

Modulații Liniare (ML)

Scopul Aplicației

- Aplicația propune studiul modulațiilor liniare. Se vor prezenta proprietățile spectrale ale semnalelor modulate cu diferite tipuri de modulații liniare.
- Un alt scop urmărit este prezentarea metodelor prin care se pot obține aceste semnale modulate.

Considerente Teoretice

- informația utilă este conținută în amplitudinea semnalului purtător modulat:

$$s_{LM} = A(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t) \quad (1)$$

- semnalul modulator $g(t)$ poate fi descris cu relația (2), unde g_c este componenta continuă, g_M este amplitudinea componentei variabile, iar funcția $f(t)$ descrie variația în timp (forma) a semnalului modulator:

$$g(t) = g_c + g_M \cdot f(t); \quad f(t) \in [-1; 1] \quad (2)$$

- de obicei constantele g_c și g_M nu transportă informație utilă.

- pentru diferitele tipuri de modulații liniare constantele g_c și g_M trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- Bandă laterală dublă cu purtătoare (BLD-P) (Double SideBand with Carrier DSB-C)

$$\begin{cases} g_c > 0 \\ g_c \geq g_M \end{cases} \quad (3)$$

- Bandă laterală dublă cu purtătoare suprimată (BLD-PS) (Double SideBand and Suppressed Carrier DSB-C), și modulațiile cu bandă laterală unică (BLU) (Single SideBand SSB):

$$\text{preferabil } g_c = 0 \quad (4)$$

- semnalul purtător are următoarea formă:

$$s_c(t) = V_0 \cdot \cos(\omega_c t); \quad (5)$$

Modulația în amplitudine (MA)

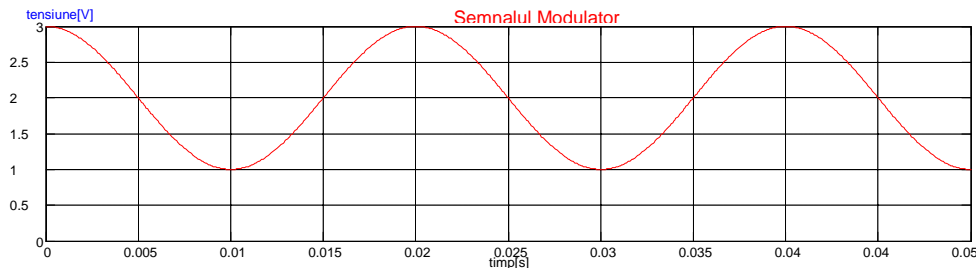
- expresia semnalului modulat ML-BLD este:

$$s_{ML}(t) = \frac{g(t) \cdot V_0 \cos(\omega_c t)}{V_{ref}} \quad (6)$$

care poate fi particularizată pentru BLD-P sau MA folosind (3):

$$s_{AM} = \frac{V_0 \cdot g_c}{V_{ref}} [1 + m \cdot f(t)] \cos(\omega_c t); \quad (7)$$

$$m = \frac{g_M}{g_c} - \text{indice modulație};$$



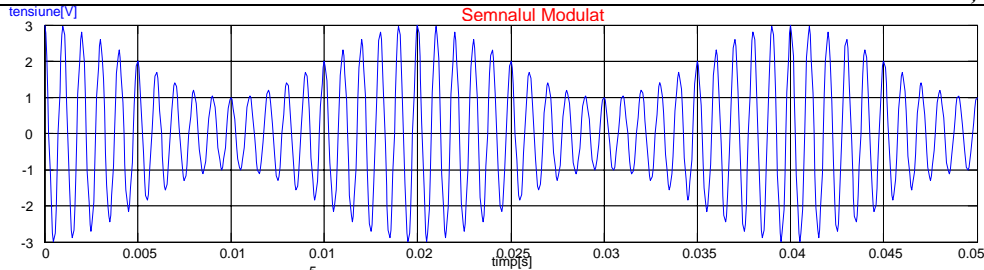


Fig. 1. Semnal modulat în amplitudine cu semnal modulator cosinusoidal

- pentru $V_0 = V_{ref}$, puterea medie a semnalului MA este:

$$P = \frac{g_c^2}{2} + \frac{g_c^2 m^2 \overline{f^2(t)}}{2} \tag{8}$$

- semnalul BLD-P este singurul semnal ML care are **anvelopa semnalului modulat direct proporțională** cu nivelul semnalului modulator, ceea ce permite o demodulare mai simplă.

Ex. Considerând semnalul

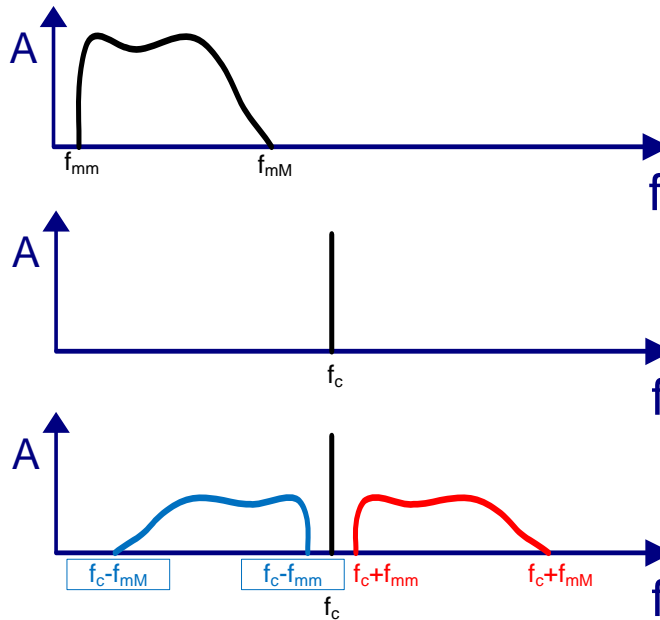
$$g(t) = \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \tag{9}$$

după modulare obținem:

$$\begin{aligned} s_{DSB-C} &= V_0 (g_c + g(t)) \cos(2\pi f_c t) = \\ &= V_0 \left[g_c + \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \right] \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \tag{10}$$

Ținând cont că $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2} \cos(a+b) + \frac{1}{2} \cos(b-a)$ obținem

$$s_{DSB-C} = g_c V_0 \cos(2\pi f_c t) + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c + f_k) \cdot t] + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c - f_k) \cdot t] \tag{11}$$



Spectrul semnalului MA

Modulația Liniară cu bandă laterală dublă și purtătoare suprimată – BLD-PS (DSB-SC)

-expresia BLD-PS se obține din (4) și (6):

$$s_{BLD-PS} = \frac{V_0}{V_{ref}} \cdot g_M \cdot f(t) \cdot \cos(\omega_c t); \quad pt. \quad V_0 = V_{ref} \Rightarrow s_{BLD-PS} = g_M \cdot f(t) \cdot \cos(\omega_c t); \tag{12}$$

$$P = \frac{g_M^2 \cdot \tilde{f}^2(t)}{2}; \tag{13}$$

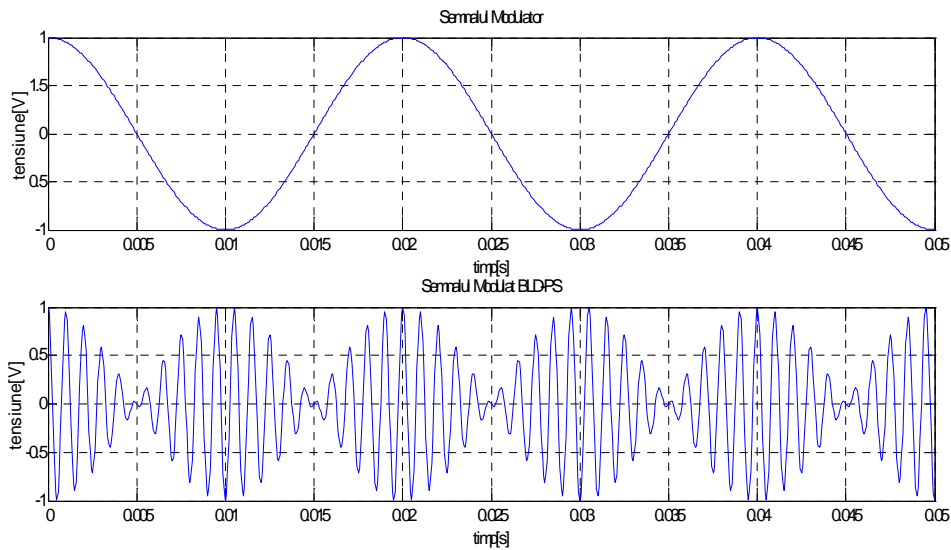


Fig. 2. Semnal modulat BLD-PS cu semnal modulator cosinusoidal

– nu se inserează *componentă continuă* (c.c.) la semnalul modulator

Ex.

Considerând semnalul

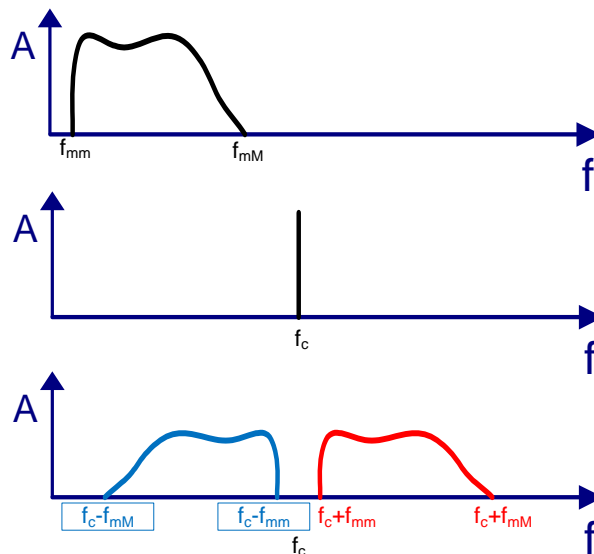
$$g(t) = \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \tag{14}$$

după modulare obținem:

$$\begin{aligned} s_{DSB} &= V_0 g(t) \cos(2\pi f_c t) = \\ &= V_0 \left[\sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \right] \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \tag{15}$$

Ținând cont că $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(b-a)$ obținem

$$s_{DSB-SC} = \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c + f_k) \cdot t] + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c - f_k) \cdot t] \tag{16}$$



Modulație de amplitudine în quadratură – MAQ (QAM)

- eficiența a modulațiilor BLD este scăzută, deoarece pentru transmisia unui semnal modulator cu o lărgime de bandă LB, semnalul modulat ocupă o bandă cu lărgime 2LB
- prin utilizarea modulației MAQ se poate utiliza mai eficient banda disponibilă, prin transmiterea a două semnale independente în același bandă de frecvență pe două purtătoare ortogonale
- ortogonalitatea purtătoarelor permite separarea celor două semnale la recepție.
- prin definiție două funcții reale $f(x)$ și $g(x)$ sunt ortogonale dacă:

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{daca } f(x) \neq g(x) \\ ct. \text{daca } f(x) = g(x) \end{cases} \quad (17)$$

- cu ușurință se poate arăta că semnalele $s_I(t) = V_0 \cos(\omega_c \cdot t)$ și $s_Q(t) = V_0 \sin(\omega_c \cdot t)$ verifică condiția (17)
- presupunând că semnale $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ sunt două semnale reale cu lărgime de bandă limitată, expresia semnalului MAQ modulat pe purtătoarele ortogonale $s_I(t)$ și $s_Q(t)$ este :

$$s_{MAQ}(t) = \frac{g_I(t) \cdot s_I(t)}{V_{ref-I}} - \frac{g_Q(t) \cdot s_Q(t)}{V_{ref-Q}} \quad (18)$$

Impunând următoarele condiții (pentru simplificarea relațiilor):

$$V_{ref-I} = V_{ref-Q} = V_0 \quad (19)$$

Expresia semnalului MAQ devine:

$$s_{MAQ}(t) = g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \sin(\omega_c t) \quad (20)$$

-schema bloc a modulatorului MAQ este:

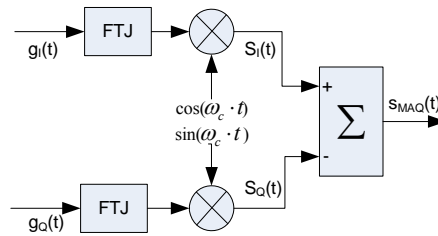


Fig. 3. Modulator QAM

- practic modulația MAQ este o sumă de două semnale BLD-PS, astfel dacă cele două semnale modulatorie $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ au același bandă de frecvență atunci și semnalele modulate $S_I(t)$ și $S_Q(t)$ vor ocupa același bandă de frecvență.
- presupunând ca semnalele modulatorie $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ au componente spectrale nenule în intervalul $(0; f_{mM}]$ banda de frecvență ocupată de semnalul MAQ va fi:

$$\begin{aligned} BF_{MAQ} &= [f_c - f_{mM}; f_c + f_{mM}] \\ LB_{MAQ} &= 2 \cdot f_{mM} \end{aligned} \quad (21)$$

- filtrul trece jos din schema modulatorului asigură ca spectrul de frecvență ale semnalelor modulatorie să fie limitat superior .

Modulația cu bandă laterală unică – BLU (SSB)

- toată informația semnalului modulat BLD-PS este conținută într-o singură bandă laterală
- BLD-PS utilizează redundant a doua bandă laterală în care transmite jumătate din putere
- se transmite o singură bandă laterală, pentru reducerea benzii de frecvență ocupate și a puterii transmise

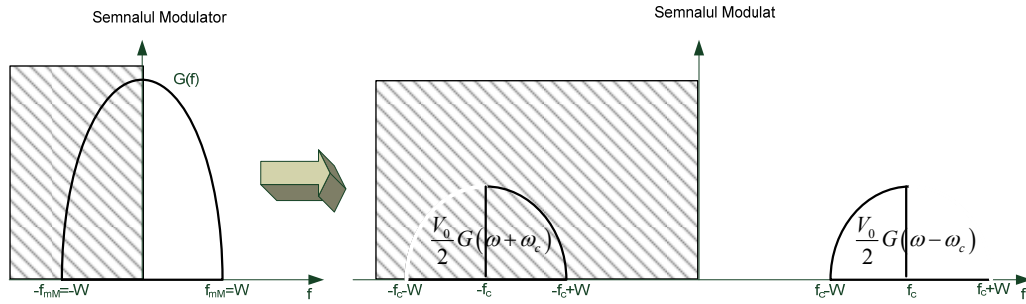


Fig. 4. BLU-inf

- semnalul BLU poate fi obținut prin două metode:
 - a. prin filtrarea semnalului BLD-PS – se poate utiliza numai pt. anumite semnale modulatoroare;
 - b. prin defazarea semnalului modulator
- a. metoda filtrării: semnalul BLD-PS este filtrat TB, atenuându-se banda laterală nedorită
- BF și LB ale BLU sunt:

$$BF \in \begin{cases} [f_c - f_{mM}; f_c] & - BLU \text{ inf.} \\ [f_c; f_c + f_{mM}] & - BLU \text{ sup.} \end{cases} \quad (22)$$

$$LB = f_{mM}$$

BLU prin defazarea semnalului modulator

- folosește transformata Hilbert a semnalului modulator
- transformata Hilbert – funcția de transfer:

$$H(\omega) = \begin{cases} j & \omega < \omega_c \\ 0 & \omega = \omega_c; j \text{ indica un defazaj de } \pi/2; |H(\omega)| = 1 \\ -j & \omega > \omega_c \end{cases} \quad (23)$$

- expresia semnalului BLU este:

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2} g(t) \cos \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{g}(t) \sin \omega_c t; \quad - \text{ pt. BL sup}; + \text{ pt. BL inf}; \quad (24)$$

- schema bloc a generării BLU cu această metodă implementează relația (24):

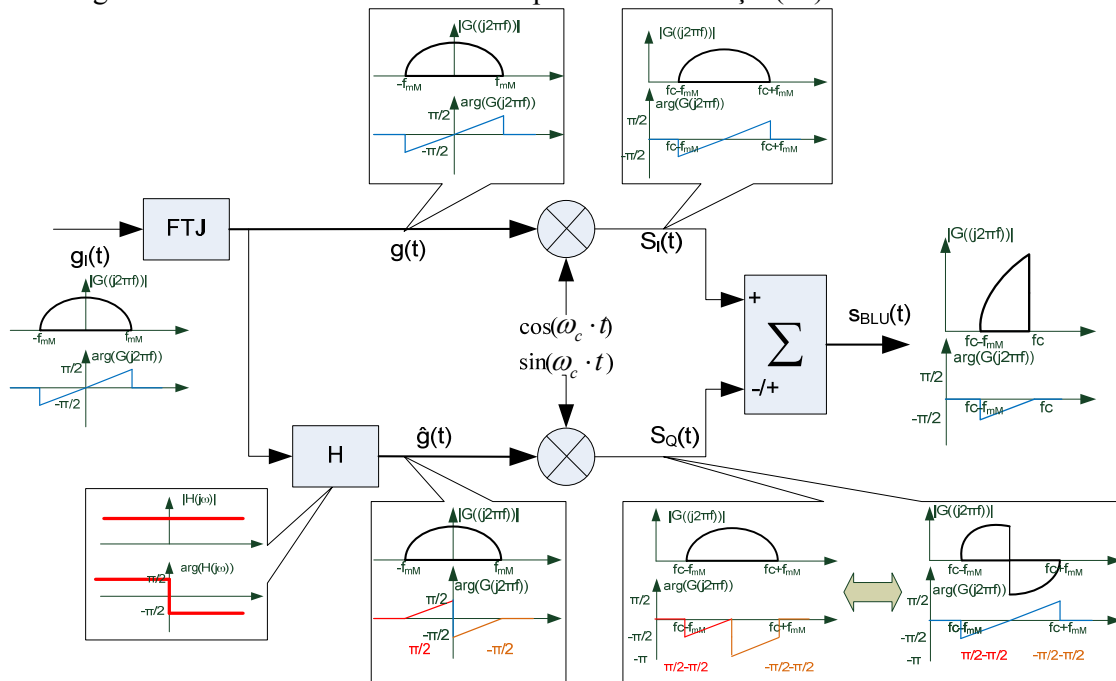


Fig. 5. Exemplificarea generării semnalului BLU cu metoda QAM si filtrare Hilbert

- pentru o implementare cât mai riguroasă, semnalul modulator NU trebuie să conțină componentă continuă și amplitudinea componentelor de joasă frecvență trebuie să fie redusă

Expresia generală a semnalelor modulate LM:

$$s_{LM}(t) = \frac{\alpha}{2} g(t) \cdot \cos(\omega_c t) \mp \frac{1}{2} g_q(t) \cdot \sin(\omega_c t); \tag{25}$$

Cazuri particulare:

$$\begin{cases} \alpha = 2 & g_q(t) = 0 & \Rightarrow BLD; \rightarrow g(t) = \begin{cases} g_c + g_m \cdot f(t) & \Rightarrow BLD + P \\ g_m \cdot f(t) & \Rightarrow BLD - PS \end{cases} \\ \alpha = 1 & g_q(t) = H(g(t)) = \hat{g}(t) & \Rightarrow BLU; \end{cases} \tag{26}$$

- expresia folosește Modulația de Amplitudine în Quadratură – MAQ (QAM)

Metode de producere a modulațiilor ML

a. modulator ML cu multiplicator analogic

- nu sunt disponibile multiplicatoare analogice la frecvențe foarte mari

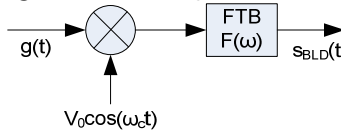


Fig. 6. Modulator BLD cu multiplicator analogic.

b. modatoare cu choppere

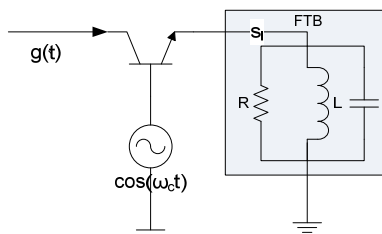


Fig. 7. Modulator BLD cu chopper neechilibrat

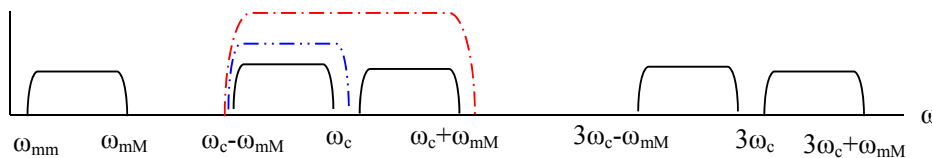
- semnalul modulator este choppat cu funcția de întrerupere având frecvența f_c :

$$f_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{daca } V_0 \cos \omega_c t > 0; \\ 0 & \text{daca } V_0 \cos \omega_c t \leq 0; \end{cases} \quad f_i(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \tag{27}$$

- înmulțirea semnalului f_i cu semnalul modulator $g(t)$ se realizează cu ajutorul unui tranzistor (vezi schema de pe tablă):

$$s_x(t) = \frac{g(t)}{2} + \frac{2g(t)}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2g(t)}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \tag{28}$$

- prin filtrarea TB cu $F(\omega)$ se selectează doar banda de frecvență dorită:



- condiții pentru a face filtrarea posibilă:

$$\left. \begin{aligned} \omega_c - \omega_{mM} &> \omega_{mM} \\ 3\omega_c - \omega_{mM} &> \omega_c + \omega_{mM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_c > 2\omega_{mM} \quad (29)$$

- această variantă reprezintă chopperul neechilibrat care produce semnalul modulat pe o purtătoare sinusoidală
- produce și semnalul în banda de bază

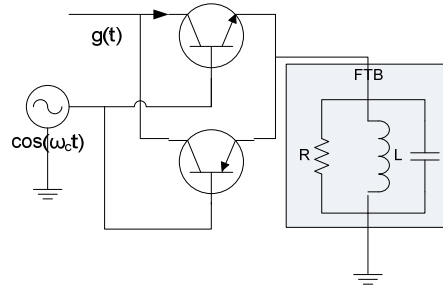


Fig. 8. Modulator BLD cu chopper echilibrat

- chopperul echilibrat efectuează înmulțirea cu funcția de comutație $f_s(t)$:

$$f_s(t) = 2f_i(t) - 1; \Leftrightarrow f_s(t) = \begin{cases} 1 & \text{daca } V_0 \cos(\omega_c t) > 0; \\ -1 & \text{daca } V_0 \cos(\omega_c t) \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow f_s(t) = \frac{4}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{4}{2\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \quad (30)$$

- acest chopper este implementat cu două tranzistoare complementare
- el nu generează semnalul în banda de bază, iar amplitudinea semnalului modulat este dublă
- condiții pentru a face filtrarea posibilă:

$$\left. \begin{aligned} \omega_c - \omega_{mM} &> 0 \\ 3\omega_c - \omega_{mM} &> \omega_c + \omega_{mM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_c > \omega_{mM} \quad (31)$$