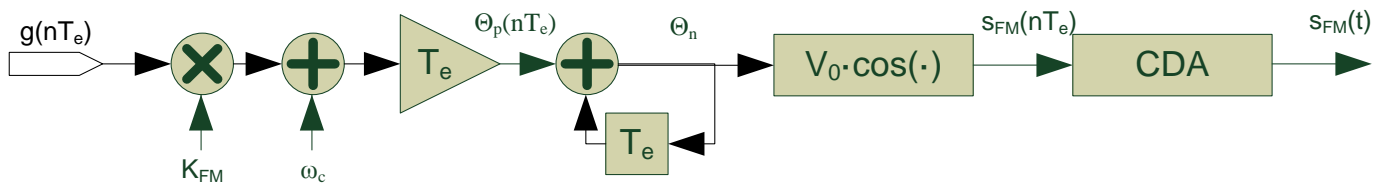


Figura 7 Schema bloc a modulatorului FM cu generarea digitală a fazei instantanee

Modulator FSK digital bazat pe MAQ

În practică se preferă generarea semnalului cu ajutorul unei modulații MAQ. Ținând cont de egalitatea $\cos(a+b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$ expresia semnalului CP-FSK (6) poate fi rescrisă în forma:

$$\begin{aligned}
 s_{CP-FSK}(t) &= A \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_S}(\tau - kT_S) \right) d\tau \right) = \\
 &= A \cos \left(2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_S}(\tau - kT_S) \right) d\tau \right) \cdot \cos(\omega_c t) - \\
 &\quad - A \sin \left(2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_S}(\tau - kT_S) \right) d\tau \right) \cdot \sin(\omega_c t)
 \end{aligned} \tag{28}$$

Notând cu

$$\begin{aligned}
 I_{FSK}(t) &= \cos \left(2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_S}(\tau - kT_S) \right) d\tau \right) \\
 Q_{FSK}(t) &= \sin \left(2\pi \Delta f_M \int_0^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} d_k u_{T_S}(\tau - kT_S) \right) d\tau \right)
 \end{aligned} \tag{29}$$

Semnalul modulat în frecvență devine:

$$s_{CP-FSK}(t) = I_{FSK}(t) \cdot A \cos(\omega_c t) - Q_{FSK}(t) \cdot A \sin(\omega_c t) \tag{30}$$

- în cazul generării digitale semnalele $I_{FSK}(t)$ și $Q_{FSK}(t)$ se obțin prin conversia digital-analogică a semnalelor numerice $I_{FSK}(nT_e)$ și $Q_{FSK}(nT_e)$ semnale care similar cu (24)- (25) pot fi scrise ca:

$$\begin{aligned}
 I_{FSK}(nT_e) &= \cos \left(2\pi \Delta f_M T_S \sum_{n=0}^{k-1} d_n + T_e \cdot \sum_{j=0}^n 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot q_{T_S}(jT_e - kT_S) \right) = \cos(\Phi_{BB}(nT_e)) \\
 Q_{FSK}(nT_e) &= \sin \left(2\pi \Delta f_M T_S \sum_{n=0}^{k-1} d_n + T_e \cdot \sum_{j=0}^n 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot q_{T_S}(jT_e - kT_S) \right) = \sin(\Phi_{BB}(nT_e))
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{BB}(nT_e) &= 2\pi \Delta f_M T_S \sum_{n=0}^{k-1} d_n + T_e \cdot \sum_{j=0}^n 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot q_{T_S}(jT_e - kT_S) = \\
 &= 2\pi \Delta f_M T_S \sum_{n=0}^{k-1} d_n + \sum_{j=0}^{n-1} 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot q_{T_S}(jT_e - kT_S) + 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot T_e = \\
 &= \Phi_{BB}((n-1) \cdot T_e) + 2\pi \Delta f_M \cdot d_k \cdot T_e = \\
 &= \Phi_{BB}((n-1) \cdot T_e) + \Phi_{BB-p}(n \cdot T_e)
 \end{aligned} \tag{32}$$

- schema bloc a modulatorului devine:

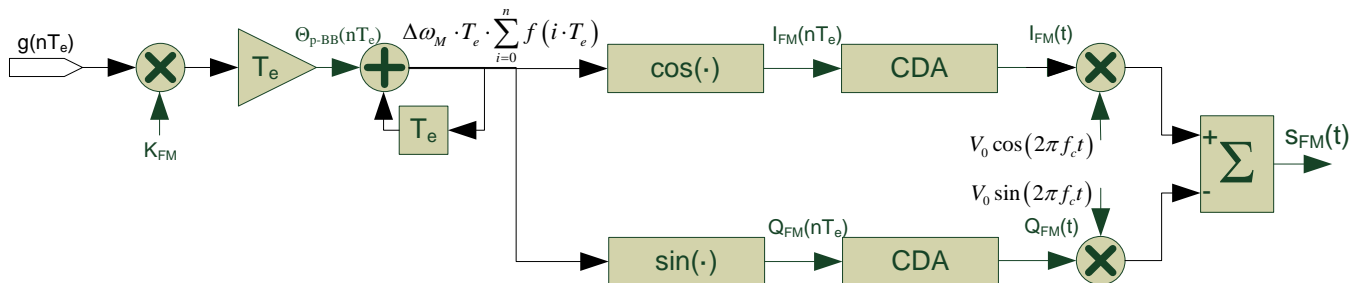


Fig. 1. Modulator digital FM cu ajutorul modulației MAQ

Modulator FSK digital realizat prin sinteza purtătorului cu funcții Walsh

- această variantă de implementare digitală a modulației FSK se bazează pe generarea purtătoarei sinusoidale utilizând funcțiile Walsh. Apoi frecvența acestui semnal este comandată în funcție de datele de intrare și de debitul binar dorit.

- o funcție periodică de perioadă T și amplitudine A poate fi dezvoltată în serie Walsh:

$$s\left(\frac{t}{T}\right) = A \sum_{i=1}^{\infty} s_i \text{sal}_i\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + A \sum_{i=1}^{\infty} c_i \text{cal}_i\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + w_0 \cdot A \cdot \text{wal}_0\left(2\pi \frac{t}{T}\right); \quad (33)$$

- coeficienții s_i , c_i și w_0 se calculează folosind:

$$\begin{aligned} s_i &= \int_0^1 s\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \text{sal}_i\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \cdot d\left(\frac{t}{T}\right); \\ c_i &= \int_0^1 s\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \text{cal}_i\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \cdot d\left(\frac{t}{T}\right); \\ w_0 &= \int_0^1 s\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \text{wal}_0\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \cdot d\left(\frac{t}{T}\right); \end{aligned} \quad (34)$$

- deoarece funcția sinus este impară, iar funcțiile cal_i de perioadă T sunt pare, coeficienții c_i , vor fi egali cu zero.
- coeficientul w_0 , care reprezintă componenta continuă a semnalului dezvoltat, este nul.
- funcția sinus poate fi reprezentată ca o sumă de funcții sal_i , ponderate cu coeficienții s_i . dar, datorită simetriilor funcției sinus, coeficienții funcțiilor sal_i de ordin par vor fi zero. De aceea, vor fi folosite numai funcții sal_i de ordin impar. Limitând suma doar la patru funcții, semnalul sinusoidal este aproximat prin:

$$\sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \approx s_1 \cdot \text{sal}_1\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + s_3 \cdot \text{sal}_3\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + s_5 \cdot \text{sal}_5\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + s_7 \cdot \text{sal}_7\left(2\pi \frac{t}{T}\right); \quad (35)$$

Primele 16 funcții Walsh sunt prezentate în Figura 8.

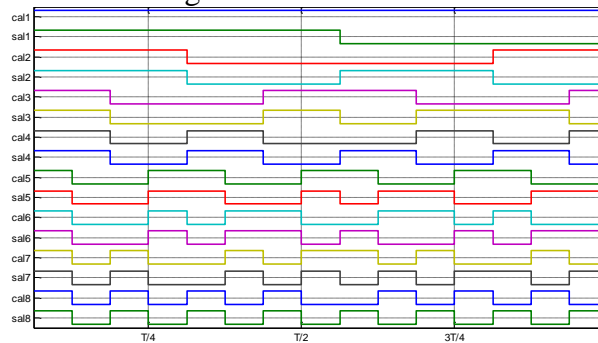


Figura 8 Primele 16 funcții Walsh

- Considerând că amplitudinea funcțiilor sal_i este A și că valorile calculate ale primilor patru coeficienți s_i nenuli sunt:

$$\begin{aligned} s_1 &= 0.636A \\ s_3 &= -0.265A \\ s_5 &= -0.052A \\ s_7 &= -0.128A \end{aligned} \quad (36)$$

-trunchierea sumei infinite (33) la suma finită (35) conduce la apariția distorsiunilor armonice, care au valori relativ scăzute. Componentele spectrale suplimentare se află la multipli ai frecvenței $16f_i$ și sunt simplu de filtrat.

- Semnalul generat de relațiile (35) și (36) este prezentat în Figura 9.

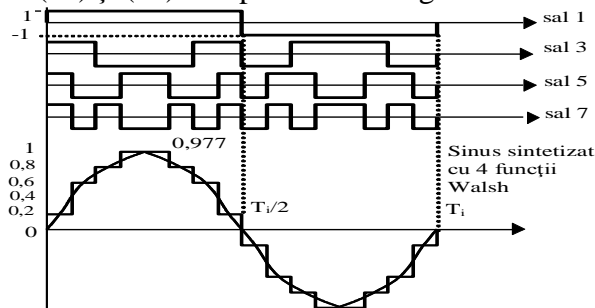


Figura 9 Sinteza sinusoidelor cu 4 funcții Walsh

- funcția cosinus poate fi generată similar, dar trebuie folosite funcțiile cal_i , deoarece funcția cosinus este pară, funcțiile cal_i se obțin prin deplasarea sal_i cu $T/4$

Producerea funcțiilor sal_i

- primele patru funcții sal_i pot fi generate observând că cel mai scurt palier este $T_1/16$, unde $T_1 = 1/f_1$.
- Considerând un semnal de frecvență $8f_1$ și un numărător cu trei ranguri care generează semnale cu frecvențele $4f_1$, $2f_1$ și f_1 , funcțiile Walsh au expresiile:

$$\begin{aligned} sal_1 &= \bar{f}_1; \\ sal_3 &= 4f_1 \oplus 2f_1 \oplus \bar{f}_1 \\ sal_5 &= 8f_1 \oplus 4f_1 \oplus \bar{f}_1; \\ sal_7 &= 8f_1 \oplus 2f_1 \oplus \bar{f}_1; \end{aligned} \tag{37}$$

- sinteza funcției sal_5 este prezentată în Figura 10.

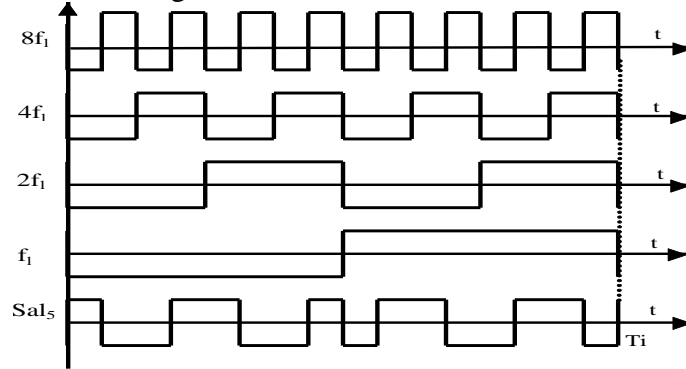


Figura 10 Sinteza funcției sal_5

- schema circuitului care produce funcția sinus cu frecvență f_1 , folosind primele patru funcții sal de ordin impar este prezentată în Figura 11.
- sumarea ponderată din (35) poate fi realizată în două moduri:
- dacă funcțiile Walsh sunt generate ca funcții bipolare de amplitudine A, atunci sumarea este realizată cu un amplificator operațional, configurat ca un sumator inversor, așa cum se arată în Figura 11.
- tensiunea la ieșirea amplificatorului operațional este:

$$V_o = - \sum_i \frac{R_r}{R_i} sal_i \tag{38}$$

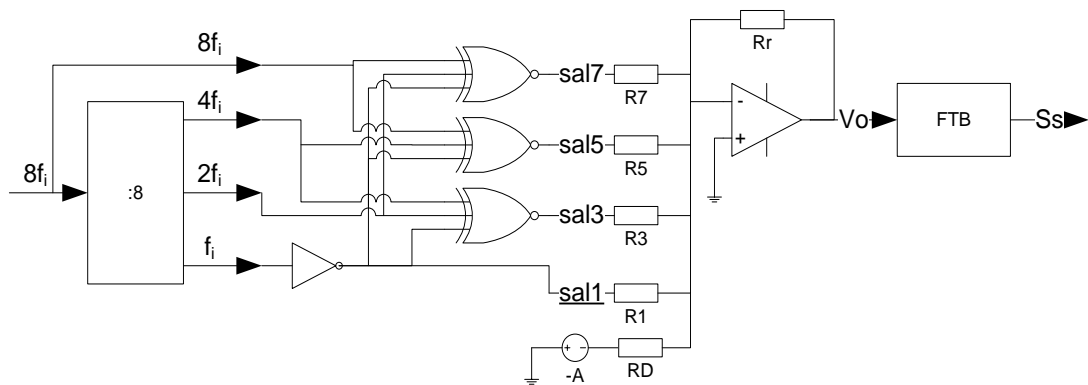


Figura 11 Schema generării sinusului utilizând sinteza cu funcții Walsh

- făcând identificarea coeficienților între (35) și (38), rezultă relația de calcul a valorilor rezistențelor R_i (39), dacă se alege valoarea rezistenței de reacție.

$$R_i = \frac{R_r}{|s_i|} \tag{39}$$

- deoarece coeficientul s_1 este pozitiv (35), pentru a obține o valoare negativă a produsului $s_1 \cdot sal_1$, trebuie ca funcția sal_1 să fie negativă; aceasta se obține prin inversarea funcției sal_1 (o funcție bipolară).
- dacă funcțiile Walsh sunt funcții monopolare, generate de circuite TTL cu nivele de 0 V și +A V, funcția sinusoidală generată este negativă și axată pe o c.c. cu valoarea $-A/2$.

- pentru a obține o funcție sinusoidală axată pe o c.c. nulă, trebuie sumată o tensiune continuă cu valoarea $+A/2$ V.
- aceasta se obține prin adunarea unei tensiuni $-A$ V prin intermediul resistorului $R_d = R_r/2$; resistorul R_d , reprezentat în Figura 11, este necesar doar dacă funcțiile Walsh sunt monopolare.

Modulator FSK realizat cu funcții Walsh

- modularea FSK este realizată prin modificarea frecvenței $8f_i$, de la valoarea $8f_1$ la $8f_2$, cu ajutorul unui divizor în frecvență comandat de semnalul de date de intrare.
- acest divizor își va modifica factorul de divizare, cu care divide frecvența $f_{osc} = \text{c.m.m.c.}(8f_1, 8f_2)$ a oscilatorului pilot, de la n_1 la n_2 , în funcție de bitul de date.
- semnalul sinusoidal rezultat va avea fie frecvența f_1 , fie f_2 .
- modificarea factorului de divizare trebuie făcută fără a modifica faza semnalului $8f_i$, pentru a păstra continuitatea fazei semnalului modulat.
- schema bloc a emițătorului FSK bazat pe această abordare este prezentată în Figura 12.

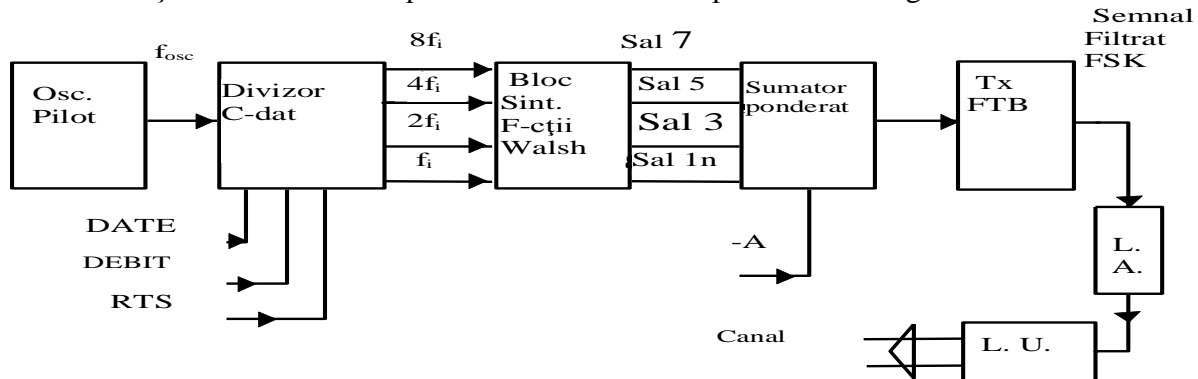


Figura 12 Schema bloc a emițătorului FSK cu sinteza Walsh a semnalului purtător

- blocul de comandă a transmisiei poate valida/inhiba modulatorul, în funcție de starea semnalului RTS, prin validarea/inhibarea divizorului comandat.
- semnalul FSK generat are lobul spectral principal plasat în jurul lui f_c , și spectre simulare centrate pe $16f_c$ și armonicile acesteia; aceasta deoarece sinusoida are perioada egală cu T_i și este generată în 16 trepte.
- valorile componentelor spectrale plasate în afara spectrului dorit sunt mici, conținând o parte neglijabilă a puterii semnalului modulat, iar filtrarea lor nu va produce distorsiuni armonice semnificative; datorită poziționării lor la o “distanță” mare față de spectrul dorit, filtrarea poate fi realizată cu un filtru TB simplu.
- distorsiunea telegrafică, vezi paragraful următor, a semnalului modulat obținut cu această metodă este mai mică decât cea a semnalelor modulate generate cu modatoare analogice, dacă se utilizează același tip de demodulator.

Filtrarea semnalelor FSK și efectele acesteia asupra semnalelor modulate

- pentru a încadra spectrul infinit al semnalului FSK în banda limitată a canalului acesta trebuie filtrat
- banda de frecvență care trebuie păstrată din spectrul semnalului modulat, fără a-i afecta semnificativ calitatea, este dată de (19)
- îndeplinirea condiției (19) este echivalentă cu reținerea componentelor cu indicii $-1, 0, 1$ din semnalul modulat (11) (pentru o secvență modulatorie 1:1);
- știind că $C_{-1} = -C_1$, (15), și neglijând faza fixă α , semnalul FSK filtrat are expresia:

$$s_{f-FSK}(t) = C_0 \cos(\omega t) + C_{-1} \cos[(\omega_c - \Omega)t] + C_1 \cos[(\omega_c + \Omega)t] = R(t) \cos[\varphi_r(t)] \quad (40)$$

$$R(t) = \sqrt{C_0^2 + 4C_1^2 \sin^2(\Omega t)}; \quad (41)$$

$$\varphi_r(t) = \omega t + \arctg \left[\frac{2C_1}{C_0} \sin(\Omega t) \right];$$

- (41) arată că faza instantanee φ_r a semnalului filtrat variază în jurul fazei liniare a frecvenței centrale cu frecvența Nyquist, jumătate din frecvența fundamentală a semnalului modulator.
- derivând faza instantanee a semnalului modulat în raport cu timpul, obținem expresia pulsației instantanee:

$$\omega_{in}(t) = \frac{d\varphi_r(t)}{dt} = \omega_c + \frac{2C_1C_0\Omega \cos(\Omega t)}{C_0^2 + 4C_1^2 \sin^2(\Omega t)}; \quad (42)$$

- pulsația instantanee variază continuu în timp și ia valoarea $\omega_{in} = \omega_c$ la mijlocul perioadei de bit; variația frecvenței instantanee nu mai este discretă, ca și în cazul semnalului modulat nefiltrat.
- deviația maximă a pulsației în jurul pulsației centrale este egală cu $(2C_1/C_0) \cdot \Omega \approx 0.46\omega_{bit}$, și apare la începutul fiecărei perioade de bit, $t = k \cdot T_s$.
- deoarece această expresie este obținută pentru secvența modulatoră 1:1, atunci Ω este fundamentală semnalului modulator, privit ca un semnal rectangular periodic de perioadă $2T_s$.
- în concluzie, semnalul FSK filtrat este similar cu un semnal MF modulat cu fundamentală semnalului de date, adică *deviația frecvenței instantanee a FSK filtrat în jurul frecvenței centrale este aproximativ proporțională cu nivelul fundamentalei semnalului de date modulator.*

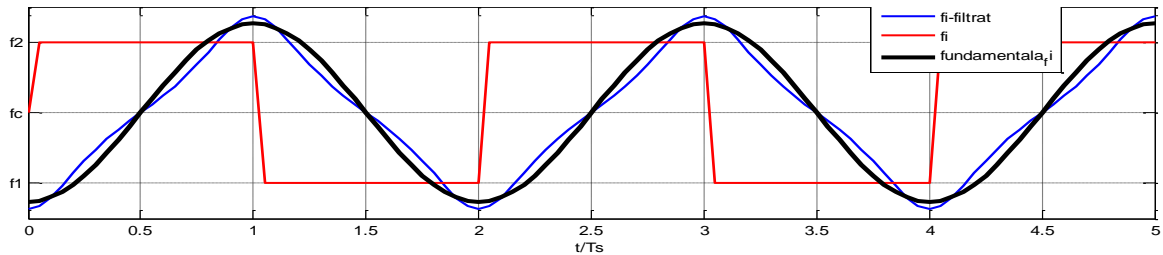


Figura 13 Variația frecvenței instantanee înainte și după filtrare, respectiv fundamentală semnalului modulator

- relația (41) mai arată că semnalul FSK filtrat este modulat în amplitudine; anvelopa sa variază în ritmul fundamentalei semnalului modulator, după cum arată expresia anvelopei din (41):

$$R(t) = \sqrt{C_0^2 + 4C_1^2 \sin^2(\Omega t)} = \sqrt{C_0^2 + 2C_1^2 - 2C_1^2 \cos(2\Omega t)} = \sqrt{C_0^2 + 2C_1^2 - 2C_1^2 \cos(\omega t)} \quad (43)$$

- anvelopa post-filtrare are maximele la mijloacele perioadelor de bit și minimele la marginile lor.

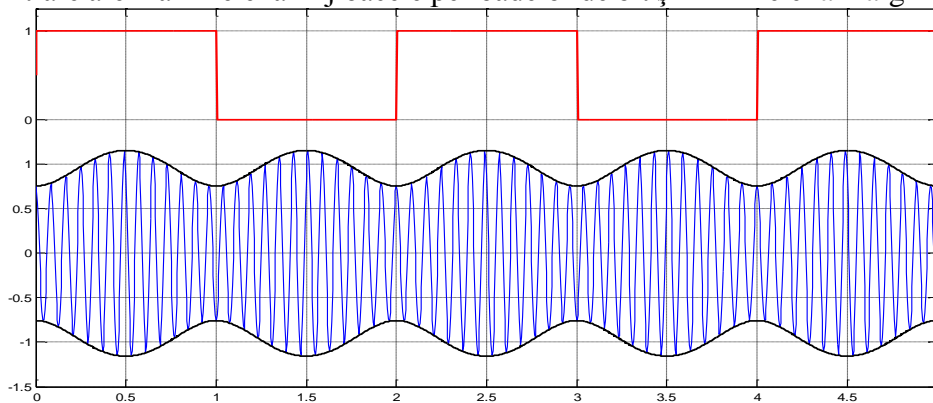


Figura 14 Variația amplitudinii semnalului filtrat

- rezumând, efectele filtrării semnalelor FSK sunt:
 - variația continuă a fazei instantanee a semnalului FSK filtrat;
 - variația continuă a frecvenței instantanee a semnalului FSK filtrat; aceasta își atinge valorile extreme la marginile perioadelor de bit;
 - deviația frecvenței instantanee în jurul frecvenței centrale este aproximativ proporțională cu nivelul fundamentalei semnalului de modulator de date;
 - apariția unei modulații “parazite” de amplitudine, proporțională cu frecvența de bit, care are minime la marginile perioadelor de bit și maxime la mijloacele acestora;
- o altă consecință a atenuării unor componente spectrale ale semnalului FSK este apariția distorsiunii telegrafice;
- aceasta constă în variația duratelor biților de date demodulați, în jurul valorii nominale T_s , vezi Figura 15.

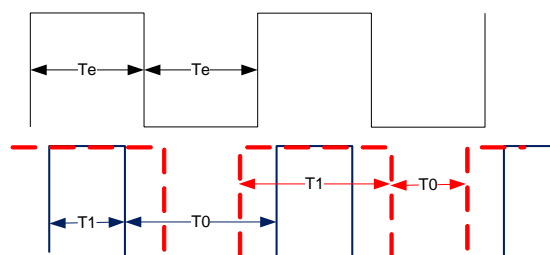


Figura 15 Reprezentarea schematică a distorsiunii telegrafice

- notând cu ΔT_s variația maximă a duratei bitului și cu $\Delta\omega$ lărgimea de bandă a filtrului de intrare în receptor, distorsiunea telegrafică e definită de (44), iar valoarea ei aproximativă se poate calcula cu (45);

$$\delta[\%] = \frac{2|\Delta T_s|}{T_s} \quad (44)$$

$$\delta[\%] = \frac{\pi - 2 \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot T_s\right)}{\frac{\Delta\omega}{2} \cdot T_s - \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot T_s\right)} \quad (45)$$

- considerând lărgimea de bandă dată de (19), această distorsiune este $\delta \approx 1\%$. Măsurarea distorsiunii telegrafice se face cu o secvență de date de tip „1010...”.
- această valoare este una ideală; valoarea reală depinde atât de distorsiunile armonice inserate de procesul de modulare, cât și de metoda de demodulare folosită.
- distorsiunea telegrafică nu trebuie confundată cu *jitter*-ul; ea este generată prelucrările semnalului în modulator și demodulator, pe când jitterul este generat de distorsiunile din canal și sistemul de sincronizare a tactului.