

# Tema 1

Să se calculeze minimum trei din următoarele integrale, justificând răspunsul prin metode învățate.

**Problema 1.1.**  $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx.$

**Problema 1.2.**  $\int_0^1 \frac{x^4}{x^3 + 2x^2 + x + 2} dx.$

**Problema 1.3.**  $\int_0^1 \frac{x + 2}{(x^2 + 4)(x + 1)^2} dx.$

**Problema 1.4.**  $\int_0^1 \frac{dx}{(x + 1)^3(x + 2)}.$

**Problema 1.5.**  $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)}.$

**Problema 1.6.**  $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 3)^2}.$

## Tema 2

Să se calculeze minimum trei din următoarele integrale, justificând răspunsul prin metode învățate.

**Problema 2.1.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(3x) \cos^2 x \, dx.$

**Problema 2.2.**  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + \cos x + 1} \, dx.$

**Problema 2.3.**  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 - \sin x} \, dx.$

**Problema 2.4.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3 - \sin^2 x} \, dx.$

**Problema 2.5.**  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{(1 + \sin x) \cos x} \, dx.$

**Problema 2.6.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin^2 x} \, dx.$

# Tema 3

Se vor alege minimum trei integrale, se va studia convergența integralelor, iar în caz de convergență, se vor determina valorile lor.

**Problema 3.1.**  $\int_0^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)(x + 2)} dx.$

**Problema 3.2.**  $\int_1^{\infty} \frac{1}{(x + 1)(x + 3)^2} dx.$

**Problema 3.3.**  $\int_0^{\infty} \frac{x + 2}{(x^2 + 4)(x + 1)^2} dx.$

**Problema 3.4.**  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x^2 + 3)(x^2 + 1)}.$

**Problema 3.5.**  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + x + 1)(x + 2)}.$

**Problema 3.6.**  $\int_0^1 \frac{x \arcsin x dx}{\sqrt{1 - x^2}}.$

# Tema 4

Se vor rezolva minimum trei probleme.

**Problema 4.1.** Să se calculeze derivata funcției  $f(y) = \int_1^y \frac{\operatorname{arctg}(xy)}{x} dx$ .

**Problema 4.2.** Să se calculeze derivata de ordinul trei a funcției

$$f(x) = \int_0^x e^{t^2} (x-t)^2 dt.$$

**Problema 4.3.** Să se determine valoarea integralei  $\int_0^1 \frac{x^{a-1} - 1}{\ln x} dx$ ,  $a \geq 1$ .

**Problema 4.4.** Să se determine valoarea integralei  $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} ax}{x(1+x^2)} dx$ ,  $a \geq 0$  folosind posibilitatea derivării în raport cu parametrul.

# Tema 5

Se vor rezolva minimum trei probleme.

**Problema 5.1.** Să se calculeze  $\int_{-\infty}^{\infty} (x^3 + x^6)e^{-2x^2} dx$ .

**Problema 5.2.** Să se calculeze  $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x} dx$ .

**Problema 5.3.** Să se determine valoarea integralei  $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

**Problema 5.4.** Să se determine valoarea integralei  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cdot \cos^6 x dx$ .

**Problema 5.5.** Să se calculeze  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^8 + 1} dx$ .