ML1 Un modulator ML realizează multiplicarea dintre o purtătoare cosinusoidală cu amplitudinea 3V şi frecvenţa f_p=1MHz şi un semnal dreptunghiular de amplitudine 1V, factor de umplere 50%, frecvenţa f_{dr}=10kHz şi valoarea medie 3V. Se cere :

a. Ce fel de semnal modulat ML se obţine ? Care sunt parametrii semnalului modulat ? Calculaţi valoarea maximă şi cea minimă a anvelopei semnalului modulat.

b. Calculaţi puterea purtătoarei nemodulate, a semnalului modulator şi puterea semnalului modulat. Care este puterea conţinută de o bandă laterală a semnalului modulat ?

c. Dacă descompunerea în serie Fourier a semnalului modulator este $s_m(t)=3+\frac{4}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\cdot\sin((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t)}{2k-1}$ (cu comp. continuă şi amplitudinea specificată), daţi expresia densităţii spectrale a semnalului modulat şi reprezentaţi grafic acest spectru considerând armonicile 1 – 9 ale semnalului modulator.

Rezolvare

a) Semnalul după înmulţire va fi (in ipoteza ca V_{ref}=1V):

$$s_{modulat}(t)=A_p\cdot\cos\left(2\pi f_p t\right)\cdot\left(cc+A_{dr}f(t)\right)=$$
$$=A_p\cdot cc\cdot\left[1+\frac{A_{dr}}{cc}\cdot f(t)\right]\cdot\cos\left(2\pi f_p t\right)=$$
$$=A\cdot\left[1+m\cdot f(t)\right]\cdot\cos\left(2\pi f_p t\right)$$

unde f(t) este semnalul modulator dreptunghiular.

Aşa cum rezultă din relaţia de mai sus semnalul modulat va fi BLD-P, iar parametrii acestuia sunt:

- amplitudinea purtătoarei $A=A_p\cdot cc=3\cdot 3=9V$
- Indicele de modulaţie $m=\frac{A_{dr}}{cc}=\frac{1}{3}=0.33$

Anvelopa are valoare maxima când f(t)=1, adică

$$A_{max}=A[1+m]=9[1+0.33]=12V$$

iar valoarea minima când f(t)=-1:

$$A_{min}=A[1-m]=9[1-0.33]=6V\ .$$

b) Semnalul purtător nemodulat este un semnal cosinusoidal cu amplitudine A_p, astfel puterea va fi:

$$P_{purtator}=\frac{A_p^2}{2}=\frac{9}{2}=4.5W$$

Semnalul modulator este un semnal dreptunghiular cu amplitudine A_{dr} axat pe componenta continua *cc*, iar puterea acestui semnal este:

$$P_{modulator}=P_{cc}+P_{dr}=cc^2+A_{dr}^2=9+1=10W$$

Iar puterea semnalului modulat este:

$$P_{modulat}=\frac{1}{T}\int_0^T s_{modulat}^2(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T(A\cdot\left[1+m\cdot f(t)\right]\cdot\cos\left(2\pi f_p t\right))^2dt$$

dar in acest caz particular f(t) este

$$f(t)=\begin{cases}1 \quad daca \quad t\in\left[0;\frac{T}{2}\right]\\ -1\ daca \quad t\in\left(\frac{T}{2};T\right)\end{cases}$$

Deci puterea semnalului modulat se poate scrie ca:

$$P_{\text{mod}ulat} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} (A\cdot[1+m]\cdot\cos(2\pi f_p t))^2 dt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} (A\cdot[1-m]\cdot\cos(2\pi f_p t))^2 dt =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} (\cos(2\pi f_p t))^2 dt + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} (\cos(2\pi f_p t))^2 dt =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\cdot\frac{T}{4} + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\cdot\frac{T}{4} =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{4} + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{4} = \frac{(12)^2}{4} + \frac{(6)^2}{4} = 45W$$

Aceasta putere de fapt este suma puterilor componentei spectrale cu frecventa f_p si a puterilor conţinute de cele doua benzi laterale; puterea conţinuta într-o bandă laterală va fi:

$$P_{BL} = \frac{P_{\text{mod}ulat} - \frac{A^2}{2}}{2} = \frac{45-40.5}{2} = 2.25W$$

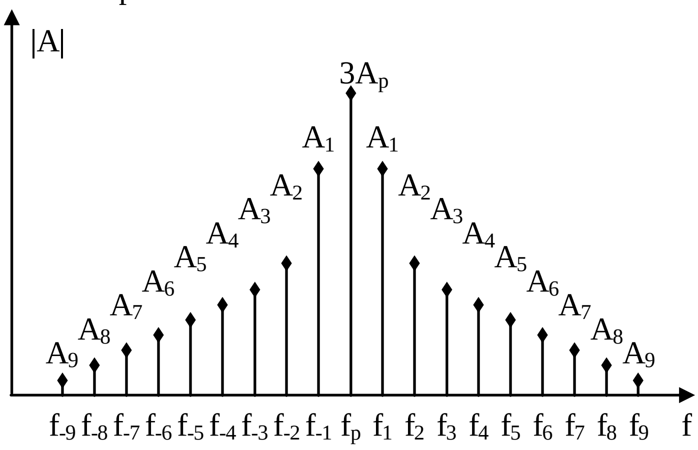
c) Semnalul modulat se obţine prin înmulţirea semnalului modulator cu semnalul purtător:

$$s_{\text{mod}ulat}(t) = s_m(t)\cdot s_p(t) = \left(3 + \frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((2k-1)\omega_{dr}t)}{2k-1}\right)\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) =$$

$$= 3\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) + \frac{4\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((2k-1)\omega_{dr}t)\cdot\cos(\omega_p t)}{2k-1} =$$

$$= 3\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) + \frac{2\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((\omega_p + (2k-1)\omega_{dr})t)}{2k-1} + \frac{2\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((\omega_p - (2k-1)\omega_{dr})t)}{2k-1}$$

din relaţia de mai sus rezultă spectrul semnalului modulat:



Unde :

$$A_i = \frac{2\cdot A_p}{\pi(2\cdot i-1)} = \frac{1.9}{(2\cdot i-1)} \quad pt \quad i = 1..9;$$

şi

$$f_i = \begin{cases} f_p + (2i-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i > 0 \\ f_p - (2|i|-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i < 0 \end{cases} \quad i = -9..+9; i \neq 0$$

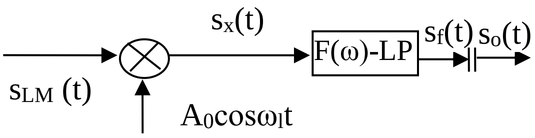
ML2 Semnalul recepţionat aplicat pe intrarea unui demodulator ML coerent are următoarea expresie matematică: $s_r(t) = \frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p + \omega_m\right)t\right] + \frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p - \omega_m\right)t\right]$,iar purtătorul local este $s_p(t) = A\cos\left[\left(\omega_p + \Delta\omega\right)t\right]$.

a. Ce fel de semnal modulat ML s-a recepţionat?
b. Daţi schema bloc şi ecuaţiile de funcţionare a demodulatorului de produs.
c. Determinaţi expresia matematică a semnalului demodulat, dacă filtrul trece jos din componeta demodulatorului se consideră un filtru ideal cu frecvenţa de tăiere la $1.5f_p$
d. Ce valoare trebuie să aibă $\Delta\omega$ ca semnalul demodulat să nu fie distorsionat

Dacă A=2 calculaţi puterea semnalului recepţionat.

a) deoarece semnalul recepţionat are doua componente simetrice in jurul frecventei purtătoare, si nu are componenta cu frecventa fp s-a recepţionat un semnal cu banda laterală dublă cu purtătoare suprimată

b)



$$s_x(t) = \left(\frac{\alpha g(t)}{2}\cos\omega_c t \mp \frac{g_q(t)}{2}\sin\omega_c t\right)\cdot A_0\cos(\omega_c t + \Theta(t))/V_{ref} =$$

$$= \frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}}[\cos\Theta(t) + \cos(2\omega_c t + \Theta(t)] \mp \frac{A_0\alpha g_q(t)}{4V_{ref}}[-\sin\Theta(t) + \sin(2\omega_c t + \Theta(t)]$$

$$s_f(t) = \frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}}\cos\Theta(t) \mp \frac{A_0\alpha g_q(t)}{4V_{ref}}(-\sin\Theta(t)); \Rightarrow s_f(t) = \frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}} \quad pentru \quad \Theta(t) \to 0$$

c)

In cazul acestui semnal receptionat semnalul dupa inmultire cu purtatorul local va fi:

$$s_x(t) = s_r(t)\cdot s_p(t); \quad pt\, V_{ref} = 1$$

unde

$$s_r(t) = \frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p + \omega_m\right)t\right] + \frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p - \omega_m\right)t\right] = A\cos\left(\omega_p t\right)\cos\left(\omega_m t\right)$$

deci

$$s_x(t) = A\cos\left(\omega_p t\right)\cdot\cos\left(\omega_m t\right)\cdot A\cdot\cos\left[\left(\omega_p + \Delta\omega\right)t\right] =$$

$$= \frac{A^2\cos\left(\omega_m t\right)}{2}\left[\cos\left[\left(2\omega_p + \Delta\omega\right)t\right] + \cos\left(\Delta\omega t\right)\right] =$$

$$= \frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[\left(2\omega_p + \Delta\omega + \omega_m\right)t\right] + \cos\left[\left(2\omega_p + \Delta\omega - \omega_m\right)t\right] + \cos\left[\left(\Delta\omega + \omega_m\right)t\right] + \cos\left[\left(\Delta\omega - \omega_m\right)t\right]\right\}$$

Numărul de componente spectrale a semnalului filtrat depinde de valoarea numerică a frecvenţei purtătoare, modulatoarea si de deviaţia de frecvenţă

Dacă $\left(2\omega_p + \Delta\omega - \omega_m\right) < 1.5\omega_p$ atunci semnalul filtrat va fi:

$$s_f(t) = \frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[\left(2\omega_p + \Delta\omega - \omega_m\right)t\right] + \cos\left[\left(\Delta\omega + \omega_m\right)t\right] + \cos\left[\left(\Delta\omega - \omega_m\right)t\right]\right\}$$

Dacă $\left(2\omega_p + \Delta\omega - \omega_m\right) > 1.5\omega_p$ atunci semnalul filtrat va fi:

$$s_f(t)=\frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[(\Delta\omega+\omega_m)t\right]+\cos\left[(\Delta\omega-\omega_m)t\right]\right\}$$

d.)

Deoarece este de dorit ca frecventa purtătoare sa fie mult mai mare decât frecventa modulatoare maxima se considera ca semnalul filtrat după FTJ este:

$$s_f(t)=\frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[(\Delta\omega+\omega_m)t\right]+\cos\left[(\Delta\omega-\omega_m)t\right]\right\}=$$

$$=\frac{A^2}{2}\cos(\omega_m\cdot t)\cdot\cos(\Delta\omega\cdot t)$$

Acest semnal trebuie sa fie proporţional cu semnalul modulator adică cu $\cos(\omega_m\cdot t)$, deci termenul $\cos(\Delta\omega\cdot t)$ trebuie să fie constant. Asta este posibil numai dacă $\Delta\omega=0$

Deci ca semnalul demodulat să nu fie distorsionat $\Delta\omega$ trebuie să fie zero, si frecvenţa purtătoare trebuie să îndeplinească condiţia: $f_p\geq 2f_m$ (pentru ca a treia componentă spectrală să fie eliminată de FTJ)

e.)

Puterea semnalului recepţionat este:

$$P=2\cdot\frac{\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2}=\left(\frac{A}{2}\right)^2=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1W$$

ML3 Se dă o modulaţie de tip bandă laterală dublă putătoare suprimată (BLD-PS) având frecvenţa purtătoare f_p=1MHz şi amplitudinea purtătoarei A_p=2.5V. Semnalul modulator este un semnal dreptunghiular bipolar cu factor de umplere 50%, amplitudinea A_{dr}=0.3V şi frecvenţa 20kHz. Se cere:

a. Daţi expresia semnalului modulat BLD-PS şi reprezentaţi grafic alura spectrala a semnalului modulat.

b. Calculaţi puterea semnalului modulator, a celui modulat şi a purtătoarei

c. Dacă descompunerea în serie Fourier a unui semnal dreptunghiular simetric bipolar este: $s_m(t)=\frac{4A_{dr}}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\cdot\sin((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t)}{2k-1}$ daţi expresia spectrului semnalului modulat şi reprezentaţi grafic acest spectru considerând armonicile 1-12 ale semnalului modulator.

d. Dacă banda semnalului modulat este definită la o atenuare de 30dB a componentelor spectrale faţă de amplitudinea purtătoarei nemodulate, calculaţi lărgimea de bandă a semnalului modulat.

Rezolvare

a) Expresia semnalului modulat BLD-PS este:

$$s_{BLD-PS}(t)=s_m(t)\cdot s_p(t)$$

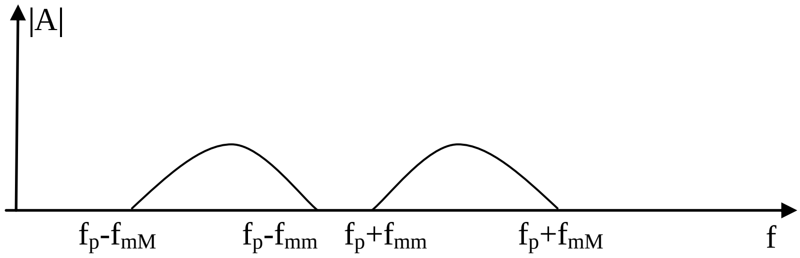
În cazul semnalelor descrise în enunţul problemei, semnalul recepţionat va fi:

$$s_{BLD-PS}(t)=A_{dr}\cdot f(t)\cdot A_p\cos(2\pi f_p t)$$

unde

$$f(t)=\begin{cases}1\ ;t\in\left[nT;nT+\frac{T}{2}\right]\\-1\ ;t\in\left(nT+\frac{T}{2};(n+1)T\right)\end{cases}\ unde\ n=0,1...+\infty\ si\ T=\frac{1}{f_{dr}}$$

Alura spectrală a unui semnal BLD-PS este:



b.) Deoarece semnalul modulator este un semnal dreptunghiular, puterea lui este:

$$P_{modulator} = A_{dr}^2 = 0.3^2 = 0.09W$$

Puterea semnalului modulat este:

$$P_{modulat} = \frac{1}{T}\int_0^T \left(s_{BLD-PS}(t)\right)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(A_{dr}\cdot f(t)\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt$$

unde

$$f(t) = \begin{cases} 1 \quad ; t\in\left[nT; nT+\frac{T}{2}\right] \\ -1\,; t\in\left(nT+\frac{T}{2};(n+1)T\right) \end{cases} unde\ n = 0,1...+\infty\ si\ T = \frac{1}{f_{dr}}$$

deci

$$P_{modulat} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\left(A_{dr}\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T}\left(-A_{dr}\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{T}\int_0^T\left(\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt = \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\int_0^T\left(1+\cos\left(4\pi f_p t\right)\right)dt =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot(T-0) + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot\sin\left(4\pi f_p t\right)\Big|_0^T =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot\left(\sin\left(4\pi f_p\frac{1}{f_{dr}}\right) - \underbrace{\sin\left(4\pi f_p\cdot 0\right)}_{0}\right) =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot\left(\underbrace{\sin\left(4\pi\frac{10^6}{20\cdot 10^3}\right)}_{0}\right) = \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} = \frac{(0.3\cdot 2.5)^2}{2} = 0.281W$$

Iar puterea semnalului purtător nemodulat este:

$$P_{purt} = \frac{A_p^2}{2} = \frac{2.5^2}{2} = 3.125W$$

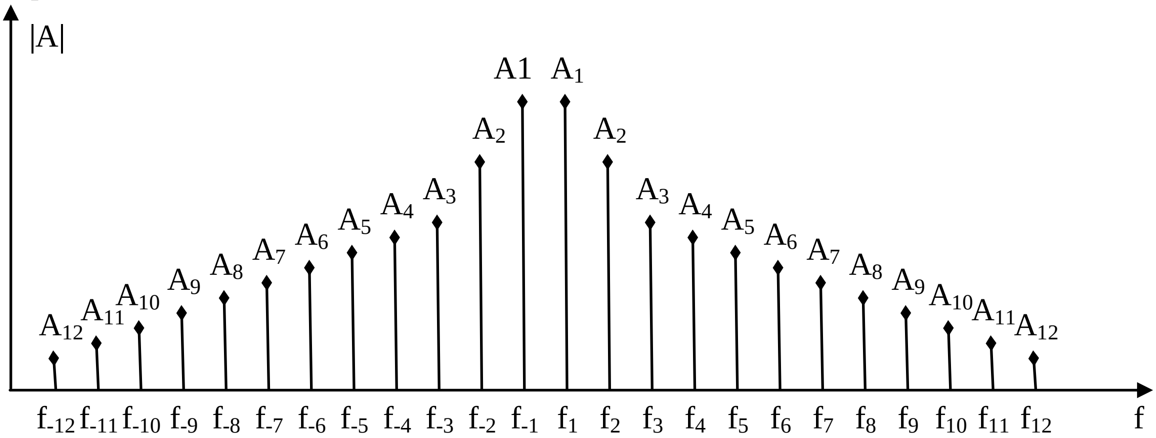
c.)

$$s_{BLP-PS}(t)=s_m(t)\cdot s_p(t)=\left(\frac{4A_{dr}}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t)}{2k-1}\right)\cdot\left(A_p\cdot cos(\omega_p t)\right)=$$

$$=\left(\frac{4A_{dr}\cdot A_p}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t)\cdot cos(\omega_p t)}{2k-1}\right)=$$

$$=\frac{2A_{dr}\cdot A_p}{\pi}\cdot\left\{\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left[\left(\omega_p+(2k-1)\cdot\omega_{dr}\right)\cdot t\right]}{2k-1}+\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left[\left(\omega_p-(2k-1)\cdot\omega_{dr}\right)\cdot t\right]}{2k-1}\right\}$$

deci spectrul semnalului va fi:



unde:

$$A_i=\frac{2\cdot A_{dr}\cdot A_p}{\pi(2\cdot i-1)}=\frac{0.238}{(2\cdot i-1)}\quad pt\quad i=1..12;$$

şi

$$f_i=\begin{cases}f_p+(2i-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i>0\\ f_p+(2i+1)\cdot f_{dr} & pentru\ i<0\end{cases}\quad i=-12..+12; i\neq 0$$

d.) Amplitudinea ultimei componente din bandă este:

$$30dB\geq 20\,lg\frac{A_p}{A_k}\Rightarrow\frac{A_p}{A_k}\geq 10^{\frac{30}{20}}\Rightarrow A_k\leq\frac{A_p}{10^{\frac{30}{20}}}=\frac{2.5}{31.66}=0.079056$$

dar

$$A_k=\frac{2\cdot A_{dr}\cdot A_p}{\pi(2\cdot k-1)}=\frac{0.238}{(2\cdot k-1)}\leq 0.079056\Rightarrow\frac{0.238}{0.079056}\leq(2\cdot k-1)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow k\geq\frac{\frac{0.238}{0.079056}+1}{2}\Rightarrow k\geq 2.0052$$

deci ultima componenta care amplitudine mai mare ca pragul impus este A_2 deci banda semnalului este:

$$B=\left[f_p-f_2;f_p+f_2\right]=\left[f_p-(2k-1)f_{dr};f_p+(2k-1)f_{dr}\right]=$$

$$\left[f_p-3f_{dr};f_p+3f_{dr}\right]=[940;1060]kHz$$

ML4. În cadrul modulaţiilor liniare, o posibilitate de a transmite semnale audio stereo (comercial - AM stereo) este de a utiliza modulaţia de amplitudine în cuadratură (QAM). Astfel, purtătoarea $s_I(t) = A_c \cos(\omega_c t)$ este modulată de semnalul $g_I(t) = V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)$, unde V_0 este o componentă continuă $g_{left}(t)$ este semnalul audio "left", iar $g_{right}(t)$ este semnalul audio "right". Purtătoarea în cuadratură $s_Q(t) = A_c \sin(\omega_c t)$ este modulată de semnalul $g_Q(t) = g_{left}(t) - g_{right}(t)$.

a) Demonstraţi că semnalul sumă $g_{left}(t) + g_{right}(t)$ poate fi recuperat cu ajutorul unui detector de anvelopă. Cum se poate minimiza distorsiunea semnalului produs de detectorul de anvelopă? De ce este necesară recuperarea semnalului sumă prin această metodă? *Indicaţie*: Anvelopa unui semnal de forma $x(t)\cos(\omega_c t) + y(t)\sin(\omega_c t)$ este $\sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2}$.

b) Demonstraţi că semnalul diferenţă $g_{left}(t) - g_{right}(t)$ poate fi recuperat cu ajutorul unui detector coerent.

c) Cum se pot obţine apoi semnalele $g_{left}(t)$ şi $g_{right}(t)$ dorite?

Rezolvare:

a) Semnalul modulat in cuadratură este:

$$
\begin{aligned}
s_{QAM}(t) &= A_c g_I(t)\cos(\omega_c t) + A_c g_Q(t)\sin(\omega_c t) = \\
&= A_c\left(V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)\right)\cos(\omega_c t) + A_c\left(g_{left}(t) - g_{right}(t)\right)\sin(\omega_c t)
\end{aligned}
$$

În urma detecţiei de anvelopă aplicată acestui semnal, se obţine:

$$
\begin{aligned}
s_e(t) &= A_c\sqrt{\left(V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)\right)^2 + \left(g_{left}(t) - g_{right}(t)\right)^2} = \\
&= A_c\left(V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)\right)\sqrt{1 + \left(\frac{g_{left}(t) - g_{right}(t)}{V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)}\right)^2}
\end{aligned}
$$

Se observă că semnalul de la ieşirea detectorului este distorsionat de componenta în cuadratură; această distorsiune se poate minimiza alegând o componentă continuă V_0 mare. Astfel, semnalul detectat devine:

$$s_e(t) \simeq A_c\left(V_0 + g_{left}(t) + g_{right}(t)\right)$$

şi este proporţional cu semnalul sumă $g_{left}(t) + g_{right}(t)$ (componenta continuă va fi eliminată).

Recuperarea semnalului sumă se face prin detecţie de anvelopă pentru a menţine compatibilitatea cu sistemele AM mono, unde nu se transmit două semnale distincte; se va demodula suprapunerea celor două semnale.

b) Semnalul diferenţă este detectat coerent prin înmulţire cu $A\sin(\omega_c t)$ (obţinut în urma recuperării purtătoarei) şi filtrare cu FTJ. Scrieţi relaţiile! (vezi curs).

c) Semnalele *left* şi *right* se obţin după egalizarea celor două semnale produse de detectorul de anvelopă şi cel coerent, şi sumarea, respectiv scăderea lor.