

## Modulații Liniare (ML)

### Demodularea semnalelor ML

#### Scopul Aplicației

Aplicația propune studiul tehnicilor de demodulare ale modulațiilor liniare. Se vor prezenta principalele tipuri de demodulatoare ML respectiv utilizarea acestora în cazul diferitelor tipuri de semnalelor modulate cu modulații liniare.

Un alt scop urmărit este evaluarea performanțelor asigurate de modulații liniare în prezența zgomotului.

#### Considerente Teoretice

##### 1. Demodularea necoerentă semnalului MA (BLD+P)

$$s_{AM}(t) = \frac{V_0 \cdot g_c}{V_{ref}} \left[ 1 + \frac{g_M \cdot f(t)}{g_c} \right] \cos(\omega_c t) = g_c [1 + m \cdot f(t)] \cos(\omega_c t); \quad pt. V_0 = V_{ref}; \quad (1)$$

- demodularea este realizată cu un detector de anvelopă urmat de eliminarea componentei continue (FTS)

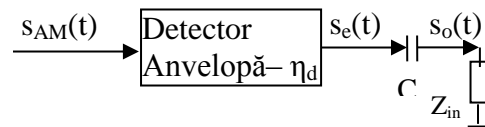


Fig. 1. Demodulator MA cu detector de anvelopă

- detectorul de anvelopă extrage un semnal proporțional cu variația de amplitudine (adică anvelopa) a semnalului de la intrare:

$$s_e(t) = g_c \cdot \eta_e [1 + m \cdot f(t)] = g_c \cdot \eta_e + g_c \cdot \eta_e \cdot m \cdot f(t) \quad (2)$$

- după filtrarea TS, adică după eliminarea c.c. (de către condensatorul C și  $Z_{in}$ ), semnalul demodulat este:

$$s_o(t) = g_c \cdot \eta_e \cdot m \cdot f(t) = A \cdot f(t) \quad (3)$$

- filtrarea TS poate atenua componentele de foarte joasă frecvență ale semnalului demodulat

- demodularea este foarte simplă

- este o demodulare necoerentă, deoarece nu utilizează nici un semnal auxiliar, care ar trebui sincronizat, ci numai semnalul modulat recepționat

#### Detector de anvelopă

- sarcina detectorului de anvelopă este de a extrage semnalul în banda de bază “conținut” în anvelopa semnalului modulat

- sarcina este îndeplinită în doi pași: o procesare neliniară, în acest caz o redresare monoalternanță sau una bialternanță, urmată de o filtrare TJ

#### Detectorul prin mediere

- de obicei se folosește o redresare monoalternanță a semnalului de intrare, efectuată de o diodă, urmată de o filtrare TJ.

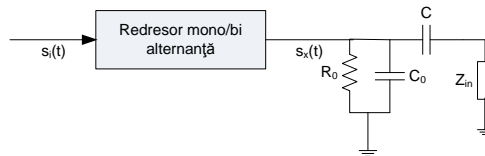


Fig. 2. Demodulator MA cu redresor

- deoarece dioda este comandată de amplitudinea semnalului de intrare, dioda ideală va acționa ca un întrerupător; pentru o diodă ideală!, se obține (4) deoarece dioda se deschide cu frecvența semnalului purtător:

$$f_i(s_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{daca } s_i(t) > 0; \\ 0 & \text{daca } s_i(t) \leq 0; \end{cases} \quad f_i(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \quad (4)$$

- semnalul de ieșire este produsul dintre semnalul de intrare și funcția de întrerupere (comandată de semnalul de intrare), adică relația:

$$\begin{aligned}
 s_r(t) &= s_i(t) \cdot f(s_i(t)) = A(t) \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2}{3\pi} \sin[3(\omega_c t - \Theta(t))] \dots \right\} = \\
 &= \frac{A(t)}{2} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2A(t)}{\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \sin(\omega_c t - \Theta(t)) + \frac{2A(t)}{3\pi} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) \cdot \sin[3(\omega_c t - \Theta(t))] \dots \\
 &= \frac{2A(t)}{2\pi} + \frac{A(t)}{2} \sin(\omega_c t - \Theta(t)) - \frac{A(t)}{4\pi} \cos[2(\omega_c t - \Theta(t))] + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

- dacă spectrele primilor doi termeni din (5) sunt separabile, adică:

$$f_{mM} < f_c - f_{mM} \Leftrightarrow 2 \cdot f_{mM} < f_c \tag{6}$$

filtrarea TJ va extrage numai semnalul în banda de bază.

- așa cum rezultă din (5), redresarea monoalternanță, datorită neliniarității sale, generează mai multe spectre care conțin semnalul modulator, din care unul este în banda de bază a semnalului modulator, iar celelalte sunt axate pe armonicile semnalului purtător.

### 2. Demodularea coerentă a semnalelor ML

- expresia generală a semnalelor ML (7), nu permite demodularea lor printr-o simplă detecție de anvelopă, ci impune utilizarea unor metode mai complicate

$$s_{LM}(t) = \frac{\alpha}{2} g(t) \cos(\omega_c t) \mp \frac{1}{2} g_q(t) \sin(\omega_c t); \tag{7}$$

#### Demodularea coerentă de produs (cu multiplicator)

- constă în înmulțirea semnalului modulat recepționat cu purtătorul local recuperat urmată de o filtrare TJ (cu frecvența de tăiere  $f_t > f_{mM}$ ) și suprimarea c.c. (condensator C)

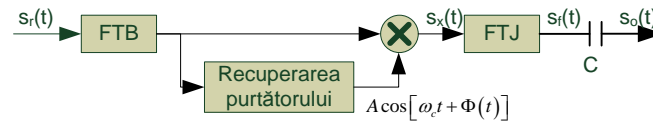


Fig. 3. Demodulator ML coerent

- principiul demodulării coerente e descris de ecuația:

$$\begin{aligned}
 s_x(t) &= \left( \frac{\alpha \cdot g(t)}{2} \cos(\omega_c t) \mp \frac{g_q(t)}{2} \sin(\omega_c t) \right) \cdot \frac{A_0 \cos(\omega_c t + \Phi(t))}{V_{ref}} = \\
 &= \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g(t)}{4V_{ref}} [\cos(\Phi(t)) + \cos(2\omega_c t + \Phi(t))] \mp \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g_q(t)}{4V_{ref}} [-\sin(\Phi(t)) + \sin(2\omega_c t + \Phi(t))]
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

- înmulțirea “împarte” spectrul semnalului modulat, axat pe  $f_c$ , în două spectre, vezi Fig. 4.

- unul în banda de bază, limitat de  $f_{mM}$ , primul termen în ambele paranteze drepte;
- altul plasat în jurul frecvenței  $2f_c$ , care are aceeași LB ca și semnalul modulat.

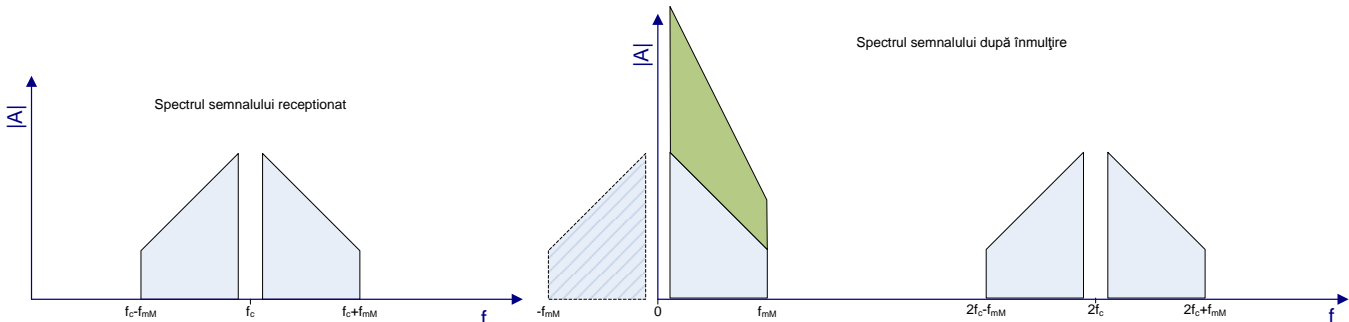


Fig. 4. Spectrul semnalului recepționat, și spectrul semnalului după înmulțirea cu purtătorul local

- dacă se impune ca:

$$\omega_{mM} < 2 \cdot \omega_c - \omega_{mM} \Leftrightarrow \omega_{mM} < \omega_c \tag{9}$$

spectrul plasat în jurul frecvenței  $2f_c$  poate fi eliminat din semnalul  $s_x(t)$ , de către filtrarea TJ.

- semnalul filtrat  $s_f(t)$  este:

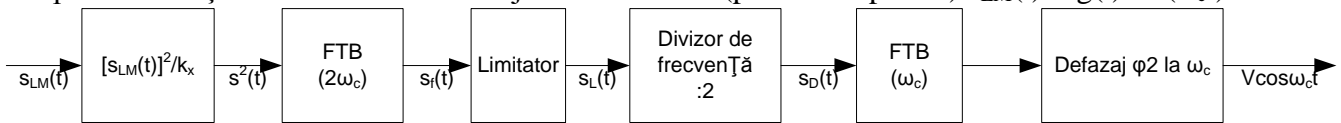
$$s_f(t) = \frac{A_0 \alpha g(t)}{4V_{ref}} \cdot \cos(\Phi(t)) \mp \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g_q(t)}{4V_{ref}} (-\sin(\Phi(t))); \Rightarrow s_f(t) = \frac{A_0 \cdot \alpha \cdot g(t)}{4V_{ref}} \quad \text{pt. } \Phi(t) \rightarrow 0 \quad (10)$$

**Metode de recuperare a purtătorului local**

- purtătorul generat local trebuie să aibă faza egală cu cea a semnalului modulat recepționat pentru ca demodularea să livreze un semnal nedistorsionat (cu excepția semnalelor MA)
- considerând  $\omega_l(t) = \omega_c \cdot t + \Delta\omega \cdot t + \Phi_0 = \omega_c \cdot t + \Phi(t)$  pentru o demodulare corectă trebuie ca  $\Phi(t) \rightarrow 0$ .
- această operație numită “recuperarea purtătorului” generează referința de fază pentru operația de sincronizare, care implică o sincronizare inițială, pentru a compensa defazajul inițial  $\Phi_0$ , și o sincronizare dinamică pentru a compensa  $\Delta\omega t$ .
- metodele de recuperare a purtătorului se împart în: metode care folosesc numai semnalul modulat recepționat și metode care folosesc semnale pilot suplimentare.

**Metoda pătratică de recuperare a purtătorului**

- folosește numai semnalul recepționat modulat;
- principiul de funcționare este descris mai jos considerând (pentru simplitate)  $s_{LM}(t) = g(t)\cos(\omega_c t)$



**Fig. 5. Recuperarea purtătorului cu metoda ridicării la pătrat**

$$s^2(t) = \frac{g^2(t)}{2K_x} + \frac{g^2(t)}{2K_x} \cos(2\omega_c t); \quad (11)$$

$$s_f(t) = \frac{g^2(t)}{2K_x} \cos(2\omega_c t) \quad (12)$$

- după filtrarea TB de bandă îngustă semnalul este transformat într-unul rectangular de către un amplificator-limitator

$$s_L(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[2(2k-1)\omega_c t]}{2k-1} \quad (13)$$

- acesta, fiind privit ca un semnal digital divizat la 2 în frecvență:

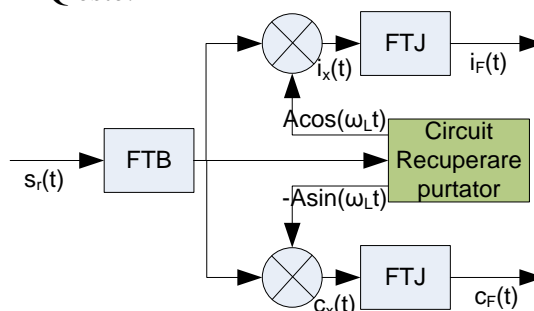
$$s_D(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[(2k-1)\omega_c t]}{2k-1} \quad (14)$$

- o a doua filtrare TB de bandă îngustă, axată pe  $\omega_c$ , reține doar primul termen al sumei (14), furnizând purtătorul sinusoidal recuperat,  $4V[\sin(\omega_c t)]/\pi$ .

- lanțul de prelucrare descris introduce un defazaj constant  $\phi_1$  al purtătorului obținut, față de semnalul recepționat. Circuitul de defazare de la ieșire introduce un defazaj  $\phi_2 = \pi/2 - \phi_1$ , pentru a obține semnalul purtător recuperat ( $\cos(\omega_c t)$ ).

**Demodularea semnalelor MAQ**

- demodularea semnalelor MAQ se bazează pe faptul că cele două semnale purtătoare sunt ortogonale (vezi relația (7))
- schema bloc a demodulatorului MAQ este:



**Fig. 6. Demodulator QAM**

Presupunând că semnalul este recepționat filtrat TB are expresia (canal ideal):

$$s_{rf}(t) = g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (15)$$

-purătoarele locale au forma:

$$s_{IL}(t) = A \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \quad (16)$$

$$s_{QL}(t) = -A \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)$$

-semnalul demodulat pe ramura în fază ( $i_x(t)$ ) va avea expresia:

$$\begin{aligned} i_x(t) &= \frac{s_{rf}(t)}{V_{ref-I}} \cdot s_{IL}(t) = \frac{g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t)}{V_{ref-I}} A \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) = \\ &= \frac{A}{V_{ref-I}} \left[ g_I(t) \cos(\omega_c t) \cdot \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] - \frac{A}{V_{ref-I}} \left[ g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

ținând cont că  $\cos(a) \cdot \cos(b) = 0.5 [\cos(a+b) + \cos(b-a)]$  și  $\sin(a) \cdot \cos(b) = 0.5 [\sin(b-a) + \sin(b+a)]$ , relația (17) devine:

$$\begin{aligned} i_x(t) &= \frac{A}{V_{ref-I}} \left\{ g_I(t) \cdot \left[ \frac{\cos(\Delta\omega t + \Phi) + \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} - \\ &\quad - \frac{A}{V_{ref-I}} \left\{ g_Q(t) \cdot \left[ \frac{\sin(\Delta\omega t + \Phi) + \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} = \\ &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} \left[ g_I(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) - g_Q(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) \right] + \\ &\quad + \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} \left[ g_I(t) \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) - g_Q(t) \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

-similar, pe ramura în quadratură, semnalul după înmulțirea cu purtătorul local ( $c_x(t)$ ) va fi:

$$\begin{aligned} c_x(t) &= \frac{s_{rf}(t)}{V_{ref-Q}} \cdot s_{QL}(t) = \frac{g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t)}{V_{ref-Q}} \cdot (-A \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)) = \\ &= \frac{A}{V_{ref-Q}} \left[ -g_I(t) \cos(\omega_c t) \cdot \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] - \frac{A}{V_{ref-Q}} \left[ -g_Q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot \sin((\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] = \\ &= \frac{A}{V_{ref-Q}} \left\{ -g_I(t) \cdot \left[ \frac{\sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) + \sin(\Delta\omega t + \Phi)}{2} \right] - g_Q(t) \cdot \left[ \frac{\cos(\Delta\omega t + \Phi) - \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi)}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

După rearanjare obținem:

$$\begin{aligned} c_x(t) &= \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} \left[ -g_I(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) + g_Q(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) \right] + \\ &\quad + \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} \left[ -g_I(t) \sin((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) - g_Q(t) \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Phi) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Aceste semnale sunt aplicate la intrarea filtrelor TJ. Aceste filtre au rolul de a elimina componentele spectrale axate pe frecvența  $2f_c$ . La ieșirea filtrelor se obțin următoarele semnale:

$$i_F(t) = \frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} \left[ g_I(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) - g_Q(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) \right] \quad (21)$$

$$c_F(t) = \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} \left[ -g_I(t) \sin(\Delta\omega t + \Phi) + g_Q(t) \cos(\Delta\omega t + \Phi) \right]$$

Alegând amplitudinea semnalului purtător local, respectiv valoarea tensiunii de referință astfel încât:

$$\frac{A}{2 \cdot V_{ref-I}} = \frac{A}{2 \cdot V_{ref-Q}} = 1 \quad (22)$$

și impunând o recuperare perfectă a purtătorului local, adică

$$\begin{cases} \Delta \omega = 0 \\ \Phi = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Semnalele la ieșirea filtrelor TJ vor fi (înlocuind (22) și (23) în (21)):

$$\begin{aligned} i_F(t) &= g_I(t) \cos(0) - g_Q(t) \sin(0) = g_I(t) \\ c_F(t) &= -g_I(t) \sin(0) + g_Q(t) \cos(0) = g_Q(t) \end{aligned} \quad (24)$$

*Efectele recuperării incorecte a purtătoarelor locale*

**a.** purtătoarele locale au aceleași frecvență ca cele recepționate dar sunt defazate cu un defazaj constant, adică:

$$\begin{cases} \Delta \omega = 0 \\ \Phi = ct. \end{cases} \quad (25)$$

Semnalele la ieșirea filtrelor vor avea forma (înlocuind (22) și (25) în (21)):

$$\begin{aligned} i_F(t) &= g_I(t) \cos(\Phi) - g_Q(t) \sin(\Phi) \\ c_F(t) &= -g_I(t) \sin(\Phi) + g_Q(t) \cos(\Phi) \end{aligned} \quad (26)$$

Deoarece defazajul  $\Phi$  este constant, și funcțiile  $\cos(\Phi)$  și  $\sin(\Phi)$  vor avea valori constante, deci semnalul demodulat pe una dintre cele două ramuri va consta din semnalul transmis pe ramura respectivă sumat ponderat cu semnalul transmis pe cealaltă ramură – acest fenomen se numește *interferență interpurtătoare*

**b.** frecvența purtătoarelor locale diferă de frecvența purtătoarelor recepționate

-în acest caz semnalele demodulate vor avea forma descrisă de (21), adică semnalele demodulate nu mai sunt proporționale cu semnalele transmise pe cele două ramuri. (sunt înmulțite și adunate cu semnale variabile în timp) – rezultă că, ca la orice demodulator coerent, pentru demodularea semnalelor MAQ purtătoarele locale trebuie să fie sinfazate (recuperate perfect) cu purtătoarele recepționate.

*obs.* Metoda de recuperare a purtătorului prin ridicare la pătrat nu se poate utiliza pentru semnalele modulate MAQ

### Temă

Semnalul recepționat aplicat pe intrarea unui demodulator ML coerent are următoarea expresie matematică:

$$s_r(t) = \frac{A}{2} \cos[(\omega_p + \omega_m)t] + \frac{A}{2} \cos[(\omega_p - \omega_m)t], \text{ iar purtătorul local este } s_p(t) = A \cos[(\omega_p + \Delta\omega)t].$$

- Ce fel de semnal modulat ML s-a recepționat?
- Dați schema bloc și ecuațiile de funcționare a demodulatorului de produs.
- Determinați expresia matematică a semnalului demodulat, dacă filtrul trece jos din componeta demodulatorului se consideră un filtru ideal cu frecvența de tăiere la  $f_p$
- Ce valoare trebuie să aibă  $\Delta\omega$  ca semnalul demodulat să nu fie distorsionat  
Dacă  $A=2$  calculați puterea semnalului recepționat.

### Referințe:

- [Ed.Nicolau] - Ed.Nicolau, coord. "Manualul Inginerului electronist. Radiotehnica vol.III", Ed. Tehnică, 1989  
 [Proakis1] - John G Proakis, Masoud Salehi, "Fundamentals Of Communication Systems" Prentice Hall 2004  
 [Lathi] – B.P. Lathi, "Modern Digital and Analog Communication Systems" Third Edition, Oxford University Press, 1998