

INTRODUCERE


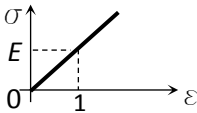
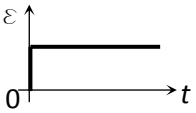

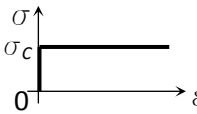
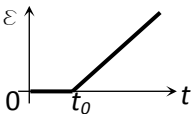

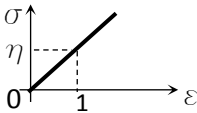
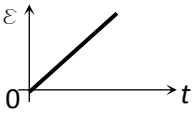
Orice construcție trebuie să corespundă scopului destinat, îndeplinind și criteriile de siguranță în utilizare. Rezistența și stabilitatea unei construcții rezultă în principal din alcătuirea și dimensionarea corectă a structurii portante. Structura portantă reprezintă ansamblul încheșat al elementelor rezistente, capabile să preia încărcările în condiții de siguranță. În cazul staticii, structura portantă este considerată sub forma unui schelet alcătuit din bare, care prin legăturile de la capetele lor asigură invariabilitatea geometrică a structurii și fixarea corespunzătoare față de teren.







Obiectul staticii construcțiilor este analiza răspunsului structurilor portante solicitate la diferite acțiuni, prin determinarea stării de eforturi și de deplasări ale unor modele alcătuite din bare. Datorită schematizărilor și metodelor de analiză folosite, statica are un rol important în formarea gândirii inginerilor proiectanți de structuri, oferind posibilitatea alegerii unor variante structurale corespunzătoare destinației și siguranței structurilor și furnizând date inițiale pentru dimensionări. Prin simplitatea acestor modele și metode se urmărește în primul rând aproximarea comportamentului structural. Abordarea unor modele mai perfecționate (mai exacte) este de asemenea posibilă, însă necesită instrumente adecvate (cum ar fi analiza asistată de calculator). În acest material se vor discuta doar unele aspecte referitoare la analiza statică liniar-elastică a structurilor plane alcătuite din bare.

SCHEMATIZĂRI

Materiale

Comportamentul materialelor de construcții este diferit în funcție de felul lor și de modul și durata solicitărilor. Reologia are ca obiect studiul deformării corpurilor, oferind staticii modele aproximante pentru comportamentul fizico-mecanic al materialelor de construcții. Proprietățile reologice se grupează în două mari categorii: fundamentale (incluzând elasticitatea, plasticitatea și vâscozitatea) și tehnologice (cum ar fi ductilitatea, maleabilitatea, penetrabilitatea etc.). În tabelul următor sunt prezentate sintetic trei modele reologice liniare (ilustrând proprietățile reologice fundamentale menționate) și două modele ideale (rigid și lichid):

Denumire	Schematizare	Ecuatii de stare	Curba caracteristică	Curba de stare	Domeniul utilizării
Liniar-elastic (Hooke)		$\sigma = E \cdot \varepsilon$ $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$			Analiza liniar elastică
Observații: deformarea apare în momentul încărcării (nu depinde de timp) și este reversibilă (dispare după încetarea încărcării).					
Liniar-plastic (Saint-Venant)		$\sigma = \sigma_c$ $\varepsilon \neq 0$			Calcul în domeniul plastic
Observații: deformarea apare numai la atingerea încărcării de curgere, după care va crește liniar și va fi remanentă.					
Liniar-vâscos (Newton)		$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon}$ $\varepsilon = \int \frac{\sigma}{\eta} dt$			Mecanica fluidelor
Observații: deformarea apare proporțional cu încărcarea.					

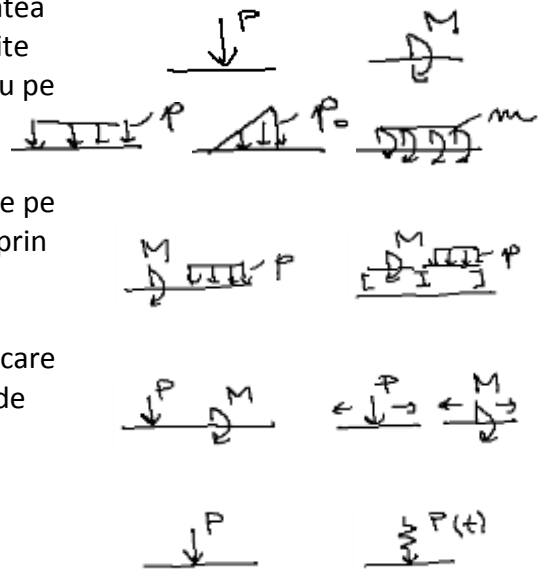
Rigid ideal (<i>Euclid</i>)		$\sigma \neq 0$ $\varepsilon = 0$			Mecanica corpului rigid
Observații: Corp nedeformabil.					
Lichid ideal (<i>Pascal</i>)		$\sigma = 0$ $\varepsilon \neq 0$			Mecanica fluidelor
Observații: deformarea apare și fără încărcare.					

Având în vedere că materialele de construcții dispun de cele trei proprietăți fundamentale (elasticitate, plasticitate, vâscozitate) în proporții diferite, de regulă se impune utilizarea unor modele reologice compuse pentru aproximarea comportării lor reale. Definirea acestor modele reologice compuse se realizează prin încercări experimentale în laboratoare de testare. În această parte de statică se va utiliza doar modelul liniar-elastic (pentru materialul "barelor" care vor alcătui schema structurală) și cel ideal rigid (pentru "terenul" de care se fixează structura).

Încărcări

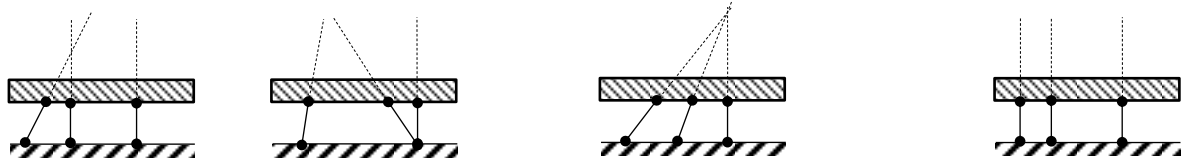
Orice cauză capabilă de a genera stări de solicitare mecanică într-o construcție se numește acțiune. În funcție de durata și frecvența lor, în proiectarea structurilor acțiunile sunt clasificate în acțiuni permanente (acționând pe toată durata utilizării construcției), temporare (acționând în anumite perioade de timp) și excepționale (cele care apar mai rar, însă cu o intensitate deosebită). Modelarea acțiunilor în statică se face prin încărcări (forțe, momente, variații de temperatură, cedări de reazem, deplasări impuse etc.). Încărcările se pot clasifica după mai multe criterii, cum ar fi:

- după repartizare: încărcări concentrate (intensitatea lor fiind aplicată într-un punct), încărcări distribuite (intensitatea lor fiind repartizată pe o distanță sau pe o suprafață);
- după modul de aplicare: încărcări directe (aplicate pe elemente portante), încărcări indirecte (aplicate prin intermediul unor elemente secundare, care vor transfera efectul lor elementelor portante);
- după poziție: încărcări fixe (ale căror zone de aplicare nu se modifică), încărcări mobile (ale căror zonă de aplicare se încadrează într-un interval, în cadrul căruia poate avea orice poziție);
- după variație: încărcări statice (cu intensitate constantă), încărcări dinamice (cu intensitate variabilă).



Legături

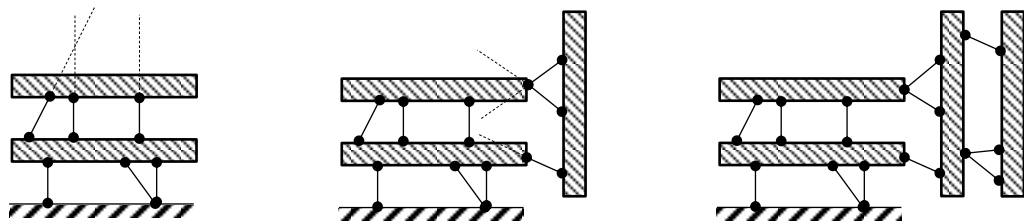
Pentru legarea corectă a unui corp rigid față de teren (în cazul unei probleme plane) sunt necesare 3 legături, dispuse astfel încât să se evite apariția unor centre instantanee de rotire. În ilustrațiile următoare sunt prezentate câteva variante corecte și incorecte:



Variante corecte (fără centre instantanee de rotire nu există posibilitatea unor deplasări relative).

Variante incorecte (cu centru instantaneu într-un punct, permițând rotirea corpului, sau centru instantaneu la infinit, permițând translația relativă a corpului față de teren).

În cazul dispunerii legăturilor între 2 corpuri rigide, problema se pune similar cu cazul precedent. Pentru fiecare alt corp rigid adăugat, vor fi necesare alte 3 legături simple dispuse corect.



În concluzie, condiția necesară pentru alcătuirea unui sistem geometric invariabil din corpuri și fixat de teren se poate scrie sub forma:

$$3 \cdot b = l + s$$

unde b este numărul corpurilor, l este numărul legăturilor interne (între corpuri) și s este numărul legăturilor externe (cu terenul). Utilizând relația de mai sus, se poate exprima gradul de determinare pentru un sistem de corpuri:

$$g = l + s - 3 \cdot b$$

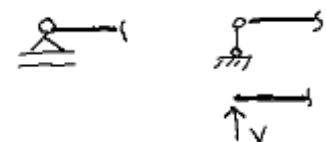
În funcție de valoarea acestui grad de determinare, putem vorbi de sisteme static nedeterminate ($g > 0$, cu mai multe legături decât cele necesare) sau sisteme static determinate ($g = 0$, cu atâtea legături câte sunt necesare) dacă legăturile sunt dispuse corect, sau de mecanisme ($g < 0$, cu mai puține legături decât ar fi necesare).

Scheme structurale

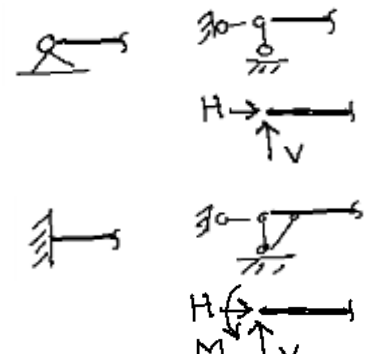
Pentru alcătuirea schemelor structurale se folosesc bare (reprezentate prin axele lor) și conexiuni (legături schematizate). Dispunerea acestora trebuie să se facă astfel încât să se asigure invariabilitatea geometrică a structurii și fixarea acesteia de teren. La alcătuirea schemei structurale sunt utilizate două categorii de scheme pentru conexiuni: interne (între barele care alcătuiesc structura) și externe (pentru fixarea structurii de teren).

Legăturile externe sunt necesare pentru fixarea schemei structurale față de teren, având și rolul de a transfera efectele solicitărilor terenului (permițând exprimarea reacțiunilor). Schemele acestor legături se numesc generic "aparate de reazem" în statică. În cazul structurilor plane aceste legături pot fi reazeme simple (permițând rotirea și translația relativă a capătului atașat), reazeme articulate (permițând doar rotirea relativă a capătului atașat) sau încastrări (prinderi rigide, fără posibilitatea vreunei deplasări relative a capătului atașat):

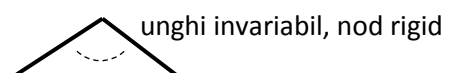
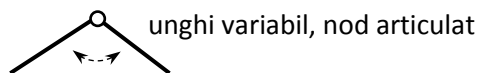
- capăt de bară prins cu un reazem simplu de teren (o singură legătură simplă, blocând translația relativă pe direcția legăturii. Îi corespunde o forță de reacțiune pe direcția legăturii simple);



- capăt de bară prins cu un reazem articulat de teren (două legături simple, blocând translația relativă pe cele două direcții. Îi corespund două componente ale unei forțe de reacțiune, care se pot descompune / proiecta după direcții convenabile);
- capăt de bară încastrat de teren (trei legături simple, blocând rotația și translațiile relative. Reacțiunile corespunzătoare vor cuprinde moment încovoietor pe lângă cele două componente/proiecții de forță).



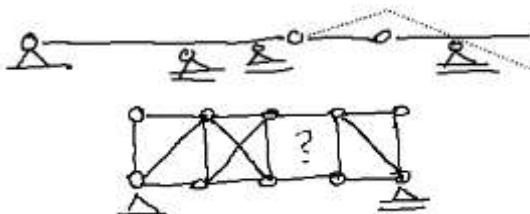
Legăturile interne apar la noduri și în cazul structurilor plane pot fi articulate (permiteți rotația relativă a capetelor de bare, fără frecare) sau rigide (unghiul dintre tangentele capetelor de bare fiind invariabil):



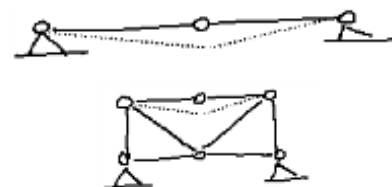
O articulație reprezintă două legături simple (vor corespunde două componente/proiecții ale forței de legătură), iar un nod rigid înseamnă trei legături simple (forțele de legătură corespunzătoare vor consta din moment încovoietor și două componente/proiecții de forță). Rolul principal al legăturilor interne este de a asigura invariabilitatea geometrică a schemei structurale, însă ele contribuie și la transferul efectelor încărcărilor prin structură (prin forțele de legătură).

În cazul unor analize mai complexe se pot lua în considerare și schematizări mai avansate (de exemplu articulații plastice sau noduri parțial rigide, legături flexibile etc.), însă au fost prezentate doar cele care vor fi utilizate în această parte introductivă de statică.

La dispunerea legăturilor (interne și externe) trebuie avut grijă ca să se evite porțiunile care nu pot prelua încărcări (zone deplasabile, mecanisme parțiale) și sistemele critice (părți cu deplasări și eforturi incontroleabile).



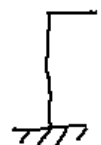
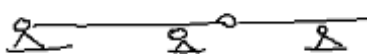
Sisteme cu zone deplasabile (mecanisme parțiale).



Sisteme critice (o deplasare mică pe verticală a nodului central ar duce la variații mari ale efortului axial în barele orizontale adiacente).

În funcție de modul de alcătuire și de stările de solicitare probabile, schemele structurilor plane se pot clasifica în următoarele categorii:

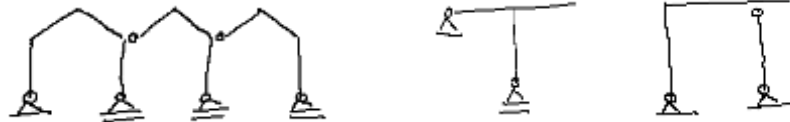
- grinzi drepte, frânte, curbe etc. (structuri solicitate de regulă la încovoiere);



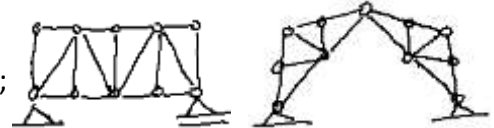
- arce (structuri solicitate de regulă la compresiune);



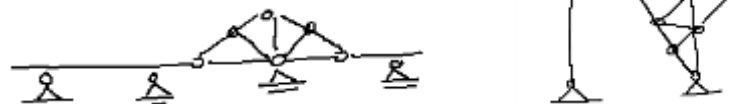
- cadre plane, alcătuite din bare cu orientare diferită și legate prin noduri rigide (structuri solicate de regulă la încovoiere);



- structuri articulate plane, alcătuite din bare cu orientare diferită și legate prin noduri articulate (structuri solicate la eforturi axiale) sau zăbrelețe;



Desigur, clasificarea de mai sus fiind relativă, există și posibilitatea alcătuirii unor scheme structurale care să conțină părți din mai multe categorii, ca de exemplu:



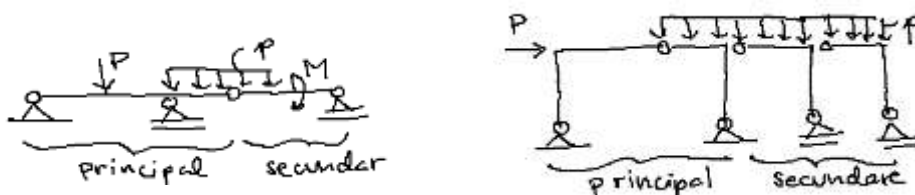
ECHILIBRUL STATIC

Definirea unei probleme de statică se face prin construirea unor scheme de calcul. Aceste scheme sunt compuse din scheme structurale pe care se reprezintă și schema aferentă încărcărilor considerate. Pentru aplicarea condițiilor de echilibru static trebuie să fie cunoscute toate forțele care acționează pe structură. Exprimarea echilibrului static se realizează prin determinarea rezultantei tuturor forțelor care acționează pe structură, punând condiția ca valoarea acestei rezultante să fie nulă. Condițiile pentru echilibrul static pot fi exprimate pe mai multe căi:

- pe cale analitică (prin ecuații pentru componentele forțelor proiectate după două direcții distincte și prin ecuații de momente);
- pe cale vectorială (prin însumarea vectorilor și reducerea tursorului față de un punct ales);
- pe cale grafică (prin reprezentarea grafică proporțională a forțelor, în funcție de orientările lor, construind un poligon funicular).

Alegerea variantei celei mai avantajoase dintre cele de mai sus se face în funcție de tipul structurii, natura încărcărilor și după experiența utilizatorului.

Structurile pot fi alcătuite din elemente portante și elemente neportante (altfel zis "purtate", care pot prelua încărcări pe care le transferă elementelor portante sau care contribuie doar la stabilitate). Există situații în care trebuie să se țină cont de prezența unor părți principale și secundare. Părțile principale sunt alcătuite din elementele portante care pot prelua încărcările singure, transferând nemijlocit efectul lor terenului, pe când părțile secundare asigură mai degrabă invariabilitatea geometrică a structurii, rezemându-se pe părțile principale:



Pentru rezolvarea schemelor de calcul care conțin părți principale și părți secundare, de regulă se izolează întâi părțile secundare (pentru a determina forțele de legătură dintre acestea și părțile principale, proiectând apoi cu sens contrar aceste forțe de legătură pe părțile principale rămase).

Echilibrul static se poate exprima pentru întreaga schemă structurală (dacă se urmărește determinarea reacțiunilor) sau pentru oricare parte din structură (dacă se urmărește obținerea forțelor de legătură sau a eforturilor). Pentru exprimarea echilibrului pe întreaga structură, legăturile cu terenul ale structurii se înlocuiesc cu forțele de legătură corespunzătoare (reacțiuni). În mod similar, pentru exprimarea echilibrului unei părți din structură, legăturile cu restul structurii ale acestei părți se înlocuiesc cu forțele de legătură corespunzătoare. În cazul secționării unor bare, vor rezulta forțe interne (eforturi).

În situația în care condițiile de echilibru static nu sunt suficiente pentru exprimarea echilibrului, acestea pot fi suplimentate cu condiții de compatibilitate ale legăturilor, deplasărilor etc., sau cu condiții de continuitate materială, conducând astfel la condiții de echilibru elastic. Există și o formă mai generală de exprimare a condițiilor de echilibru, prin utilizarea principiului lucrului mecanic virtual.

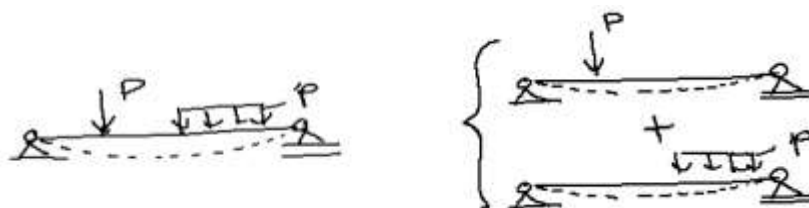
Ipoteze fundamentale

În analiza statică liniar elastică, pe lângă ipotezele deja cunoscute din mecanică și din rezistența materialelor (omogenitatea materialelor, planeitatea și ortogonalitatea secțiunilor etc.), sunt trei ipoteze fundamentale:

- încărcările apar împreună cu structura (nu există un moment inițial fără încărcări);
- toate forțele sunt conservative (nu își schimbă punctul și direcția de acțiune);
- materialul barelor este continuu, omogen și izotrop, comportându-se după modelul liniar-elastic (se aplică legea lui Hooke).

Aceste ipoteze sunt valabile în domeniul micilor deplasări, considerând că pozițiile diferitelor puncte din structură, rezultate în urma acțiunii încărcărilor, sunt foarte apropiate de poziția lor inițială. Astfel, condițiile de echilibru static se exprimă pe forma inițială (nedeformată) a structurii, ignorând deplasările provocate de încărcări (deși există posibilitatea determinării acestor deplasări după efectuarea analizei statice) și considerând terenul infinit rigid.

Fiind vorba de o analiză liniară desfășurată în domeniul micilor deplasări, se acceptă proporționalitatea dintre încărcări și deplasările pe care le produc. În consecință, se poate aplica oricând suprapunerea liniară de efecte, descompunând încărcările mai complicate în componente mai simple, tratate separat, iar rezultatul final obținându-se prin însumarea acestor efecte (după cum este ilustrat în figura de mai jos). De asemenea, se pot realiza combinații ale ipotezelor de încărcare, pentru a stabili cazurile cele mai defavorabile.



Eforturi

Metoda secțiunilor este cea prin care se poate exprima echilibrul oricărei părți dintr-o structură (în urma creării unei discontinuități și înlocuirea legăturilor suprimate cu efectul lor). În urma secționării virtuale a unei bare (axe), forțele interne care se vor evidenția (înlocuind efectul legăturilor suprimate) se numesc eforturi.



În cazul unui sistem de referință ortogonal plan (considerând posibile două translații distincte și o rotație), aceste eforturi pot fi:

- efort axial, notat cu N (orientat după axul barei, considerat cu semn pozitiv dacă trage de fața secțiunii);
- forță tăietoare, notată cu T sau cu Q (orientată perpendicular pe axul barei, considerată cu semn pozitiv dacă acționează pe fața secțiunii în sensul acelor de ceasornic);
- moment încovoietor, notat cu M (orientat perpendicular pe planul format de efortul axial și de forța tăietoare).

În cazul structurilor plane încărcate normal pe planul lor, poate să apară și moment de torsiune, notat cu M_t (orientat după axul barei, considerat pozitiv dacă răsuște în sens orar după regula "șurubului").

În scopul reprezentării stării de eforturi din bare, se determină valorile în punctele caracteristice (în punctele în care acționează încărcări și în noduri) și se reprezintă grafic modul în care valorile eforturilor variază de-a lungul axelor barelor care alcătuiesc schema structurală. Aceste reprezentări grafice se numesc diagrame de efort. Pe diagramele care reprezintă de-a lungul axelor barelor unei structuri variația efortului axial, respectiv variația forței tăietoare, se marchează semnele pozitive și negative ale eforturilor, iar în cazul diagramelor de moment încovoietor valorile se reprezintă pe partea fibrei întinse a barelor.