

Moduații QAM (ASK+PSK)

Scopul Aplicației

Aplicația propune studiul tehnicilor de modulare și demodulare ale modulațiilor QAM, respectiv se va prezenta metode recuperare a purtătorului, și tactului de simbol.

Considerente Teoretice

Expresia semnalului modulat ASK+PSK

- A+PSK – modulație cu salt de amplitudine și fază, în care amplitudinea și faza semnalului purtător aparțin câte unui set finit de valori, A și Φ .

- valorile luate de cei doi parametri ai purtătorului rămân constante pe durata unei perioade de simbol T_s , fiind dictate de combinația de biți (multibit) modulator transmis în acea perioadă de simbol.

- expresia semnalului QAM este dată de relația (1), în care amplitudinea și variația de fază în cea de-a k -a perioadă de simbol au fost notate cu A_k și Φ_k , V_0 este amplitudinea semnalului purtător, iar V_r este tensiunea de referință a circuitului multiplicator.

$$s_{QAM}(t) = \frac{V_0}{V_r} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(\omega_p t + \Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s); \quad (1)$$

- semnalul ASK+PSK poate fi exprimat ca:

$$\begin{aligned} s_{QAM}(t) &= \frac{V_0}{V_r} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(\omega_p t + \Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) = \\ &= \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \cdot \cos(\omega_p t) - \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \sin(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \cdot \sin(\omega_p t) = \\ &= \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} I_k \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \cdot \cos(\omega_p t) - \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} Q_k \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \cdot \sin(\omega_p t) \end{aligned} \quad (2)$$

- semnalul (nefiltrat) pe durata unei perioade de simbol poate fi pus sub forma:

$$\begin{aligned} s_{MAQk}(t) &= \frac{\left[V_0 A_k \cos(\Phi_k) u_{T_s}(t - kT_s) \cos(\omega_p t) - V_0 A_k \sin(\Phi_k) u_{T_s}(t - kT_s) \sin(\omega_p t) \right]}{V_r} = \\ &= I_k \cos(\omega_p t) - Q_k \sin(\omega_p t) \end{aligned} \quad (3)$$

- pe baza relației (3) simbolurile din alfabetul canalului pot fi reprezentate în coordonatele carteziene I_k și Q_k , într-un sistem de axe ortogonale format de cele două semnale purtătoare, cosinus, considerat referință de fază și sinus, semnal în cuadratură.

- coordonatele I_k și Q_k nu sunt independente, ci satisfac relația:

$$A_k^2 = I_k^2 + Q_k^2 \quad (4)$$

- semnalele modulatorie ale modulației MAQ pot fi exprimate sub forma unui semnal complex:

$$\begin{aligned} c_k &= I_k + jQ_k = A_k \cos(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) + jA_k \sin(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) = \\ &= A_k (\cos(\Phi_k) + j \sin(\Phi_k)) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) = \\ &= A_k e^{j\Phi_k} \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \end{aligned} \quad (5)$$

- semnalul complex $c(t)$ descris de relația (6) se numește *semnalul complex modulat ASK+PSK în banda de bază*

$$c(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k e^{j\Phi_k} \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \quad (6)$$

- pe baza (5) relația (2) poate fi rescris ca:

$$\begin{aligned}
s_{QAM}(t) &= \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} I_k \right] \cdot \cos(\omega_p t) - \frac{V_0}{V_r} \left[\sum_{k=0}^{\infty} Q_k \right] \cdot \sin(\omega_p t) = \\
&= \Re e \left(\left[\sum_{k=0}^{\infty} (I_k + jQ_k) \right] \cdot \left[\frac{V_0}{V_r} \cos(\omega_p t) + j \frac{V_0}{V_r} \sin(\omega_p t) \right] \right) = \\
&= \Re e \left(\frac{V_0}{V_r} \sum_{k=0}^{\infty} (A_k e^{j\Phi_k} \cdot u_{T_s}(t - kT_s)) \cdot e^{j\omega_p t} \right)
\end{aligned} \tag{7}$$

- în relația (7) semnalul complex $V_0 e^{j\omega_p t}$ se numește *purtătorul complex*.

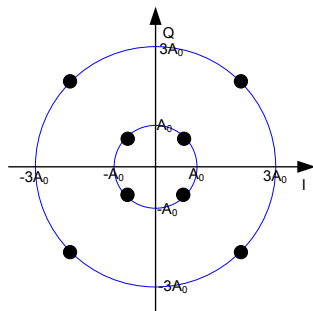
Tipuri de constelații de semnale ASK+PSK. Parametrii constelațiilor

- *constelația* este formată din mulțimea combinațiilor de fază și amplitudine ($A_k \Phi_k$) utilizate, respectiv din regula de asociere a cuvintelor binare de p biți la combinațiile ($A_k \Phi_k$). Elementele mulțimii cu combinațiile ($A_k \Phi_k$) sunt numite și *fazori*. Constelația utilizată pentru o transmisie cu p biți pe simbol trebuie să fie formată din $M=2^p$ fazori.

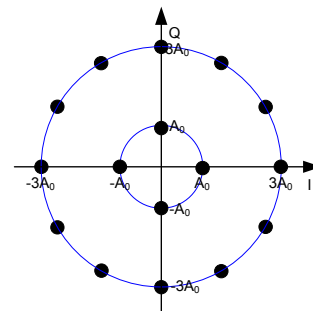
- clasificarea constelațiilor se poate face după modul de dispunere a fazorilor.

- cele mai utilizate tipuri de constelații sunt prezentate în Figura 1, A_0 este unitatea elementară a amplitudinii celor două semnale modulatorie I_k și Q_k .

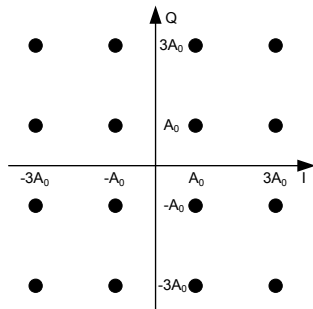
- există două tipuri de constelații circulare, de tip I și II (a. și b.), constelații pătrate, c. și constelații „în cruce”, d. în Figura 1.



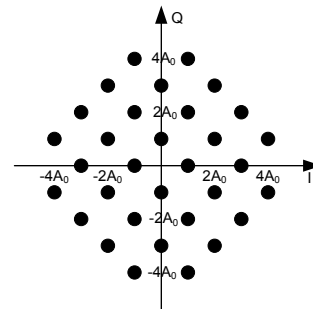
a) circulară tip I



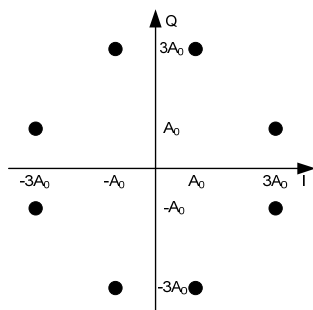
b) circulară tip II



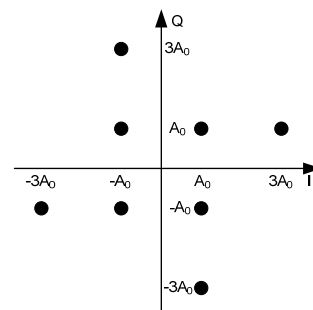
c) pătrată



d) în cruce



d) 8QAM-circular



e) 8QAM – stea

Figura 1 Principalele tipuri de constelații QAM

- distanța euclidiană dintre doi fazori, f_i și f_j , se obține cu relația:

$$d_E(f_i, f_j) = \sqrt{|f_i - f_j|^2} = \sqrt{(I_i - I_j)^2 + (Q_i - Q_j)^2}; \quad i \neq j; \quad i, j \in \{1, \dots, M\}; \quad (8)$$

- Parametrii constelațiilor de semnale sunt:

1. **Numărul de fazori ai constelației M.**

2. **Numărul de biți/simbol p**, care indică numărul biților “transportați” de un fazor într-o perioadă de simbol. Între cele două mărimi există relația:

$$M = 2^p \quad (9)$$

- debitul binar D al transmisiei, în funcție de viteza telegrafică v_t , care este numeric egală cu frecvența de simbol f_s :

$$D_{\left[\frac{\text{bit}}{s}\right]} = v_t \left[\frac{\text{simb}}{s}\right] \cdot p_{\left[\frac{\text{bit}}{\text{simb}}\right]} \quad (10)$$

3. **Puterea medie a fazorilor din constelație :**

$$P_m = \frac{\sum_{k=1}^M P_{s,k}}{M} = \frac{\sum_{k=1}^M (I_k^2 + Q_k^2)}{2M}; \quad (11)$$

4. **Puterea de vârf a fazorilor constelației (12)** – trebuie să fie cât mai mică, pentru o P_m impusă.

$$P_v = \max_{k \in \{1, \dots, M\}} (P_{s,k}) \quad (12)$$

5. **Factorul PAPR** - raportul între puterea de vârf și cea medie - trebuie să fie cât mai apropiat de unitate pentru a reduce nivelul distorsiunilor neliniare introduse de amplificatoarele finale de radiofrecvență. Este exprimat sub formă logaritmică:

$$PAPR = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_v}{P_m} \right)_{[dB]} \quad (13)$$

6. **Distanța euclidiană minimă între fazorii constelației Δ_0** , definită de:

$$\Delta_0 = \min_{\substack{i, j \in \{1, \dots, M\} \\ i \neq j}} (d_E(f_i, f_j)) \quad (14)$$

- Δ_0 - influențează probabilitatea de eroare de simbol. Dar mărirea Δ_0 poate fi realizată doar în limitele impuse de păstrarea unei valori acceptabile a $PAPR$ și a unei valori impuse a puterii medii $P_m \rightarrow$ valoarea lui Δ_0 - compromis între o valoare mare, impusă de scăderea probabilității de eroare, și o valoare mai redusă, impusă de o valoare redusă a $PAPR$.

- valoarea $PAPR$, pentru P_m și Δ_0 impuse, depinde și de forma constelației.

7. **Factorul de eficiență spectrală β_w** , reprezintă raportul între debitul binar al transmisiei și lărgimea de bandă ocupată de semnalul modulat filtrat (15).

- deoarece semnalele modulate ASK+PSK sunt filtrate cu o caracteristică (R)RC cu factorul de exces de bandă α , lărgimea de bandă ocupată este similară cu cea a semnalelor PSK. Factorul β_w al transmisiilor QAM se calculează cu relația .

$$\beta_w = \frac{D}{LB}; \left[\frac{\text{bit} / s}{\text{Hz}} \right] \quad (15)$$

$$\beta_w = \frac{v_t \cdot p}{f_s (1 + \alpha)} = \frac{p}{1 + \alpha}; \left[\frac{\text{bit} / s}{\text{Hz}} \right] \quad (16)$$

8. **Factorul de susceptibilitate la perturbații S** - (17), este folosit [frie], ca o măsură calitativă a robusteții unei constelații față de perturbațiile și distorsiunile canalului. O constelație este cu atât mai puțin sensibilă la perturbații, cu cât valoarea acestui factor este mai mică.

$$S = \frac{P_m}{\Delta_0^2} \quad (17)$$

Definirea constelațiilor ASK+PSK

- din (3) $\rightarrow$ fazorii sunt definiți de coordonatele I_k și Q_k .

- fiecare din cele două purtătoare în cuadratură este modulată ASK (modulație cu salt de amplitudine);

o pentru a asigura BLD-PS (distribuția optimă a puterii), coordonatele fazorilor trebuie să aibă

medie nulă

- modul de generare a coordonatelor este specific fiecărui tip de constelație menționat mai sus.
- pentru o **constelație pătrată**, numărul de biți/simbol trebuie să fie par, iar între numărul de fazori și numărul de biți/simbol există relația:

$$M = 2^p = \left(2^{\frac{p}{2}}\right)^2 = L^2; \quad (18)$$

- → pentru o constelație pătrată, numărul de nivele pe fiecare axă (I sau Q) trebuie să fie:

$$L = \sqrt{M} = 2^{\frac{p}{2}} \quad (19)$$

- modul de generare a unor nivele simetrice cu separația $2A_0$, pentru a obține L nivele de medie nulă:

$$\begin{aligned} I_k(i_I) &= (2i_I + 1 - L) A_0 \quad i_I = 0, 1, \dots, L-1 \\ Q_k(i_Q) &= (2i_Q + 1 - L) A_0 \quad i_Q = 0, 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (20)$$

- aplicând (20) pe fiecare axă, coordonatele fazorilor unei constelații pătrate sunt perechile (I_k, Q_k) , adică elementele produsului cartezian $\{I_k(i_I) \times Q_k(i_Q)\}$.
- distanța euclidiană minimă între fazorii unei constelații pătrate este:

$$\Delta_0 = 2A_0 \quad (21)$$

- P_m a semnalului modulat cu fazorii unei constelații pătrate este suma puterilor medii (egale între ele) ale celor două semnale modulate pe purtătoarele în cuadratură (22), unde p - numărul de biți/simbol, A - amplitudinea semnalelor purtătoare, V_r - valoarea tensiunii de referință a circuitului multiplicator.

$$P_m = P_I + P_Q = \frac{2A_0^2(L^2 - 1)}{3} \cdot \frac{A^2}{2V_r^2} = \frac{A_0^2(2^p - 1)}{3} \Bigg|_{A=V_r}; \quad (22)$$

- P_v a semnalului modulat pe semnalele purtătoare este:

$$P_v = (I_{\max}^2 + Q_{\max}^2) \cdot \frac{A^2}{2V_r^2} = 2I_{\max}^2 \cdot \frac{A^2}{2V_r^2} = \left(2^{\frac{p}{2}} - 1\right)^2 \cdot A_0^2 \Bigg|_{A=V_r} \quad (23)$$

- raportul P_v/P_m și PAPR ale semnalelor modulate cu fazorii unei constelații pătrate sunt:

$$\text{PAPR} = 10 \lg \left(\frac{P_v}{P_m} \right) = 10 \lg \frac{3 \cdot (2^{p/2} - 1)^2}{(2^{p/2} + 1)^2}; \quad (24)$$

- (24) arată că P_v/P_m (PAPR) crește cu creșterea lui p , de la 1,8 (2,55 dB) pentru $p = 4$ (16 QAM) până la 3 (4,77 dB), pentru $p \rightarrow \infty$.

- cele mai utilizate constelații pătrate sunt 16-QAM, $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 3A_0$, 64-QAM, $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 7A_0$, 256-QAM, $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 15A_0$ și 1024-QAM, având $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 31A_0$.

- **constelațiile „în cruce - cross”** se obțin din constelații pătrate care au un număr M' de fazori din care se elimină un număr P de fazori aflați în cele patru colțuri, pentru a se obține numărul de fazori M , care nu este pătrat perfect, dar este o putere impară a lui 2;

- distanța minimă între doi fazori va fi:

$$\Delta_0 = \sqrt{2} \cdot A_0 \quad (25)$$

- cele mai utilizate constelații „în cruce” sunt 32-QAM, $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 5A_0$ și 128-QAM, $I_{\max} = Q_{\max} = \pm 9A_0$.

- P_v și P_m ale semnalelor modulate cu constelații „în cruce” se calculează utilizând (12) și (11).

- tabelul 1 prezintă caracteristicile constelațiilor QAM pătrate și „în cruce”, $M \leq 256$

M-QAM	4	8-circular	8-stea	16	32	64	128	256
p-bit/simb.	2	3	3	4	5	6	7	8
P_v	$0,5 A_0^2$	$5 A_0^2$	$5 A_0^2$	$9 A_0^2$	$8,5 A_0^2$	$49 A_0^2$	$42,5 A_0^2$	$225 A_0^2$
P_m	$0,5 A_0^2$	$5 A_0^2$	$3 A_0^2$	$5 A_0^2$	$5 A_0^2$	$21 A_0^2$	$20,5 A_0^2$	$85 A_0^2$
PAPR [dB]	0	0	2,21	2,6	2,3	3,7	3,3	4,22
Δ_0	$\sqrt{2} A_0$	$2 A_0$	$2 A_0$	$2 A_0$	$\sqrt{2} A_0$	$2 A_0$	$\sqrt{2} A_0$	$2 A_0$
S	0,25	1,25	0,75	1,25	2,5	5,25	10,25	21,25

Tabel 1 caracteristicile constelațiilor QAM

Alocarea multibit-fazor (bit-mapping)**Alocarea în conformitate cu codul Gray**

- alocarea (maparea) multibiților la fazori în conformitate cu codul Gray face ca multibiții alocați la doi fazori adiacenți să difere doar printr-un singur bit, vezi Figura 2 pentru constelația pătrată 16-QAM.

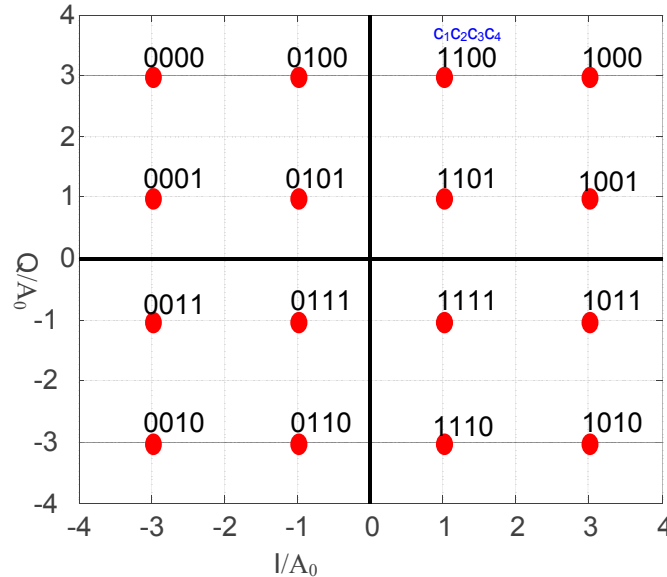


Figura 2 Maparea Gray perfectă a cuadribiților pe 16-QAM

- știind că cele mai probabile erori de simbol constau în înlocuirea unui simbol cu unul dintre simbolurile învecinate → BER (datorată perturbațiilor) scade semnificativ dacă se utilizează maparea după această regulă.

- constelațiile pătrate permit o mapare perfectă de tip Gray.

- constelațiile „în cruce” și cele circulare de tipul II nu permit maparea perfectă de tip Gray; în aceste cazuri media numărului de erori de bit, la eronarea unui fazor în cei învecinați, este cu ceva mai mare decât 1.

- pentru constelațiile care trebuie demodate cu metoda QAM, circuitul de recuperare al purtătorului local poate introduce defazaje constante de $k \cdot 90^\circ$ (valabil și pentru constelațiile A+PSK) →

- recepționarea unui fazor rotit cu $k \cdot 90^\circ$ conduce la demodularea unui multibit ce poate avea $p-1$ biți diferiți de cei emiși;

- exemplu: în fig. 2 rotirea cu 90° a fazorului (3, -1) → obținerea lui (1, 3) → trei biți diferiți față de ai fazorului corect.

- efectul acestei rotații este creșterea BER pentru același SNR

Filtrarea semnalelor ASK+PSK

- filtrarea globală a semnalelor ASK+PSK, necesară pentru limitarea benzii semnalului modulat, este realizată cu o caracteristică RC în cosinus ridicat și exces de bandă α , care asigură ISI nulă în momentele de sondare.

- pentru o comportare optimă în prezența zgomotului, această caracteristică este repartizată în mod egal între emisie și recepție, vezi cap. PSK, astfel încât la emisie semnalul este filtrat cu o caracteristică RRC în cosinus.

- filtrarea poate fi realizată în două moduri:

1. prin filtrarea semnalelor modulatorie I_k și Q_k cu o caracteristică în cosinus de tip trece-jos. În acest caz banda de frecvență a semnalului modulator filtrat va fi:

$$B = [0, f_N(1+\alpha)] \quad (26)$$

2. prin filtrarea semnalelor modulate ASK+PSK cu caracteristică în cosinus de tip trece-bandă. În acest caz, banda de frecvență B și lărgimea de bandă LB ale semnalului filtrat sunt:

$$B = [f_p - f_N(1+\alpha), f_p + f_N(1+\alpha)] \quad (27)$$

$$LB = f_s(1+\alpha) \quad (28)$$

- considerând expresia (3) a semnalului modulat ASK+PSK, expresia acestuia după filtrare devine:

$$s_{QAM}(t) = I(t)\cos(\omega_p t) - Q(t)\sin(\omega_p t) \quad (29)$$

- pentru constelațiile ASK +PSK generate prin utilizarea modulației QAM, este preferată filtrarea trece-jos a celor două semnale modulatorie.
- factorul de eficiență spectrală al modulațiilor QAM se calculează cu lărgimea de bandă a semnalului modulat filtrat (28), care nu depinde de constelația utilizată, și cu debitul binar al transmisiei (30), și are expresia (31).

$$D = f_s \cdot p = f_s \cdot ld(M) \quad (30)$$

$$\beta_w = \frac{D}{LB} = \frac{f_s \cdot ld(M)}{f_s \cdot (1 + \alpha)} = \frac{ld(M)}{(1 + \alpha)}; \quad \left[\frac{\text{bit/s}}{\text{Hz}} \right]; \quad (31)$$

- deoarece lărgimea de bandă e aceeași, indiferent de constelația folosită, *factorul de eficiență spectrală crește (e mai bun!) odată cu creșterea constelației.*
- aceasta implică însă scăderea Δ_0 , deoarece P_m trebuie păstrată aproximativ constantă, $\rightarrow$ creșterea p_e . $\rightarrow$
- utilizarea constelațiilor QAM cu M mare asigură o folosire eficientă a benzii de frecvență ocupate, dar impune utilizarea unor coduri corectoare de erori, a unor circuite de corectare a distorsiunilor canalului și o calitate mai bună a acestuia, pentru a asigura o p_b redusă.

Spectrul semnalelor modulate A+PSK

- semnalele modulate ASK+PSK sunt exprimate ca o sumă de două semnale PAM modulate BLD (rezultă un semnal ASK – Amplitude Shift Keying adică semnal modulat cu salt de amplitudine), (2), pe semnale purtătoare de aceeași frecvență, iar nivelele modulatorie ale celor două semnale PAM sunt de medie nulă $\rightarrow$ expresia densității spectrale de putere se obține sumând expresiile densităților spectrale de putere ale celor două semnale BLD componente.
- aplicând relațiile care definesc densitatea spectrală de putere a semnalului PAM și BLD și puterea medie a acestuia, pentru semnalul QAM compus din semnalele ASK pe axele I și Q, obținem puterea medie (22) și densitatea spectrală de putere a semnalului QAM, (32), calculată pentru semnalul modulat nefiltrat.

$$S_{QAM}(f) = (P_{mI} + P_{mQ}) \cdot T_s \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi(f - f_p)}{f_s}}{\frac{\pi(f - f_p)}{f_s}} \right)^2 = P_m \cdot T_s \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi(f - f_p)}{f_s}}{\frac{\pi(f - f_p)}{f_s}} \right)^2; \quad (32)$$

- (32), arată că *forma spectrului nu depinde de constelația de fazori utilizată, câtă vreme aceasta are coordonate de medie nulă*; doar amplitudinile lobilor spectrali depind de puterea medie a fazorilor constelației.
- $\rightarrow$ forma densității spectrale de putere a semnalului ASK+PSK este similară cu cea a semnalului modulat QPSK, v. Figura 3, pentru aceeași frecvență de simbol f_s . Lobul principal este cuprins între $f_p - f_s$ și $f_p + f_s$.

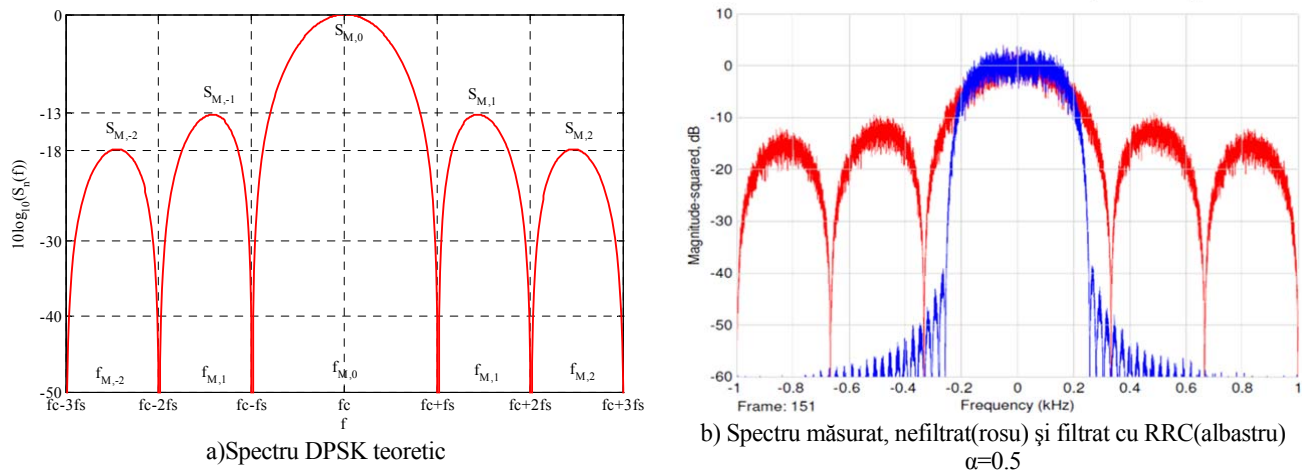


Figura 3 Distribuția densității spectrale de putere a semnalelor ASK+PSK

- dacă semnalul este filtrat cu o caracteristică RRC cu factor α , vezi curs de filtrarea semnalelor de date, $\rightarrow$ expresia densității spectrale de putere este dată de (33).

$$S_{QAM}(f) = P_m \cdot T_s \cdot \left(\sqrt{X_\alpha(f)} \right)^2 = P_m \cdot T_s \cdot X_\alpha(f) \quad (33)$$

Producerea semnalelor modulate ASK+PSK

- metoda generală pentru producerea semnalelor modulate cu fazorii unei constelații ASK+PSK constă în utilizarea tehnicii MAQ. Schema bloc a unui astfel de modulator, pentru $M = 16$, este descrisă în Figura 4.

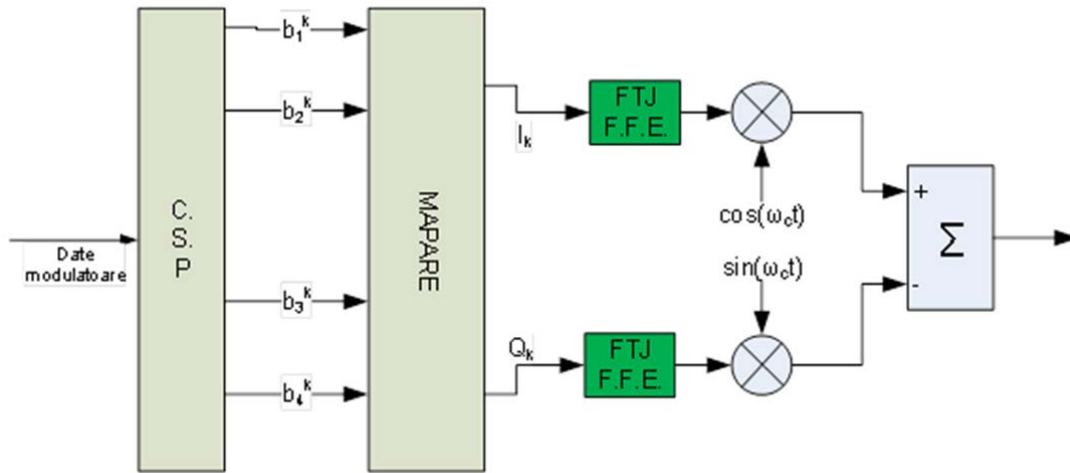


Figura 4 Schema bloc a modulatorului ASK+PSK realizat prin tehnica MAQ; $n = 4$

- cei n biți sunt mapați pe cei M fazori ai constelației prin generarea tabelară a coordonatelor I_k și Q_k .
- filtrarea cu caracteristica de tip cosinus (RRC) se face în banda de bază cu filtre TJ, obținându-se semnalele modulatorie continue $I(t)$ și $Q(t)$, care sunt modulate pe purtătoarele în cuadratură.
- aceste semnale sunt scăzute obținându-se semnalul modulat ASK+PSK.

Demodularea semnalelor ASK+PSK

- metoda cea mai utilizată pentru demodularea semnalelor ASK+PSK este metoda MAQ, datorită proprietății acestor semnale de a putea fi exprimate ca semnale MAQ.
- schema bloc a variantei cu FTJ adaptată pentru demodularea constelațiilor ASK +PSK este prezentată în Figura 5 pentru constelații cu $M=16$. În figură nu apar semnalele folosite de circuitul de recuperare al purtătorului, deoarece acestea diferă în funcție de metoda de recuperare utilizată.

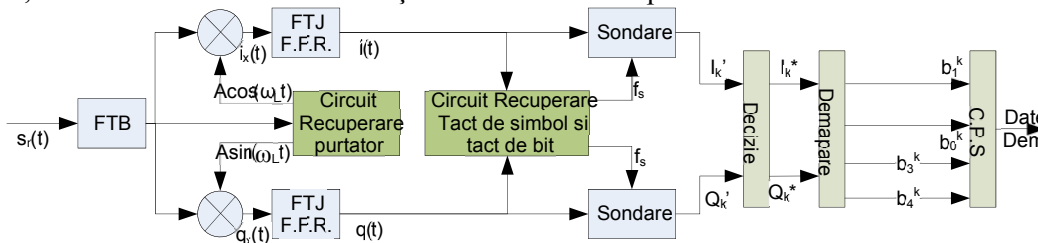


Figura 5 Schema bloc a demodulatorului ASK+PSK realizat prin metoda MAQ

- considerentele prezentate în cursul de DPSK-QAM pentru varianta cu FTJ, privitoare la acest tip de demodulator MAQ își păstrează valabilitatea și în cazul demodulării semnalelor ASK+PSK.:
- expresia semnalului ASK+PSK recepționat poate fi exprimat prin (34), în care prin $I'(t)$ și $Q'(t)$ s-au notat semnalele modulatorie afectate de perturbațiile și distorsiunile canalului:

$$S_{rPSK} = I'(t) \cdot \cos(\omega_c t) - Q'(t) \cdot \sin(\omega_c t); \quad (34)$$

- demodularea semnalelor ASK+PSK poate fi realizată folosind demodularea QAM, adică utilizând două demodulatoare coerente BLD-PS, prezentată în Figura 5.

Ecuatiile care descriu demodularea MAQ pentru semnalul ASK+PSK sunt:

$$\begin{aligned} i_x(t) &= \frac{r(t) A \cos(\omega_c t)}{K} = \\ &= \frac{A I'(t)}{2K} \{ \cos[\theta(t)] + \cos[2\omega_c t + \theta(t)] \} - \frac{A Q'(t)}{2K} \{ \sin[-\theta(t)] + \sin[2\omega_c t + \theta(t)] \} \end{aligned} \quad (35)$$

$$q_x(t) = \frac{r(t)(-A \cdot \sin(\omega_L t))}{K} = \frac{AI'(t)}{2K} \{ \sin[-\theta(t)] - \sin[2\omega_L t + \theta(t)] \} + \frac{AQ'(t)}{2K} \{ \cos[\theta(t)] - \cos[2\omega_L t + \theta(t)] \} \quad (36)$$

- prin suprimarea componentelor axate pe $2\omega_p$ de către filtrele TJ, semnalele de la ieșirile acestora au expresiile:

$$i(t) = \frac{A}{2K} [I'(t) \cos(\theta(t)) + Q'(t) \sin(\theta(t))] \rightarrow \frac{A}{2K} \cdot I'(t) \text{ pt. } \theta(t) \rightarrow 0; \quad (37)$$

$$q(t) = \frac{A}{2K} [-I'(t) \sin(\theta(t)) + Q'(t) \cos(\theta(t))] \rightarrow -\frac{A}{2K} \cdot Q'(t) \text{ pt. } \theta(t) \rightarrow 0; \quad (38)$$

- semnalul complex

$$s'(t) = I'(t) + j \cdot Q'(t) \quad (39)$$

este semnalul *complex recepționat în banda de bază*. Ținând cont de (39) relațiile (37) și (38) pot fi puse în forma:

$$i(t) = \frac{A}{2K} [I'(t) \cos \theta(t) + Q'(t) \sin \theta(t)] = \operatorname{Re} \left\{ s'(t) \cdot \frac{A}{2K} \cdot [\cos(\theta(t)) - j \cdot \sin(\theta(t))] \right\} \quad (40)$$

$$q(t) = \frac{A}{2K} [-I'(t) \sin(\theta(t)) + Q'(t) \cos(\theta(t))] = \operatorname{Im} \left\{ s'(t) \cdot \frac{A}{2K} \cdot [\cos(\theta(t)) - j \cdot \sin(\theta(t))] \right\} \quad (41)$$

pe baza (40) și (41) putem scrie ca semnalul complex recepționat este:

$$r(t) = i(t) + j \cdot q(t) = s'(t) \cdot [\cos(\theta(t)) - j \cdot \sin(\theta(t))] = s'(t) \cdot \frac{A}{2K} \cdot e^{-j\theta(t)} \quad (42)$$

- dacă purtătorul local este recuperat corect, adică $\theta(t) \rightarrow 0$ ecuația (42) devine:

$$r(t) = [A(t) \cos(\Phi(t)) + n_I(t)] + j[A(t) \sin(\Phi(t)) + n_Q(t)] = A(t) \cdot e^{j\Phi(t)} + n_I(t) + j \cdot n_Q(t) = A(t) \cdot e^{j\Phi(t)} + A_z(t) \cdot e^{j\Phi_z(t)} \quad (43)$$

- demodularea MAQ furnizează semnalele modulatorie filtrate $I'(t)$ și $Q'(t)$ afectate de perturbațiile canalului.
- semnalele $I'(t)$ și $Q'(t)$ sunt sondate cu tactul de simbol recuperat, obținându-se nivelele modulatorie I_k' și Q_k' corespunzătoare celei de k-a perioadă de simbol; Forma complexă a semnalului sondat este:

$$r(t) = [A_k \cos(\Phi_k) + n_{Ik}] + j[A_k \sin(\Phi_k) + n_{Qk}] = A_k \cdot e^{j\Phi_k} + n_{Ik} + j \cdot n_{Qk} = A_k \cdot e^{j\Phi_k} + A_{zk} \cdot e^{j\Phi_{zk}} \quad (44)$$

- blocul de decizie calculează distanța euclidiană dintre fazorul recepționat și fazorii din alfabetul canalului și furnizează la ieșire coordonatele carteziene I_k^* și Q_k^* ale fazorului de la care se află la distanța euclidiană minimă față de fazorul recepționat

- apoi dacă se utilizează o mapare invariantă la rotații de $k90$ grade, primii doi biți sunt decodați diferențial folosind un tabel generat pe baza tabelului 2 din cursul ASK+PSK 1.

Sincronizarea purtătorului local

- sincronizarea purtătorului local, necesară pentru demodularea semnalelor modulate ASK+PSK, poate fi realizată prin două tipuri de metode:

- metode care utilizează semnale pilot
 - metode care utilizează numai semnalul recepționat.
- metodele care utilizează semnale pilot necesită bandă de frecvență suplimentară și nu vor fi tratate în acest curs.

- Sincronizarea purtătorului local implică două etape:

- extragerea din semnalul recepționat a unui semnal care este folosit ca referință de fază și care este introdus în comparatorul de fază al unui circuit PLL, numită recuperare;
- sincronizarea unui semnal cu frecvența f_p , generat local, cu ajutorul unui circuit PLL folosind ca referință de fază semnalul recuperat în etapa anterioară.

Recuperarea controlată de decizie a purtătorului local

- metoda de recuperare a purtătorului controlată de decizie („decision directed carrier recovery” – DDCR)

folosește semnalele bandă de bază sondate I_k' și Q_k' , și nivelele decise, I_k^* și Q_k^* .

- se presupune că purtătorul local este generat cu o eroare de fază variabilă în timp dată de (45)

$$\varphi_i(t) = \omega_L \cdot t = \omega_c \cdot t + \Delta\omega_i \cdot t + \Theta_0 = \omega_c \cdot t + \Theta(t) \quad (45)$$

- semnalele $I_k'(t)$, $Q_k'(t)$ de la ieșirea demodulatorului MAQ pot fi exprimate în funcție de $\Theta(t)$ și de semnalele modulatorie prin relațiile:

$$\begin{aligned} I_k'(t) &= I_k(t) \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k(t) \cdot \sin(\Theta(t)) \\ Q_k'(t) &= I_k(t) \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k(t) \cdot \cos(\Theta(t)) \end{aligned} \quad (46)$$

- dacă aceste semnale sunt sondate în momentele $(k+0.5)T_s + \tau$ (citire întârziată cu τ față de momentul ideal de sondare), nivelele sondate vor avea expresia:

$$\begin{aligned} I_k' &= I_k'(kT_s + 0.5T_s + \tau) = I_k \cdot h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k \cdot h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t)) \\ Q_k' &= Q_k'(kT_s + 0.5T_s + \tau) = I_k \cdot h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k \cdot h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t)) \end{aligned} \quad (47)$$

unde funcția $h(t)$ este răspunsul la impuls a filtrului Nyquist.

- în fiecare perioadă de simbol se calculează o tensiune de eroare, dată de relația:

$$\begin{aligned} e_k(t, \Theta, \tau) &= -I_k' \cdot Q_k^* + Q_k' \cdot I_k^* = \\ &= -Q_k^* I_k h(\tau) \cos(\Theta(t)) + Q_k^* Q_k h(\tau) \sin(\Theta(t)) + I_k^* I_k h(\tau) \sin(\Theta(t)) + I_k^* Q_k h(\tau) \cos(\Theta(t)) = \\ &= [Q_k^{*2} + I_k^{*2}] h(\tau) \sin(\Theta(t)) = A_k^2 h(\tau) \sin(\Theta(t)) \Big|_{\substack{I_k^* = I_k \\ Q_k^* = Q_k}} \end{aligned} \quad (48)$$

- în relația de mai sus s-a aproximat că deciziile sunt corecte și că cele două nivele sondate sunt afectate în același mod de către canal, ceea ce permite reducerea termenilor ce conțin cosinusul defazajului. Dacă tactul de simbol este recuperat cu o eroare mică ($\tau \rightarrow 0$) valoarea funcției h este pozitivă și $h(\tau) \rightarrow 1$, deci termenul din fața sinusului din relația (48) va fi pozitivă.

- metoda funcționează cu rezultate bune numai pentru valori medii sau mici ale probabilității de eroare de simbol, ceea ce implică un canal de medie sau bună calitate.

- pe canale “dificile” probabilitatea de eronare a nivelelor decise crește, ceea ce face ca aproximarea din relația (48) să fie prea grosieră, iar tensiunea de comandă să aibă semnul opus. Acest fapt conduce la corecții greșite de fază și la neconvergența sincronizării purtătorului local.

Recuperarea și sincronizarea tactului de simbol utilizând metoda DDCR

- Recuperarea tactului de simbol prin metoda DDCR este similară cu recuperarea frecvenței purtătoare, dar se bazează pe derivata semnalului demodulat.

- derivând semnalul demodulat descris de relația (46) se obține:

$$(I_k'(t))' = (I_k(t))' \cdot \cos(\Theta(t)) - I_k(t) \cdot (\Theta(t))' \cdot \sin(\Theta(t)) - (Q_k(t))' \cdot \sin(\Theta(t)) - Q_k(t) \cdot (\Theta(t))' \cdot \cos(\Theta(t)) \quad (49)$$

$$(Q_k'(t))' = (I_k(t))' \cdot \sin(\Theta(t)) + I_k(t) \cdot (\Theta(t))' \cdot \cos(\Theta(t)) + (Q_k(t))' \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k(t) \cdot (\Theta(t))' \cdot \sin(\Theta(t))$$

- sondând aceste semnale cu o eroare de sondare τ secunde (valorile vor fi citite în momentele $(k+0.5)T_s + \tau$ în loc de $(k+0.5)T_s$) se obțin semnalele sondate $\mathcal{I}_k$ și $\mathcal{Q}_k$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k &= \left(I_k' \left(kT_s + \frac{T_s}{2} + \tau \right) \right)' = \\ &= (h(\tau))' \cdot [I_k \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k \cdot \sin(\Theta(t))] - (\Theta(t))' \cdot [I_k h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t))] \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_k &= \left(Q_k' \left(kT_s + \frac{T_s}{2} + \tau \right) \right)' = \\ &= (h(\tau))' \cdot [I_k \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k \cdot \cos(\Theta(t))] + (\Theta(t))' \cdot [I_k h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t))] \end{aligned} \quad (51)$$

se definește tensiunea de eroare $e_{s,k}$ ca:

$$\begin{aligned} e_{s,k}(t, \Theta, \tau) &= \mathcal{I}_k \cdot I_k^* + \mathcal{Q}_k \cdot Q_k^* = \\ &= I_k^* \left\{ (h(\tau))' \cdot [I_k \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k \cdot \sin(\Theta(t))] - (\Theta(t))' \cdot [I_k h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t))] \right\} - \\ &- Q_k^* \left\{ (h(\tau))' \cdot [I_k \cdot \sin(\Theta(t)) + Q_k \cdot \cos(\Theta(t))] + (\Theta(t))' \cdot [I_k h(\tau) \cdot \cos(\Theta(t)) - Q_k h(\tau) \cdot \sin(\Theta(t))] \right\} = \\ &= (h(\tau))' \cdot [I_k^2 + Q_k^2] \cdot \cos(\Theta(t)) - (\Theta(t))' \cdot h(\tau) \cdot [I_k^2 + Q_k^2] \cdot \sin(\Theta(t)) \Big|_{\substack{I_k^* = I_k \\ Q_k^* = Q_k}} \end{aligned} \quad (52)$$

- al doilea termen a tensiunii de eroare poate fi neglijată deoarece are valoare foarte mică din două motive:

- presupunând că diferența de frecvență între purtătorul local și purtătorul recepționat este mică (oscilatoare cu același frecvență nominală) atunci derivata cu timpul a funcției $\Theta(t)$ tinde spre zero (chiar și fără sincronizarea purtătorului local)
- dacă purtătorul local este sincronizat cu o oarecare precizie, atunci funcția $\Theta(t)$ poate să aibă valori mici, adică $\Theta(t) \rightarrow 0$, în acest caz și $\sin(\Theta(t)) \rightarrow 0$.

Deci tensiunea de eroare $e_{s,k}$ va fi:

$$e_{s,k}(t, \Theta, \tau) = (h(\tau))' \cdot A_k^2 \cdot \cos(\Theta(t)) \Big|_{\substack{I_k^* = I_k \\ Q_k^* = Q_k}} \quad (53)$$

- în relația (53) valoarea funcției $\cos(\Theta(t))$ este pozitivă dacă recuperarea purtătorului este realizată cu o precizie de cel puțin $\pm\pi/2$ adică dacă condiția (54) este satisfăcută.

$$|\Theta(t)| < \frac{\pi}{2} \quad (54)$$

Dacă condiția (54) este satisfăcută semnul tensiunii de eroare depinde numai de derivata funcției h (răspunsul la impuls al filtrului Nyquist). Răspunsul la impuls al filtrului Nyquist și derivata de ordinul întâi al acestuia sunt reprezentate în Figura 6.

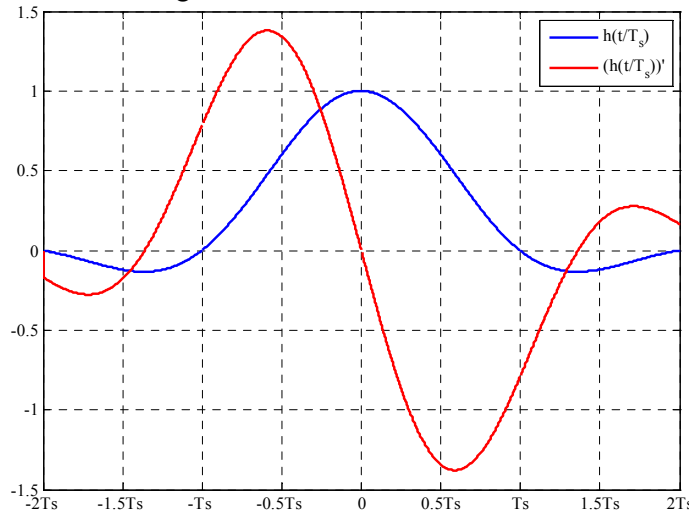


Figura 6 Răspunsul la impuls al filtrului Nyquist și derivata de ordinal 1 al acestuia

- derivata funcției $h(t)$ se anulează în momentele de sondare, și semnul tensiunii de eroare $e_{s,k}$ va fi pozitiv dacă sondarea este realizată înainte de momentul optim, și va fi negativ dacă sondarea este realizată cu întârziere.

- utilizând semnul tensiunii de eroare $e_{s,k}$ poate fi comandat un circuit de sincronizare, care să genereze tranzițiile unui tact local astfel încât să minimizeze valoarea tensiunii de eroare.

Schema bloc a circuitului de recuperare a purtătorului și a tactului de simbol cu metoda DDCR este prezentată în Figura 7.

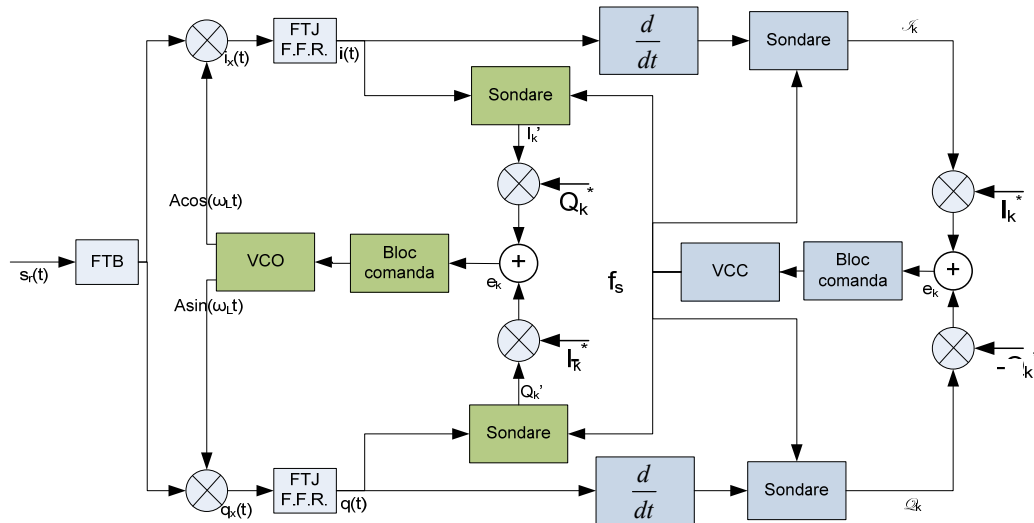


Figura 7 Recuperarea purtătorului și a tactului de simbol cu metoda DDCR

- deoarece recuperarea purtătorului local se bazează în unele metode pe simbolurile sondate și decise, calitatea ei este afectată de calitatea recuperării și sincronizării tactului de simbol.
- pentru a nu se intra în „cercul vicios” prezentat în capitolul DPSK-QAM, ce poate conduce la neconvergența întregului receptor, este necesar, ca și în cazul modulației QPSK, ca metodele de recuperare a tactului de simbol să nu depindă de calitatea recuperării purtătorului local.

Performanțe de eroare ale modulației ASK+PSK

Probabilitatea de eroare de simbol

- relația aproximativă de calcul a probabilității de eroare de simbol a constelațiilor ASK+PSK pătrate (n – par) este dată de (55), în care factorul k ia valori distincte pentru semnalul pe purtător cosinoidal sau în banda de bază.

$$p_e = \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q\left(\frac{A_0}{\sigma}\right) = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3}{M-1}}\rho\right); \quad M = L^2; \quad (55)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{P_m}{\sigma^2}; \\ P_m &= \frac{A_0^2(M-1)}{3}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A_0}{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{M-1}}\rho \quad (56)$$

- probabilitatea de eroare de simbol depinde în primul rând de distanța minimă dintre doi fazori, care pentru constelațiile pătrate are valoarea $\Delta = 2A_0$.
- pentru o putere minimă impusă, Δ depinde de numărul de fazori ai constelației.
- factorul $4(L-1)/L$ are influență redusă asupra probabilității p_e , el luând valori între 3 ($L = 4$) și 4 ($L \rightarrow \infty$).
- *efectul numărului de fazori asupra probabilității de eroare de simbol, în condițiile unei aceleiași puteri medii, este dificil de analizat direct, datorită complexității funcției $Q(u)$.*
- *pentru o evaluare mai simplă, se compară valorile SNR necesare asigurării unei aceleiași probabilități de eroare de simbol.*
- astfel, impunând o probabilitate p_{e0} și două constelații cu M_1 și respectiv $M_2 = 4 \cdot M_1$ fazori, datorită bijectivității funcției $Q(u)$, putem determina relația dintre SNR-urile necesare celor două constelații pentru a asigura p_{e0} , prin egalarea argumentelor funcției $Q(u)$, așa cum se arată în relația (57).

$$Q\left(\sqrt{\frac{P_m}{(M_1-1)\sigma_1^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{P_m}{(4M_1-1)\sigma_2^2}}\right) \Rightarrow \frac{P_m}{(M_1-1)\sigma_1^2} = \frac{P_m}{(4M_1-1)\sigma_2^2} \Rightarrow \frac{P_m}{\sigma_2^2} = \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot \frac{4M_1-1}{M_1-1} \approx \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot 4 \Leftrightarrow \quad (57)$$

$$\Leftrightarrow 10 \lg\left(\frac{P_m}{\sigma_2^2}\right) = 10 \lg\left(\frac{P_m}{\sigma_1^2}\right) + 10 \lg\left(\frac{4M_1-1}{M_1-1}\right) \approx 10 \lg\left(\frac{P_m}{\sigma_1^2}\right) + 10 \lg(4) = 10 \lg\left(\frac{P_m}{\sigma_1^2}\right) + 6 \text{ dB}; \Leftrightarrow \text{SNR}_{M_2} \approx \text{SNR}_{M_1} + 6 \text{ dB}$$

- comparând valorile SNR necesare pentru a asigura aceeași valoare a p_e pentru două constelații pătrate

consecutive, $M_2 = 4M_1$, rezultă că trecerea de la o constelație pătrată la cea următoare necesită o creștere de 7 dB pentru 4QAM $\rightarrow$ 16-QAM și apoi, odată cu creșterea lui M_1 , această creștere tinde la 6 dB.

- calculul probabilității de eroare de simbol a constelațiilor „în cruce” este mai complex. Datorită numărului impar de biți/simbol ($n=5, 7, 9$), acest semnal nu poate fi considerat ca fiind compus din două transmisii ASK similare.

- în literatură se arată că probabilitatea de eroare de simbol a acestor constelații este mărginită superior de:

$$\left. \begin{aligned} p_e &\approx 4 \cdot Q\left(\frac{\sqrt{2} \cdot A_0}{\sigma}\right) = 4 \cdot Q\left(\frac{A_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) \\ \rho = \frac{P_m}{\sigma^2} &\leq \frac{A_0^2 \left(\frac{M}{2} - 1\right)}{3\sigma^2} \Rightarrow \frac{A_0}{\sqrt{2}\sigma} \geq \sqrt{\frac{3}{2\left(\frac{M}{2} - 1\right)}} \rho > \sqrt{\frac{3}{M-1}} \rho \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_e \leq 4 \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} \rho\right) \quad (58)$$

- relațiile (55) și (58) arată că și constelațiile „în cruce” au același argument al funcției $Q(u)$ ca și cele pătrate.
- deoarece la trecerea de la o constelație pătrată la cea „în cruce” imediat superioară numărul de fazori se dublează, $M_2 = 2M_1$, rezultă că putem neglija factorul $(\sqrt{M-1})/\sqrt{M}$ din relația (55) și putem exprima creșterea SNR necesară asigurării aceleiași probabilități de eroare prin relația:

$$\frac{P_m}{\sigma_2^2} = \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot \frac{2M_1 - 1}{M_1 - 1} \approx \frac{P_m}{\sigma_1^2} \cdot 2 \Leftrightarrow \quad (59)$$

$$SNR_2 = SNR_1 + 10 \lg 2 = SNR_1 + 3 \text{ dB};$$

- din considerațiile de mai sus și din (59) rezultă că la dublarea numărului de fazori ai constelației utilizate, creșterea SNR necesară asigurării aceleiași probabilități de eroare poate fi aproximată cu 3 dB.

- această aproximare este cu atât mai bună cu cât numărul de fazori ai constelațiilor în cauză e mai mare.

- Tabel 2 prezintă variația SNR la dublarea constelațiilor QAM, atât liniar cât și logaritmice, începând cu $M=4$.

M	4	8	16	32	64	128	256
$(2M-1)/(M-1)$	1	2,33	2,14	2,06	2,03	2,015	2,007
$10 \cdot \lg[(2M-1)/(M-1)]$ [dB]	0	3,68	3,31	3,15	3,08	3,04	3,02

Tabel 2 Valorile creșterii SNR la dublarea constelațiilor QAM

- comparație între valorile SNR necesare constelațiilor A+PSK și PSK, având același număr de fazori M , pentru a asigura aceeași probabilitate de eroare de simbol.

- considerăm relațiile (60), - vezi curs PSK-, care exprimă probabilitatea de eroare de simbol a modulației M-PSK, și (55), (58), care exprimă probabilitatea de eroare de simbol a constelațiilor QAM pătrate și „în cruce” cu câte M fazori, pentru a avea raportul semnal/zgomot similar modulațiilor PSK.

$$p_{eM} \approx 2Q\left(\sqrt{2\rho \sin^2 \frac{\pi}{M}}\right) \quad (60)$$

- comparația va fi făcută prin calcularea raportului $R(M)$ între valorile SNR (PSK supra ASK+PSK), raport obținut prin egalarea argumentelor funcției $Q()$ din

- expresiile care dau probabilitățile de eroare de simbol ale celor două tipuri de constelații, în funcție de numărul de fazori M .

$$R(M) = \frac{\rho_P}{\rho_Q} = \frac{3}{2(M-1) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)}; \quad (61)$$

- valorile $R(M)$ pentru constelațiile având $M \in \{4, \dots, 256\}$ sunt prezentate în Tabel 3.

M	4	8	16	32	64	128	256
R(M)	1,00	1,47	2,63	5,04	9,89	19,61	39,07
$10 \cdot \lg(R(M))$ [dB]	0	1,65	4,20	7,02	9,98	12,92	15,92

Tabel 3 Valorile raportului $R(M)$

- Tabel 3 arată că pentru $M = 4$ cele două modulații au performanțe similare.

- pentru $M > 4$, SNR necesar constelației PSK pentru a asigura o probabilitate de eroare de simbol dată, este mai mare decât cel necesar constelației QAM omologe pentru a asigura aceeași probabilitate de eroare de simbol.
- la dublarea constelațiilor, pentru $M > 8$, acest câștig al constelațiilor QAM crește cu circa 3 dB, după cum rezultă examinând valorile alăturate din linia a treia a tabelului 2.
- câștigul se poate explica prin faptul că pentru constelațiile ASK+PSK dublarea numărului de fazori necesită o creștere de 3 dB a SNR, pentru a asigura o probabilitate de eroare dată, pe când pentru constelațiile PSK, dublarea numărului de fazori ai constelației necesită mărirea cu 6 dB a SNR, pentru a asigura aceeași probabilitate de eroare de simbol, vezi curs PSK.
- considerentele de mai sus justifică utilizarea modulației ASK+PSK, în defavoarea modulației PSK, în transmisiile de date cu număr de biți/simbol mai mare ca 3.
- modulația ASK (adică PAM modulat BLD pe purtătoare sinusoidală) necesită un SNR mai mare decât modulația PSK la o constelație cu același număr de fazori, pentru a asigura o probabilitate de eroare de simbol dată. (vezi performanțe PAM)
- pentru $M > 4$, modulația PSK necesită un SNR mai mare decât modulația ASK+PSK → modulația ASK are cele mai "slabe" performanțe de raport semnal/zgomot dintre cele trei.

Probabilitatea de eroare de bit

- pentru SNR medii și mari, se poate aproxima că, în marea majoritate a cazurilor, un simbol este eronat într-unul din simbolurile învecinate.
- pentru o mapare Gray perfectă a multibitului, simbolurile învecinate diferă printr-un singur bit, iar probabilitatea de eroare de bit se aproximează prin:

$$p_b \approx \frac{p_e}{\log_2 M} = \frac{p_e}{n}; \quad (62)$$

- în cazul unei mapări Gray imperfecte (constelații „în cruce”) această probabilitate trebuie mărită cu un factor egal cu numărul mediu de biți-diferență între doi fazori alăturați, medierea făcându-se pe întreaga constelație. Acest factor este însă redus, mai mic decât 2, și nu modifică sensibil valoarea probabilității de eroare de bit, efectul său putând fi neglijat în cele mai multe aplicații.
- figura 8 prezintă probabilitățile de eroare de bit asigurate de constelațiile QAM cu $M = 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$ alături de cea asigurată de constelația 2-PSK (referință). Curbele sunt obținute prin simularea transmisiilor și a zgomotului, și nu prin calcule utilizând relațiile (55) sau (58).

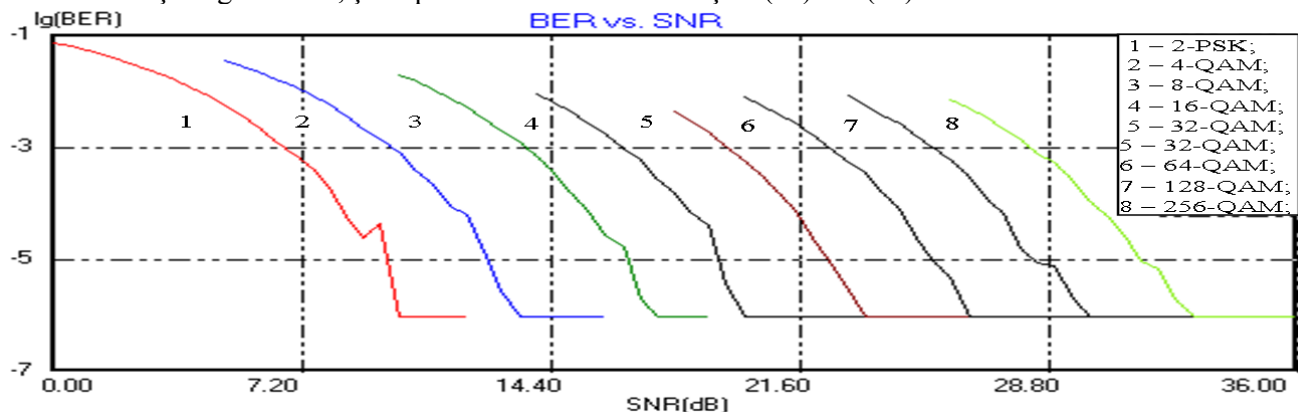


Figura 8 Probabilitățile de eroare de bit ale constelațiilor ASK+PSK $M = 4, \dots, 256$ și a constelației 2-PSK - simularea transmisiilor

Bibliografie

- John G Proakis, Masoud Salehi, "Fundamentals Of Communication Systems" Prentice Hall 2004
- Fuqin Xiong, "Digital Modulation Techniques (Communications/Networking)" 2nd Revised edition, Artech House, 2006
- Simon Haykin "Communication Systems" 4th edition, John Wiley & Sons, 2001
- Bernard Sklar, "Digital Communications, fundamentals and Applications" Prentice Hall, 2001