

CURS 5

STRUCTURI ARTICULATE PLANE
(GRINZI CU ZĂBIRELE)

STRUCTURILE ARTICULATE PLANE SUNT ANSAMBLURI ALCĂTUITE DIN BARE PRINSE ÎN ARTICULAȚII.

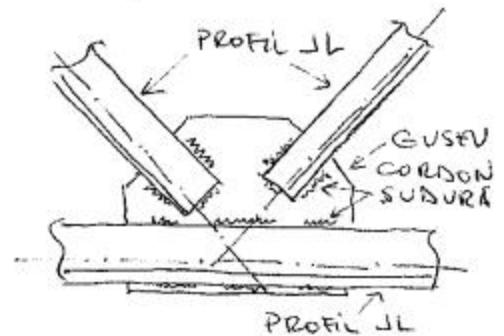
PE LĂNGĂ IPOTEZELE ACCEPTATE ÎN CALCULUL LINIAR ELASTIC AL STRUCTURILOR, SE ACCEPTĂ ȘI URMĂTOARELE IPOTEZE SPECIFICE:

1) ARTICULAȚIILE (ÎN CARE SUNT PRINSE LA CAPETE BARELE) SUNT PERFECTE (FĂRĂ FRELARE, DECI NU SE OPUN ROTIRII BARELOR).

ÎN REALITATE NU EXISTĂ ASEMENEA ARTICULAȚII, DEOARECĂ PRINDEREA BARELOR SE REALIZEAZĂ PRIN SĂDURI, ȘURUBURI SAU NIȚURI ȘI GUSEE (GUSEELE SUNT PLĂCI DE MONTAJ LA ÎMBINĂRI). ÎN CONSECINȚĂ, ÎN REALITATE APAR ȘI MOMENTE ÎNCOVICTOARE LA CAPETELE BARELOR, ÎNSĂ, ÎN CALCULUL SIMPLIFICAT ACESTEA SUNT IGNORATE (CONSIDERÂND EFECTUL LOR NEGLIJABIL). LUNGIMEA MARE A BARELOR ÎN RAPORT CU DIMENSIUNILE LOR SECTIONALE PERMITE ACCEPTAREA ACESTEI IPOTEZE.

2) AXAREA BARELOR SE REALIZEAZĂ ÎN PUNCTUL TEORETIC DE ARTICULARE. ÎN CONSECINȚĂ FORȚELE AXIALE VOR FI CONCURRENTE ÎN NOD.


ÎN REALITATE NICI ACEASTĂ IPOTEZĂ NU ESTE ÎNDEPLINITĂ DE REGULĂ, DEȘI, PRINTR-O ALEGERE CORECTĂ A GEOMETRIEI GUSEELOR ȘI A POZIȚIONĂRII BARELOR SE POATE APROPIA SUFICIENT DE SITUAȚIA IPOTETICĂ (A SE VEDEA FIGURĂ ALĂTURATĂ).




3) ÎNCĂRCĂRILE SUNT APLICATE ÎN NODURI (IA FORȚE CONCENTRATE). ÎN REALITATE NICI ACEASTĂ IPOTEZĂ NU ESTE CORECTĂ, DEOARECĂ TOATE ELEMENTELE AU GREUTATE PROPRIE. UTILIZÂND UNELE PĂRȚI SECUNDARE (PANE, ANTRITOAZE ETC.) NE PUTEM APROPIA DE ACEASTĂ SITUAȚIE IPOTETICĂ (EXCEPTÂND GREUTATEA PROPRIE).

DIN ACESTE IPOTEZE REZULTĂ, CĂ ÎN BARELE STRUCTURILOR ARTICULATE VOR APĂREA DOAR SOLICITĂRI AXIALE, DEFORMĂȚILE CE SE POT PRODUCE SE VOR DATORA MODIFICĂRII LUNGIMII BARELOR (ARTICULATE).

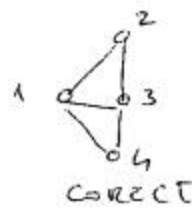
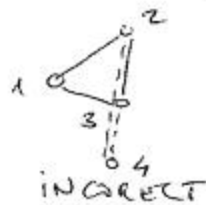
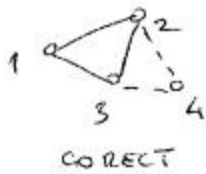
CONDIȚIA DE INVARIABILITATE GEOMETRICĂ ȘI FIXAREA FATA DE TEREN:

2 NODURI SE LEAGĂ PRINTR-O BARĂ: 

3 NODURI SE LEAGĂ PRIN 3 BARE: 

TRIUNGHUL ESTE CEA MAI SIMPLĂ FIGURĂ GEOMETRICĂ INVARIABILĂ. ORICE NOD SUPPLEMENTAR VA NEBESITA FIXAREA

CU ÎNCĂ 2 BARE (ÎNSĂ, ATENȚIE LA DISPUNERE, PENTRU A EVITA FORMELE CRITICE).



OBSERVAȚIE:
FORMA CRITICĂ ESTE UNA LA CARE EFORTURILE NU SE POT DETERMINA (SUNT POSIBILE MICI DEPLASĂRI CARE VOR PRODUCE O VARIATIE INCONTROLABILĂ A EFORTURILOR).

RELATIA DE INVARIABILITATE GEOMETRICĂ ESTE: $b + 3 = 2n$

ACEASTĂ RELATIE ESTE CONDIȚIE NECESARĂ, ÎNSĂ NU ȘI SUFICIENTĂ. PENTRU A FI SUFICIENTĂ, BARELE TREBUIE SĂ FIE DISPUSE CORECT (EVITÂND FORMELE CRITICE ȘI ZONE CA MECANISME).

RELATIA PRECEDENTĂ SE POATE SCRIE ȘI ÎN FELUL URMĂTOR:

$$g = b + 3 - 2n$$

DACĂ $g = 0$ ÎNSEMNĂ CĂ EXISTĂ NUMĂRUL MINIM NECESAR DE BARE. DACĂ $g > 0$ ÎNSEMNĂ CĂ EXISTĂ UN NUMĂR SUPPLEMENTAR DE BARE. DACĂ $g < 0$ ATUNCI AVEM UN MECANISM (DATORITĂ NUMĂRULUI INSUFICIENT DE BARE).

FIXAREA UNUI CORP FATĂ DE TEREN SE PUNE ÎN MOD SIMILAR, FIIND NECESARE 3 LEGĂTURI (ÎN PLAN). APLICÂND RELATIA ANTERIOARĂ (NOTÂND REZEMĂRILE CU r , REPREZENTÂND CELE 3 LEGĂTURI AMINTITE):

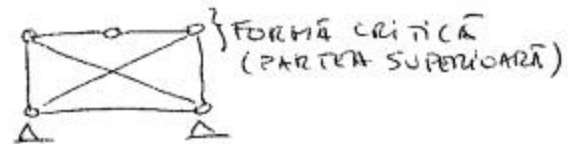
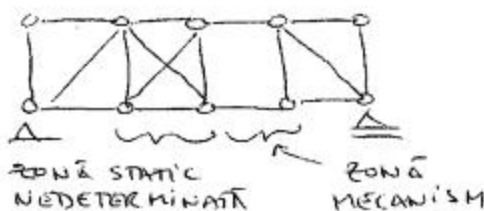
$$g = b + r - 2n$$

\uparrow nr. de bare \uparrow rezemări (r=3) \uparrow nr. de noduri

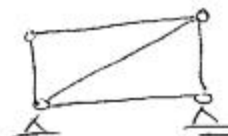
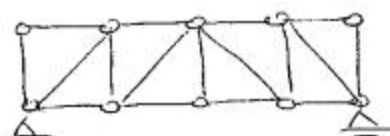
OBSERVAȚIE: O LEGĂTURĂ ÎN PLUS POATE SUPLINI LIPSA UNEI BARE (LEGĂTURA DINTRE 2 NODURI), DECI $r \geq 3$.

DACĂ $r \geq 3$ ȘI $g = 0$ ATUNCI STRUCTURA ESTE INVARIABILĂ GEOMETRIC DOAR CU REZEMĂRILE ÎMPREUNĂ!

GRESIT:



CORECT:



STRUCTURA ESTE STATIC DETERMINATĂ DACĂ CONTINE NUMĂRUL MINIM DE LEGĂTURI NECESAR PENTRU INVARIABILITATE GEOMETRICĂ ȘI PENTRU FIXARE FAȚĂ DE PĂRĂM (g = 0)

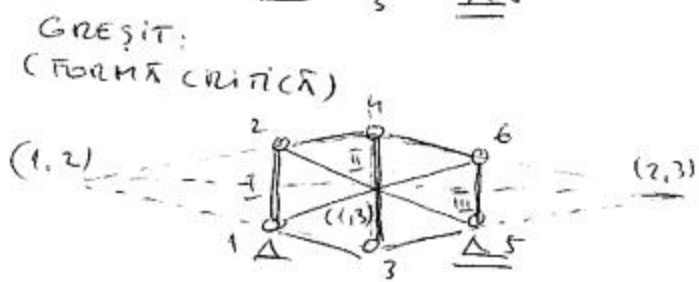
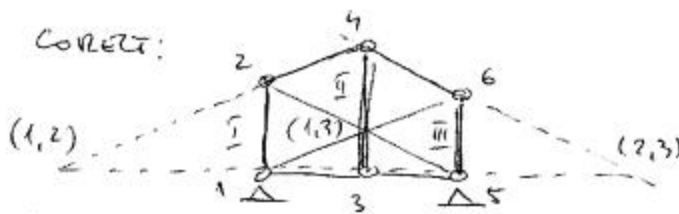
PENTRU FIECARE NOD SE POT SCRIE 2 ECUAȚII DE ECHILIBRU STATIC (IN PLAN). ACESTE ECUAȚII SUNT EXPRESATE ÎN MOD UZUAL PRIN PROIECTIILE COMPONENTELOR FORȚELOR, DUPĂ AXELE UNUI SISTEM DE REFERINȚĂ.

CONSIDERÂND RELAȚIA $g = b + r - 2n = 0$ SE POATE SCRIE:
 $2n = b + r$

CEEA CE ÎNSEAMNĂ, CĂ DACĂ PENTRU FIECARE NOD SE POT SCRIE 2 ECUAȚII DE ECHILIBRU, ACEST PROCEDIU PERMITE DETERMINAREA TUTUROR NECUNOSCUTELOR.

OBSERVAȚIE: PROCEDUL POATE FI APLICAT ATĂT PE BARELE INDIVIDUALE, CĂT ȘI PE SUBSTRUCTURI GEOMETRIC INVARIABILE (CONSIDERATE CORPURI LEGATE).

ÎNAINTE DE REZOLVAREA STRUCTURILOR ARTICULATE TREBUIE ACORDATĂ O ATENȚIE MARE LA ALCĂTUIREA CORECTĂ A SCHEMII DE CALCUL, PENTRU EVITAREA FORMELOR CRITICE ȘI A ZONELOR CU CARACTER DE MECANISM. ÎN CAZUL FORMELOR CRITICE COMPORTAREA STRUCTURII VA DEPĂȘI DOMENIUL MICILOR DEPLĂȘĂRI!



ÎN EXEMPLUL ALĂTURAT, BARELE 1-2, 3-4 ȘI 5-6 POT FI CONSIDERATE CORPURI RIGIDE, LEGATE ÎNTRE ELE CU PENDULI. LA O ANALIZĂ ATENȚĂ VA REZULTA COLINERARITATEA CENTRELOR INSTANȚEE DE ROTIRE (A SE VEDEA CURSUL DE MECANICĂ) ÎN CAZUL VARIANTEI ADUAT.

STRUCTURILE ARTICULATE PLANE POT FI CLASIFICATE ÎN 3 TIPURI:

STRUCTURI SIMPLE:



STRUCTURI COMPUSE:
(COMBINATII DE STRUCTURI SIMPLE)



STRUCTURI COMPLEXE:
(CARE NE SE ÎNCADRĂTĂ ÎN CATEGORIILE PRECEDENTE)



CURS 6

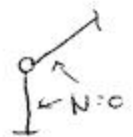
DETERMINAREA EFORTURILOR LA STRUCTURILE ARTICULATE PLANE

1) METODA IZOLĂRII NODURILOR

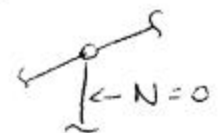
ESTE O METODĂ CARE SE APLICĂ ÎN GENERAL, LA DETERMINAREA EFORTURILOR, ÎN CAZUL STRUCTURILOR SIMPLE ESTE PRACTICĂ CU CONDITIA, CA SĂ NU FIE MAI MULT DE 2 NECUNOSUTE PE NOD. ÎN ASEMENEA SITUATII ÎN FIECARE NOD SE POT SCRIE 2 ECUATII DE PROIECTII (PE DIRECTII ALESE CONVENABIL) PENTRU CELE 2 NECUNOSUTE (EFORTURI ÎN BARE).

OBSERVAȚIE: SE POT IDENTIFICA BARELE INACTIVE DINTR-O STRUCTURĂ PENTRU O SITUATIE DE ÎNCĂRCARE.

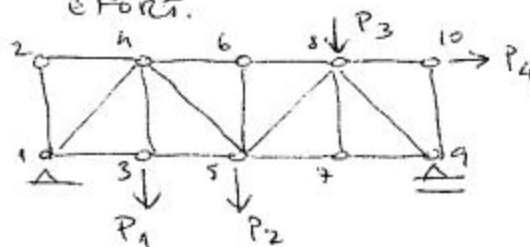
ÎN CAZUL A 2 BARE CONCURRENTE ÎNTR-UN NOD NEÎNCĂRCAT, DACĂ BARELE NU SUNT COLINEARE ATUNCI EFORTUL ABIAL DIN ELE VA FI NUL.



ÎN CAZUL UNUI NOD NEÎNCĂRCAT ÎN CARE SE ÎNTĂLNESC 2 BARE COLINEARE CU O A 3-A BARĂ, ACEASTA DIN URMĂ NU VA AVEA EFORT.



EXEMPLU:

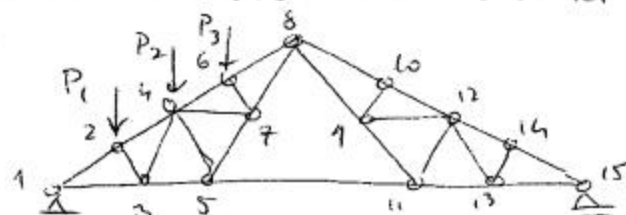


BARELE CU EFORT NUL VOR FI:

- 1-2
- 2-4
- 5-6
- 7-8

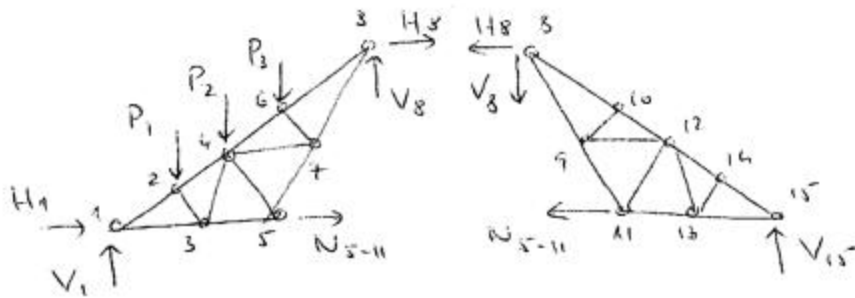
ÎN CAZUL UNOR STRUCTURI COMPUSE SE POATE RECURGE LA O ORDINE DE PARCUREȘTE ÎN SALTURI, CĂUTÂND NODURILE CU CĂTE 2 NECUNOSUTE (BARE CU EFORT NECUNOSUT).

EXEMPLU:



LA STRUCTURA COMPUȘĂ DIN FIGURĂ, SE OBSERVĂ CĂ ÎN NODURILE 2, 3 ȘI 6 AVEM CĂTE 3 NECUNOSUTE, IAR ÎN NODUL 5 SUNT 4 NECUNOSUTE, RESPECTIV 5 NECUNOSUTE ÎN NODUL 4. REZOLVAREA SE POATE ÎNCEPE PRIN IZOLAREA NODULUI 1, DE UNDE SE POATE TRECE LA NODURILE 2, APOI 3.

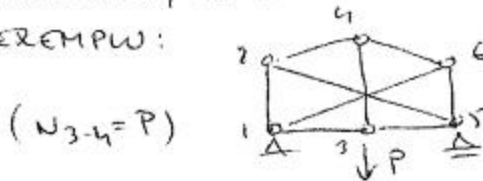
O ALTĂ ABORDARE EFICIENTĂ ESTE DESCOMPUNEREA STRUCTURII ÎN SISTEME SIMPLE (CA ÎN FIGURA URMĂTOARE).



ÎN CAZUL PĂRȚII DIN DREAPTA, SE POATE OBSERVA CĂ BARELE 9-10 ȘI 13-14 VOR AVEA EFORȚ NUL.

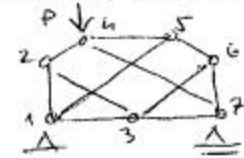
ÎN CAZUL UNOR STRUCTURI COMPLEXE, PE LĂNGĂ OBSERVAȚILE ANTERIOARE, SE UTILIZEAZĂ SIMETRIA ȘI ANTISIMETRIA.

DE EXEMPLU:

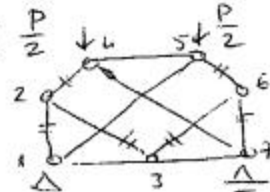


STRUCTURA FIIND SIMETRICĂ, SE DETERMINĂ EFORȚUL ÎN BARA VERTICALĂ DIN MILOC (3-4), APOI SE POATE APLICA METODA ÎZOLĂRII NODURILOR, PORȚIND DE LA NODUL 4 (DE SUS).

SAU, SE POATE DESCOMPUNE STRUCTURA ÎNCĂRCATĂ ÎNTR-O VARIANTĂ SIMETRICĂ ȘI UNA ANTISIMETRICĂ, CA ÎN EXEMPLUL ALĂTURAT.

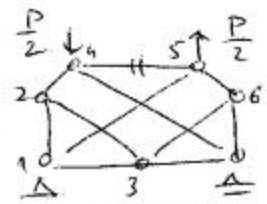


LA VARIANTA ANTISIMETRICĂ SE OBSERVĂ CĂ BARA 4-5 NU POATE AVEA EFORȚ.



LA VARIANTA SIMETRICĂ (ȘI EFORȚURILE AR TREBUI SĂ FIE SIMETRICE), PROIEȚIILE FORȚELOR DIN NODUL 3 SE POT ECHILIBRA PE VERTICALĂ DOAR DACĂ BARELE 2-3 ȘI 3-6 NU AU EFORȚ. REZULTĂ, CĂ NICI BARELE 1-2, 2-4, RESPECTIV 5-6, 6-7 NU VOR AVEA EFORȚ. DUPĂ ACESTE OBSERVAȚII SE APLICĂ METODA ÎZOLĂRII NODURILOR, REZOLVÂND SEPARAT CELE DOUĂ VARIANTE. EFORȚURILE FINALE SE VOR OBTINE PRIN ÎNSUMAREA EFORȚURILOR DIN CELE DOUĂ VARIANTE, PENTRU FIECARE BARĂ INDIVIDUALĂ.

SIMETRIC (ȘI EFORȚURILE VOR FI SIMETRICE)

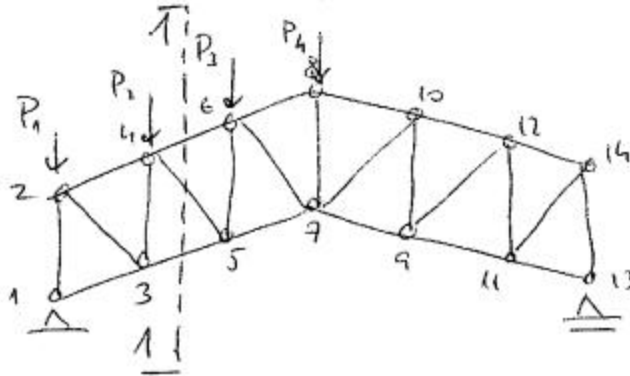


ANTISIMETRIC (ȘI EFORȚURILE VOR FI ANTISIMETRICE)

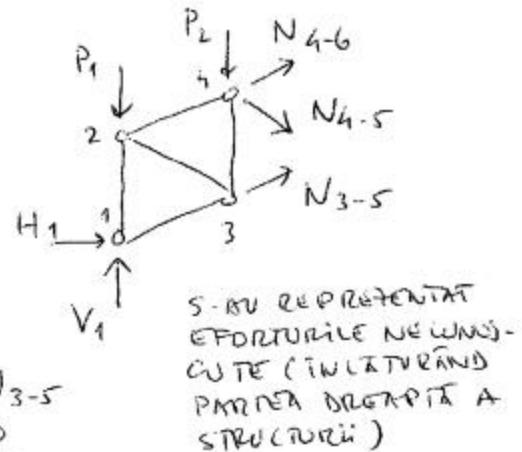
2) METODA SECȚIUNILOR

ESTE METODA CARE SE APLICĂ LA TOATE STRUCTURILE STATIC DETERMINATE PENTRU DETERMINAREA EFORȚURILOR. ÎN CAZUL SISTEMELOR ARTICULATE PLANE SE APLICĂ ATUNCI CÂND SE DOREȘTE DETERMINAREA EFORȚURILOR ÎN ANUMITE BARE. MARCÂND SECȚIUNILE CORESPUNZĂTOARE, APLICÂND ECUAȚIILE DE ECHILIBRU STATIC PE EFORȚURILE RELEVATE, SE VOR OBTINE VALORILE ACESTORA.

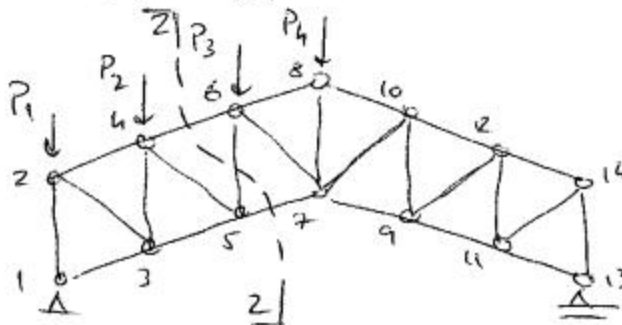
EXEMPLIFICARE:



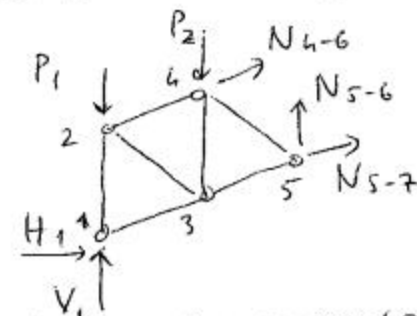
CONSIDERĂND SECȚIUNEA 1-1:



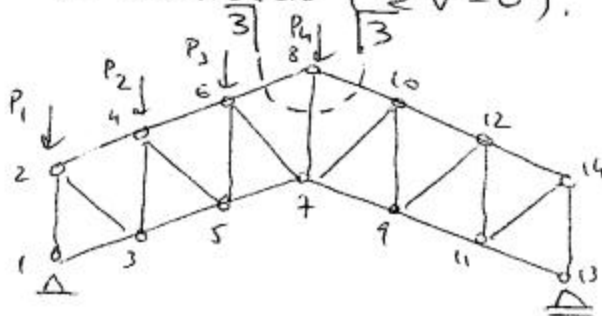
PENTRU DETERMINAREA EFORTULUI N_{3-5} DIN SECȚIUNEA 1-1, SE VA SCRIE O ECUAȚIE DE MOMENTE ÎNCONDIȚIONARE NULĂ ÎN ARTICULAȚIA 4 ($\sum M_4 = 0$), NECUNOSCUTELE N_{4-6} ȘI N_{4-5} CONCURĂND ÎN NODUL 4. ÎN MOD SIMILAR, DACĂ SE SCRIE ECUAȚIA DE MOMENTE ÎNCONDIȚIONARE ÎN ARTICULAȚIA 5 (PRIN CARE TREC EFORTURILE N_{3-5} ȘI N_{4-5}), SE POATE AFLA VALOAREA NECUNOSCUTEI N_{4-6} ($\sum M_5 = 0$). PENTRU A AFLA VALOAREA EFORTULUI N_{4-5} , SE POATE SCRIE ECUAȚIA DE ECHILIBRU A PROIECȚIILOR FORȚELOR PE ORIZONTALĂ ($\sum H = 0$), IAR PENTRU VERIFICAREA VALORILOR SE POATE APLICA ECUAȚIA DE ECHILIBRU A PROIECȚIILOR FORȚELOR PE VERTICALĂ ($\sum V = 0$).



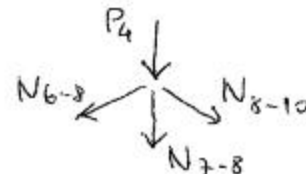
CONSIDERĂND SECȚIUNEA 2-2



CU VALORILE EFORTURILOR N_{4-6} ȘI N_{5-7} CUNOSUTE (PRIN APLICAREA UNOR SECȚIONĂRI DE TIPUL SECȚIUNII 1-1), SE POATE AFLA VALOAREA EFORTULUI N_{5-6} DIN MONTANT, DACĂ SE SCRIE ECUAȚIA DE ECHILIBRU A PROIECȚIILOR FORȚELOR PE VERTICALĂ ($\sum V = 0$).

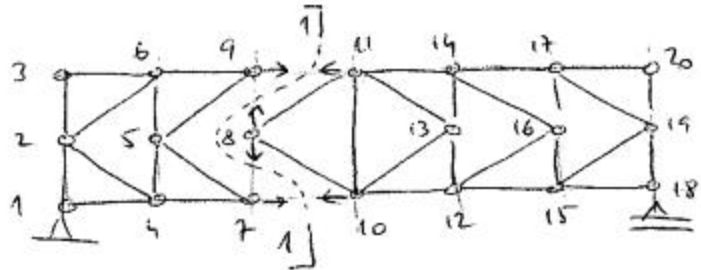


CONSIDERĂND SECȚIUNEA 3-3



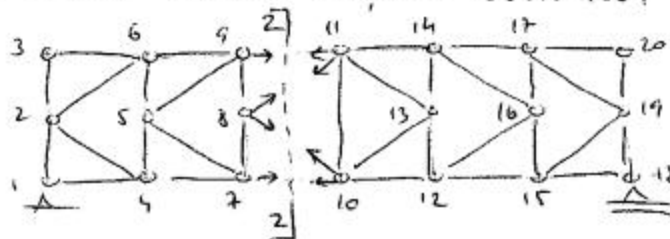
SE POATE DETERMINA EFORTUL N_{7-8} DIN MONTANT DUPĂ CE N_{6-8} ȘI N_{8-10} SUNT CUNOSUTE.

UN CAZ MAI SPECIAL POATE SĂ APARĂ ATUNCI, CÂND NU SE POT TĂIA DOAR 2 BARE, CUM SE ÎNTÂMPLĂ LA STRUCTURILE CU ZĂBRELE ÎN FORMA K, LA ASEMENEA STRUCTURI SE POT GENERA SECȚIUNI DE TIPUL URMĂTOR, PENTRU DETERMINAREA EFORTURILOR DIN TĂLPĂ (SUS ȘI JOS):



SECȚIUNEA 1-1 PENTRU DETERMINAREA EFORTURILOR N_{7-10} ȘI N_{9-11} (Scriind ecuații de moment în articulațiile 9, respectiv 7).

PENTRU DETERMINAREA EFORTURILOR DIN DIAGONALE SE POT UTILIZA SECȚIUNI VERTICALE:



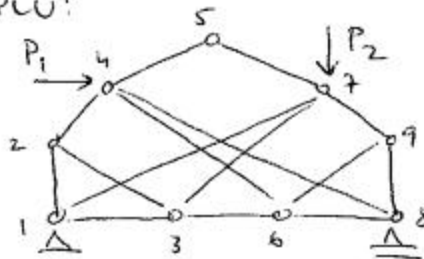
DUPĂ AFĂURAREA EFORTURILOR DIN TĂLPĂ, SE POT AFLA EFORTURILE DIN DIAGONALELE N_{8-10} ȘI N_{8-11} .

ÎN FINAL, DACĂ SE DORESC ȘI EFORTURILE DIN MONTANȚI, SE POATE APLICA METODA ÎNLOCUIRII NODURILOR.

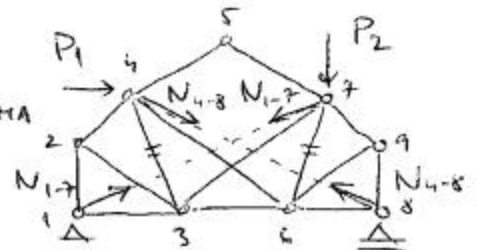
3) METODA ÎNLOCUIRII BARELOR

ESTE O METODĂ SPECIFICĂ STRUCTURILOR ARTICULATE COMPLEXE. IDEA DE BAZĂ ESTE DE A TRANSFORMA SCHEMA STRUCTURALĂ ÎNTR-UNA MAI USOARĂ DE REZOLVAT. ÎN ACEST SCOP, ÎN LOCUL UNOR BARE SE REPREZINTĂ EFORTURILE (CA ÎNCĂRCĂRI CU VALOARE NECUNOSCUTĂ, DAR CU DIRECȚIA CUNOSCUTĂ), IAR ÎNTRE ANUMITE NODURI NE CONECTATE SUNT ÎNTRDUSE BARE SUPLEMENTARE (ȘTIIND, CĂ ÎN ACESTE BARE SUPLEMENTARE NU POT EXISTA EFORTURI).

EXEMPLU:



SE POATE TRANSFORMA ÎN:



DUPĂ CUM SE OBSERVĂ, BARELE 4-8 ȘI 1-7 AU FOST ELIMINATE (EFECTUL LOR FIIND ÎN LOCUL CU EFORTUL NECUNOSCUT DIN ELE), ÎAR BARELE SUPLEMENTARE 3-4 ȘI 6-7 INTRODUSE NU VOR AVEA EFORT (ELE NEEXISTÂND ÎN STRUCTURA ÎNȚIALĂ), ÎN ACEST MOD VARIANTA OBTINUTĂ A STRUCTURII ÎNȚIALE POATE FI REZOLVATĂ CHIAZ ȘI PRIN METODA ÎNLOCUIRII NODURILOR.

LA APLICAREA ACESTEI METODE TREBUIE AVUT GRIJĂ, CA ȘI VARIANTA TRANSFORMATĂ A STRUCTURII SĂ FIE CORECT ALCTUITĂ (INVARIABLE GEOMETRIC ȘI FIXATĂ CORESPUNZĂTOR FAȚĂ DE TEREN).

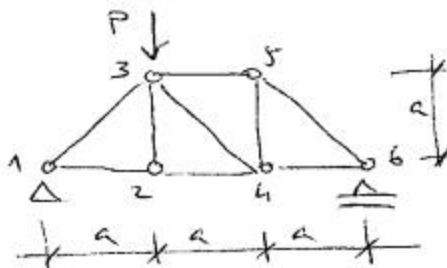
4) METODA GRAFICĂ

ESTE PROBABIL CEA MAI VECHIE METODĂ UTILIZATĂ PENTRU REZOLVAREA STRUCTURILOR ARTICULATE PLANE (DE FAPT, SCHEMATIZAREA ACESTORA ÎȘI ARE ORIGINEA DIN METODA GRAFICĂ). PROCEDEUL DE REZOLVARE ARE LA BAZĂ EPURA CREMONA, PRIN REPREZENTAREA POLIGONULUI FUNICULAR AL FORTELOR.

OBSERVAȚIE: CREMONA NU ESTE DOAR NUMELE UNUI PERSONAJ, CI ȘI A UNUI INSTRUMENT MECANIC UTILIZAT PENTRU RETRASAAREA DESENELOR LA O ALTĂ SCARĂ (MĂRIRE SAU MICSORARE).

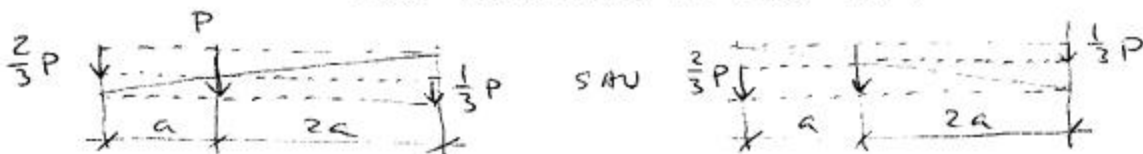
POLIGONUL FUNICULAR ÎNSEAMNĂ FIGURA GEOMETRICĂ RESULTATĂ DIN REPREZENTAREA GRAFICĂ A VELOCITĂȚILOR ÎNCĂRCĂRII ȘI EFORTURILOR DIN BARE. PENTRU ECHILIBRU, ACEST CONTUR POLIGONAL TREBUIE SĂ FIE UNUL ÎNCĂS.

EXEMPLU:

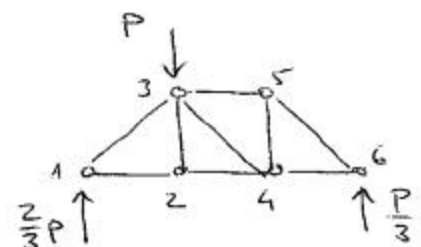


PENTRU A AFLA REACȚIUNILE, SE POATE APLICA METODA ANALITICĂ, SAU CEA GRAFICĂ. ÎN CAZUL METODEI GRAFICE SE POATE OBTINE DISTRIBUȚIA ÎNCĂRCĂRII PE CELE DOUĂ PUNCTE DE REZEMARE, DE UNDE VOR REZULTA REACȚIUNILE CORESPUNZĂTOARE.

STABILIREA PONDERII ÎNCĂRCĂRII PE REZEMĂRI.

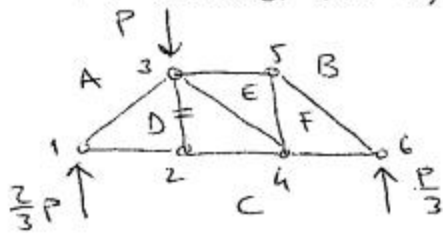


ÎN URMA DETERMINĂRII REACȚIUNILOR TOATE FORȚELE EXTERIOARE SUNT CUNOSCUTE, IAR ÎN PRIVINȚA EFORTURILOR SE CUNOSC DIRECȚIILE ACESTORA (DIRECȚIILE BĂRELOR CE ALCTUIESC STRUCTURA).



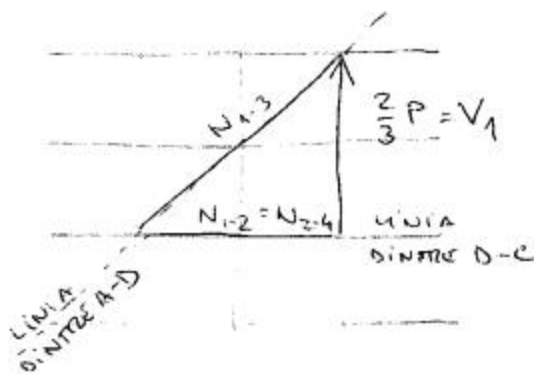
DIN SCHEMA RESULTATĂ SE POATE OBSERVA CĂ BAZA 2-3 NU VA AVEA EFORT (IAR ÎN BĂRELE 1-2 ȘI 2-4 VA REZULTA EFORT IDENTIC).

VOM MARCA CU LITERE CÂMPURILE DINTRE FORȚE (PENTRU A PUTEA URMAȚI MAI UȘOR REZOLVAREA).



ÎNȚRE REACȚIUNEA VERTICALĂ DE LA NODUL 1 ȘI ÎNCĂRCAREA DIN NODUL 3 VA FI ZONA A, DE LA NODUL 3 PÂNĂ LA REACȚIUNEA DIN NODUL 6 ZONA B, IAR ÎNȚRE REACȚIUNILE DE LA CAPETE ZONA C.

ÎN MOD SIMILAR SE MARCHEAZĂ ȘI CÂMPURILE INTERIOARE (CU MENȚIUNEA, CĂ BARA 2-3 FIÎND FĂRĂ EFORȚ, ZONA D VA FI ÎMPRINSĂ ÎNȚRE NODURILE 1, 2, 4 ȘI 3). CU ACESTE NOTĂȚII SE VOR REPREZENTA DESCOMPUNERILE GRAFICE ALE FORȚELOR, DIN TRASAȚEA DIRECȚIEI BARELOR, PRIN PARCURGerea STRUCTURII DIN NOD ÎN NOD (PÂNĂ LA PENULTIMUL NOD) VOR REZULTA VALORILE EFORȚURILOR. EPURA VA FI CORECTĂ DACĂ VA REZULTA UN CONTUR ÎNCHIS.

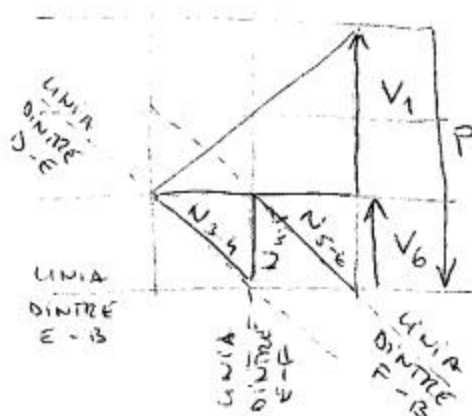


PRIN INTERSECȚAREA LINIILOR DINTRE CÂMPURILE A-D ȘI D-C REZULTĂ EFORȚURILE DIN BARA 1-3 (DE PE LINIUA DINTRE D-C PORȚIȘTE REACȚIUNEA V_1), REȘPECTIV DIN BARA 1-2 ȘI 2-4 (ULTIMELE DOUA AVÂND VALORI IDENTICE).

$$N_{1-3} = \frac{2}{3} P \cdot \frac{1}{\sin 45^\circ}$$

$$N_{1-2} = N_{2-4} = \frac{2}{3} P$$

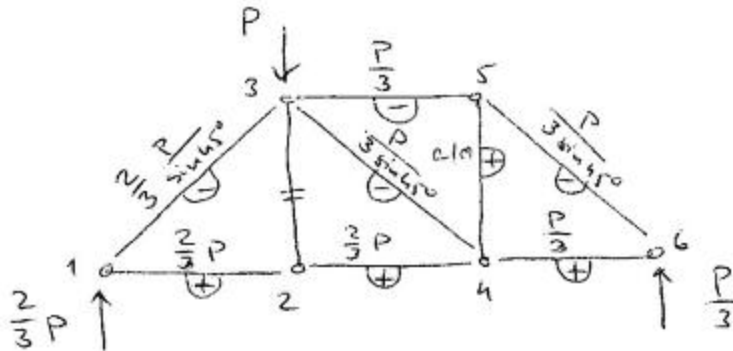
DIN SENSUL DE PARCURGERE (FAȚĂ DE NODUL 1) REZULTĂ COMPRESIUNE ÎN BARA 1-3 ȘI ÎNTINDERE ÎN BARELE 1-2 ȘI 2-4.



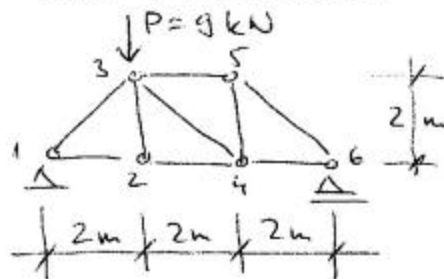
TRASÂND LINIA DINTRE CÂMPURILE D-E ȘI ÎNTERSECȚÂND CU LINIA DINTRE E-B (ORIZONTALĂ, LA DISTANȚA $P/3$ DE LINIA DINTRE D-C), REZULTĂ EFORȚUL N_{3-4} . APOI, DIN VERTICALA ÎNTERSECȚATĂ CU LINIA D-C VA REZULTA N_{4-5} . DIN ULTIMA ÎNTERSECȚIE SE TRASEAZĂ LINIA DINTRE F-B (DIRECȚIA BAREI 5-6), OBTIÎNÂND EFORȚUL N_{5-6} . SEGMENTUL VERTICAL RĂMAS PÂNĂ LA BAZA V_1 FIÎND REACȚIUNEA V_6 .

CELE DOUĂ REACȚIUNI (V_1 ȘI V_6) ADUNATE SUNT EGALE CU P .

EFORTURILE ASTFEL DETERMINATE SE POT REPREZENTA PE SCHEMA STRUCTURII (DUPĂ CUM S-A MENȚIONAT, SEMNUL ORIZONTAL DIN SENSLUL DE PARCURGERE DIN EPURĂ):



REZOLVAREA PROBLEMEI PRIN METODA ÎZOLĂRII NODURILOR, CU VALORI NUMERICE:



DETERMINAREA REACȚIUNILOR:

$$\sum M_1 = 0 \quad 2P - 6 \cdot V_6 = 0$$

$$V_6 = 3 \text{ kN}$$

$$\sum M_6 = 0 \quad 4 \cdot P - 6 \cdot V_1 = 0$$

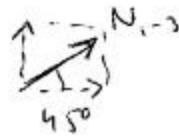
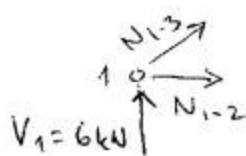
$$V_1 = 6 \text{ kN}$$

VERIFICARE:

$$\sum H = 0 ; \quad \sum V = 0 \quad V_1 + V_6 = P$$

IZOLAREA NODURILOR, RÂND PE RÂND, PORNIIND DIN STÂNGA:

NODUL 1:



EFORTUL SE POATE DESCOMPUNE DUPĂ DIRECȚIILE VERTICALĂ ȘI ORIZONTALĂ, COMPONENTELE REZULTÂND CU VALOAREA $N_{1-3} \cdot \sin 45^\circ$

SE SCRIB ECUAȚIILE DE ECHILIBRU PENTRU PROIECȚIILE COMPONENTELOR:

$$\sum V_{(1)} = 0 \quad V_1 + N_{1-3} \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad N_{1-3} = -\frac{V_1}{\sin 45^\circ}$$

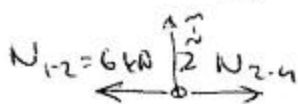
$$N_{1-3} = -\frac{6}{0,707} = -8,49 \text{ kN (compresiune)}$$

$\sum H_{(1)} = 0$ CONSIDERÂND SENSLUL REAL (INVERS FIȘĂ DE CEL FIGURAT) AL N_{1-3}

$$N_{1-2} - N_{1-3} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$N_{1-2} = 8,49 \cdot 0,707 = 6 \text{ kN (întindere)}$$

NODUL 2:

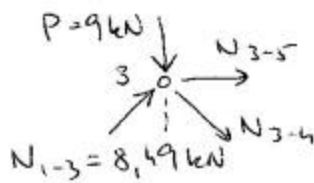


SE PROCEDEAȚĂ CA LA NODUL ANTERIOR, SCRIBIND ECUAȚIILE DE ECHILIBRU PENTRU PROIECȚIILE FORȚELOR

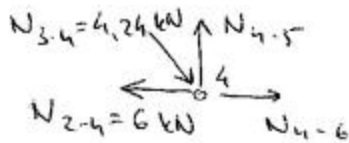
$$\sum V_{(2)} = 0 \quad N_{2-3} = 0$$

$$\sum H_{(2)} = 0 \quad N_{2-4} = N_{1-2} = 6 \text{ kN (întindere)}$$

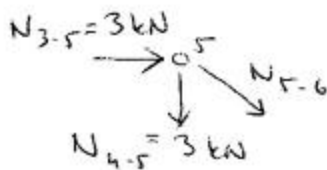
NODUL 3:



NODUL 4:

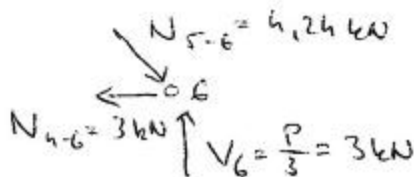


NODUL 5:



DIN PROIECȚIA PE ORIZZONTALĂ TREBUIE SĂ REZULTE LA ULTIMUL NOD RĂMAS SE POATE VERIFICA CEEA CE S-A CALCULAT:

NODUL 6:



BARA 3-2 NU ARE EFORT, SE POATE IGNORA.

$$\sum V_{(3)} = 0 \quad -P + N_{1-3} \cdot \sin 45^\circ - N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$N_{3-4} = N_{1-3} - \frac{P}{\sin 45^\circ} = 8.49 - \frac{9}{0.707} = -4.24 \text{ kN (compression)}$$

$$\sum H_{(3)} = 0 \quad N_{1-3} \cdot \sin 45^\circ + N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ + N_{3-5} = 0$$

$$N_{3-5} = -(N_{1-3} + N_{3-4}) \cdot \sin 45^\circ = -(8.49 - 4.24) \cdot 0.707 = -3 \text{ kN (compression)}$$

EFORTURILE DEȚA CUNOSCUTE S-AU MARCAT CU SENSUL LOR REAL PE NOD.

$$\sum V_{(4)} = 0 \quad -N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ + N_{4-5} = 0$$

$$N_{4-5} = N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ = 4.24 \cdot 0.707 = 3 \text{ kN (tension)}$$

$$\sum H_{(4)} = 0 \quad -N_{2-4} + N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ + N_{4-6} = 0$$

$$N_{4-6} = N_{2-4} - N_{3-4} \cdot \sin 45^\circ = 6 - 4.24 \cdot 0.707 = 3 \text{ kN (tension)}$$

SINGURĂ NECUNOSCUTĂ RĂMASĂ ESTE N_{5-6} (tension)

$$\sum V_{(5)} = 0 \quad -N_{4-5} - N_{5-6} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$N_{5-6} = -\frac{N_{4-5}}{\sin 45^\circ} = -\frac{3}{0.707} = -4.24 \text{ kN (compression)}$$

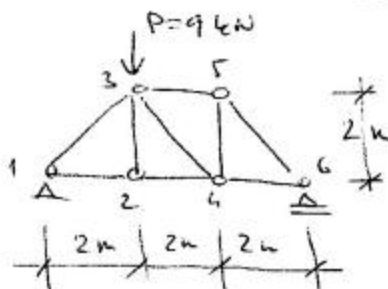
$$\sum V_{(6)} = 0 \quad -N_{5-6} \cdot \sin 45^\circ + V_6 = 0$$

$$-4.24 \cdot 0.707 + 3 = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum H_{(6)} = 0 \quad -N_{4-6} + N_{5-6} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$-3 + 4.24 \cdot 0.707 = 0 \quad \checkmark$$

REZOLVAREA PROBLEMEI PRECEDENTE PRIN METODA SECȚIUNILOR



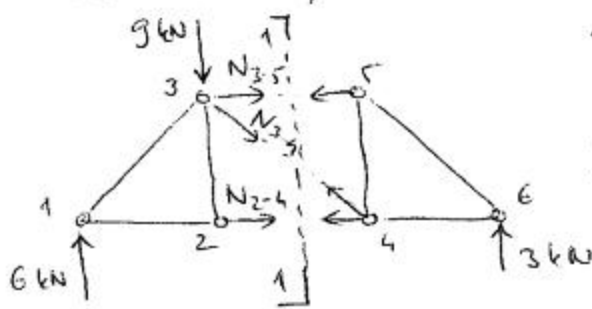
DETERMINAREA REACȚIUNILOR SE FACE ÎN MODUL DEȚA CUNOSCUT

$$\sum M_1 = 0 \quad V_6 = 3 \text{ kN}$$

$$\sum M_6 = 0 \quad V_1 = 6 \text{ kN}$$

PENTRU VERIFICARE: $\sum H = 0$ și $\sum V = 0$ ($V_1 + V_6 = P$)

PENTRU DETERMINARE EFORTURILOR DIN TĂLPI ÎN ZONA CENTRALĂ SE CONSIDERĂ SECȚIUNEA 1-1:



$$\sum M_{(3)} = 0 \quad 6 \cdot 2 - N_{2-4} \cdot 2 = 0$$

$$N_{2-4} = 6 \text{ kN (întindere)}$$

$$\sum M_{(4)} = 0 \quad 6 \cdot 4 - 9 \cdot 2 + N_{3-5} \cdot 2 = 0$$

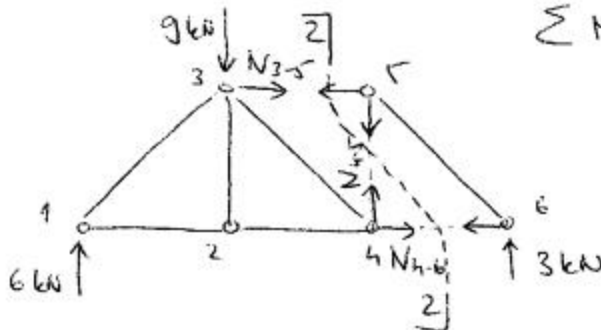
SAU, CONSIDERĂND DOAR PARTEA DREAPTĂ:

$$3 \cdot 2 + N_{3-5} \cdot 2 = 0$$

DIU AMBULE REZULTĂ

$$N_{3-5} = -3 \text{ kN (compresiune)}$$

CUNOSCÂND EFORTURILE DIN TĂLPI ÎN ZONA CENTRALĂ, SE POATE DETERMINA EFORTUL ȘI ÎN TĂLPILE LATERALE, PRIN SECȚIUNI OBLICE DE TIPUL 2-2:



$$\sum M_{(5)} = 0 \quad 3 \cdot 2 - N_{4-6} \cdot 2 = 0$$

$$N_{4-6} = 3 \text{ kN (întindere)}$$

EVIDENT, ȘI EFORTUL DIN TALPA SUPERIOARĂ POATE FI DETERMINAT CU O ASEMENEA SECȚIONARE.

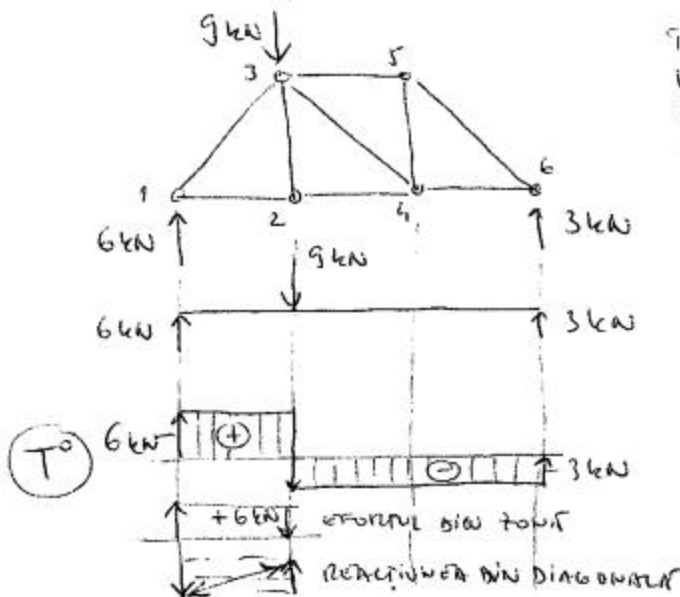
PENTRU EFORTUL DIN MONTANT:

$$\sum M_{(6)} = 0 \quad N_{3-5} \cdot 2 - N_{4-5} \cdot 2 = 0$$

$$N_{4-5} = 3 \text{ kN (întindere)}$$

ÎN MOD SIMILAR SE POATE PROCEDA ȘI PENTRU DETERMINAREA EFORTURILOR N_{1-2} , RESPECTIV N_{2-3} .

PENTRU DETERMINAREA EFORTURILOR DIN DIAGONALE, VOM FOLOSII GRINDA ATĂSATĂ, AVÂND ÎN VEDERE CĂ FORȚA TĂIETĂRE DIN ACEASTA NU POATE FI PRELUATĂ DE CĂTRE BĂRELE ORIZONTALE ȘI VERTICALE, CI DOAR DE CĂTRE DIAGONALE



ÎN ZONA DINTRE NODURILE 1 ȘI 2 VA LUCRA DIAGONALA 1-3, ÎN DINS SENSUL DIAGRAMEI T° VA REZULTA ȘI SENSUL EFORTULUI.

$$N_{1-3} = \frac{6}{0,707} = 8,49 \text{ kN (compresiune)}$$

SIMILAR PENTRU TOURELE 2-4 ȘI 4-6:

$$N_{3-4} = \frac{3}{0,707} = 4,24 \text{ kN (compresiune)}$$

REACȚIUNEA DIN DIAGONALA 3-4

$$N_{5-6} = \frac{3}{0,707} = 4,24 \text{ kN (compresiune)}$$

REACȚIUNEA DIN DIAGONALA 5-6 (APĂSARE PE NODURI).