TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2023

AUTORI

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung
Prof.univ.dr. Vasile Miheșan
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Prof.univ.dr. Viorica Mureșan
Prof.univ.dr. Ioan Radu Peter
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Ioan Rașa
Prof.univ.dr. Daniela Roșca
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu
Conf.univ.dr. Marius Birou
Conf.univ.dr. Lucia Blaga
Conf.univ.dr. Adela Capătă
Conf.univ.dr. Maria Câmpian
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa
Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Conf.univ.dr. Adrian Holhoș
Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Conf.univ.dr. Teodor Potra
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Conf.univ.dr. Silvia Toader
Conf.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Lect.univ.dr. Alina-Ramona Baias
Lect.univ.dr. Mihaela Bercheșan
Lect.univ.dr. Luminița Ioana Cotîrlă
Lect.univ.dr. Daria Dumitraș
Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Lect.univ.dr. Vasile Ile
Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Lect.univ.dr. Daniela Marian
Lect.univ.dr. Rozica Moga
Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuța
Asist.univ.dr. Liana Timboș

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2023

Coordonator	Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr. Vasile Pop
	Prof.univ.dr. Dorian Popa
	Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2023

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat M_mate-info 2023.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testele care se vor da la simularea de admitere și la concursul de admitere vor conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1,\, 2\}$ **B** $\{i,\, 2-i\}$ **C** $\{2-i,\, -2+i\}$ **D** $\{3, -2+i\}$ **E** $\{2-i,\, 3+i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

4

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3,$ intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

5 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

6 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

8 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ D $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

11 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

12 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

13 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

14 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

15 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$ D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

16 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

17 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$

B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

18 Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$

B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$

D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

19 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1 x_2 x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

20

Fie $P, Q, R\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 3 D $P(0) + Q(0) + R(0)$ E $P(1)Q(1)R(1)$

21

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ B $z = \frac{3}{2} + 2i$ C $z = \frac{1}{2} - 3i$ D $z = \frac{1}{2} + 3i$ E $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

22

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ B $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

23

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

24

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = 3$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = \frac{1}{3}$

25

Ecuația $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

26

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 B $-\dfrac{3}{4}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

27 Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$ E $A_1 = \emptyset$

28 Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

29 Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}} (\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $(0, \sqrt[3]{9})$ C $(1, \sqrt[3]{3}]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

30 la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E alt răspuns

31 la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

32 la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

33 Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

34 Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ dacă:
$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$ D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

35 Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

36

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

37

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

38

Valoarea expresiei $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

39

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ și $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ și $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ și $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ și $b=d\in(0,1)$

40

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$.

41

Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

42

$U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^8U(1,1)$

43

Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

44

Dacă $a^2+b^2=1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

45

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

46

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=7$ D $a=21$ E $a=-21$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

48 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

49 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

50 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

51 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$

55

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ B $D \leq 0$ C $D < 0$ D $D > 0$ E $D = -a^2 - b^2 - c^2$

57

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{2\}$ D $\{-2, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases} .$$

58

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ C $a = 1, b = -2$

59

(S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ B $a = 1, b = 2$ C $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ D $a = 2, b = 1$

60

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ B $a \neq 2, b = 1$ C $a \neq 1, b \neq -2$ D $a \neq 0, b = 2$ E $a = 1, b \neq -2$

61

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul
$\begin{cases} 2x + 2y + mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y) + xy & = & 1 \\ 3x + 3y - xy & = & m+1 \end{cases}$, are soluții $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

62

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z & = & 0 \\ x - y - z & = & 0 \\ 3x - 2y - z & = & 0 \end{cases}$, $\quad a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ C $a \in \mathbb{R}^*$ D $a \in (0, \infty)$ E $a \in (1, \infty)$

63

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

64

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

65

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

66 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$

67 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există

68 In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

69 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

70 Numărul elementelor simetrizabile (x, y) având proprietatea $x^2 + y^2 + x + y = 8$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 0

71

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

72

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

73 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

74 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

75 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0, 1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este

A $(0, 1)$ B $(2, \infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este

A $[-2, 2]$ B $(-\infty, -2)$ C $(-\infty, -2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

79 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 1)$ C $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ D $(-2, 2)$ E Alt răspuns

80

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1: \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2: \quad y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

81 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ și $B(0,4)$ dacă:

A $m=-2, n=9$ B $m=2, n=-9$ C $m=5, n=4$ D $m=\frac{1}{2}, n=3$ E $m=\frac{1}{3}, n=-2$

82 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m=-\frac{2}{3}, n=\frac{1}{3}$ B $m=2, n=-\frac{1}{3}$ C $m=-\frac{1}{3}, n=3$ D $m=-2, n=\frac{1}{2}$ E $m=n=2$

83 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m=0, n=-3$ B $m=2, n=-1$ C $m=-2, n=-1$ D $m=-2, n=1$ E $m=\frac{1}{2}, n=-4$

84 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns

85 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty,1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty,0)$ D $(-\infty,1)$ E alt răspuns

86 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1,2\}$ B $\{3,-1\}$ C $\{3\}$ D $\left\{\frac{1}{3}, 3\right\}$ E $\emptyset$

87 Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m=0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

88 Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a=0$ B $a \in \{0,1\}$ C $a \in \{-1,1\}$ D $a=2$ E $a=3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

89 S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D 1 E -1

90 S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$ E 0

91 S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

92 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci $P(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

93 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

94 Ecuația admite două rădăcini opuse dacă:

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

95 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3r - q^3 = 0$

96 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

97

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}<\sqrt{2}-\sqrt{3}$ este:

A $(-\infty,0)$ B $[-2,0)$ C $[-2,\infty)$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcția $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt{x-11}$.

98

Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0,\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $[11,\infty)$ E $(-\infty,11)$

99

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=7$ este:

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

100

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x+4^{-x})-54(2^x+2^{-x})+101=0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

101

Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=x^3+ax+1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty,0)$ B $[0,\infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

102

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2-(2m+1)x+m-3=0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2},\frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty,\frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2},\infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24},\infty\right)$ E $\emptyset$

103

Valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$$

unde $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n\in\mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x=0$ B $x=a_1$ C $x=a_2$ D $x=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ E $x=\frac{a_1+a_n}{2}$

104

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+2mx-1 & ;\ x\le 0\\ mx-1 & ;\ x>0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m\in(-\infty,1)$ B $m\in(1,\infty)$ C $m\in(-\infty,0)$ D $m\in(0,\infty)$ E $m\in(-1,1)$

105

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

106

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z\\ x+y+z &= a\end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

107

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

108

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

109

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

110

Numărul soluțiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuației $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

111

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

112

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

113

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

114

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\{\sqrt{3};3\}$ E $\{\frac{1}{3};3\}$

Fie $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

115 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

116 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

117 Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 &= 425 \\ \lg x + \lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\};\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$ E $\{(20;5)\}$

118 Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2, \infty)$

119 Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3 - x - 1)^2\right) < 2\ \lg(x^3 + x - 1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0, \infty)$ C $(1, \infty)$ D $(0, 1)$ E alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

120 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

121 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

122 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

123 Domeniul de definiție al funcției este:

A $(0,\infty)$ B $(0,\infty)\setminus\{1\}$ C (a,∞) D $(-a,\infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2},\infty)$

124 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty,0)$ B $(-1,1)$ C $[1,\infty)$ D $(2,\infty)$ E alt răspuns

125 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a+3$ B $5a-2$ C $4-2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3+2a$

126 Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3-2b+a$ B $x = 2+b-a$ C $x = 1$ D $x+1 = a+b$ E $x = 81ab$

127 Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\,(1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\,(1,0)\}$

128 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

129 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

130 Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2-2a+2)(3a^2+2a)} + a^2.$$

A $a+1$ B 1 C 3 D 2 E a

131 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty,1)$ B $[1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $(1,\infty)$ E $\emptyset$

132

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

133

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x)+\log_{x^2}(1+x)+\log_{x^4}(1+x)\geq\dfrac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

134

Valoarea sumei $S_n=\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

135

Suma $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

136

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n}A_k^3\,C_n^k$, $n\geq 3$, are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^nA_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

137

Suma $C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n-1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

138

Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E n^3-n^2+n

139

Soluția ecuației $A_x^6-24xC_x^4=11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

140

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

141

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relațiile $a_9+a_{10}+a_{11}=15$ și $a_9a_{10}a_{11}=120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

142

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

143

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 B 1 C 2 D a E -1

144

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a,b,c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns

145

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4

146

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns

147

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n-5$ B $2n+1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

148

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1,1]$ B $[2,4]$ C $[-4,-2]$ D $[-7,-5]$ E $[5,6]$

149

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5,0]$ B $[0,2]$ C $[-8,-5]$ D $\{3\}$ E $(6,\infty)$

150

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

151

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

152

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

153

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

154

$\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

155

$\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

156

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile $x_1^2,\ x_2^2,\ x_3^2$.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

157

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

158

Polinomul $(X^2+X-1)^n - X$ este divizibil cu polinomul X^2-1 dacă și numai dacă:

A $n=2k,\ k\in\mathbb{N}^*$ B $n=3k,\ k\in\mathbb{N}^*$ C $n=2k-1,\ k\in\mathbb{N}^*$ D $n=3k+1,\ k\in\mathbb{N}^*$
E $n=3k+2,\ k\in\mathbb{N}^*$

159

Polinomul $(X^2+X+1)^n - X$ este divizibil cu polinomul X^2+1 dacă și numai dacă:

A $n=3k,\ k\in\mathbb{N}^*$ B $n=4k,\ k\in\mathbb{N}^*$ C $n=4k+1,\ k\in\mathbb{N}$ D $n=4k+2,\ k\in\mathbb{N}^*$
E $n=4k+3,\ k\in\mathbb{N}^*$

160

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3+ax+1=0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4+x_2^4+x_3^4=18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3,3\}$ E $\emptyset$

161

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3)=m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1,9/4]$ B $[-1,9/16]$ C $[-1,9]$ D $[1,1/16]$ E $\emptyset$

162

Restul împărțirii polinomului $P(X)=X^{100}+X^{50}-2X^4-X^3+X+1$ la polinomul X^3+X este:

A $X+1$ B $2X^2+1$ C $2X^2-2X-1$ D $2X^2+2X+1$ E X^2+1

163

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X)=a_0+a_1X+\cdots+a_nX^n$ și $Q(X)=b_0+b_1X+\cdots+b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X-1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

164

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X-1$ dă restul 3 și împărțit la $X+1$ dă restul -5. Restul împărțirii la X^2-1 este:

A -15 B $3X-5$ C $-3X+5$ D $4X-1$
E nu se poate determina din datele problemei

165

Restul împărțirii polinomului $X^{400}+400X^{399}+400$ la polinomul X^2+1 este:

A $400X+401$ B $400X-399$ C $-400X+401$ D $-400X+399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

166 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1-i$ B $1-i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

167 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $(\sqrt{2})^n$

168 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $| z_1 + z_2 |= \sqrt{3}$ și $| z_1 |=| z_2 |= 1$, atunci $| z_1 - z_2 |$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3}-1.$

169 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3+x+m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

170 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

A $a = \sqrt{2}$ B $a \in \{-3, 2\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2, 2\}$

171 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

172 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

173 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

174 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

175 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

176 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2, \quad X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

177 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

178 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

179 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad n \in \mathbb{N}^*, \quad X \in M_2(\mathbb{R})$.

180 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

181 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

182 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

183

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x+y+z=0,\ x+2y+az=0,$ $x+4y+a^2z=0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ C $\{1,3\}$ D $\{1,2\}$ E $\{2,3\}$

184

Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2+bc)I_2$ B $A^n = (a^2+bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2+bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2+bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2+bc)^n A$

185

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0 \\ x+ay+z &= 0 \\ x+y+az &= 0 \\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$ E $\{-2\}$

186

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

A $p=-2,\ q=3$ B $p=-2,\ q=2$ C $p=3,\ q=-2$ D $p=-3, q=2$
E $p=1,\ q=1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1 \\ x+2my+z &= 1 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x,y,z) verifică relația $x+y \geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ B $[-1,\infty)$ C $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right] \cup (1,\infty)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

188

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1,1,2\}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1,-2\}$ C $\{-1,1,-2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$

189

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1,\ b = 1$ D $a = -1,\ b = 0$
E nu există astfel de numere

190

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*,\ f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2,\ b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = 0$ D $a = -2,\ b = 3$ E $a = 0,\ b = 5$

191

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

192

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda,\ \lambda \in \mathbb{R}$.

193 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

A $\lambda = 1$ B $\lambda = 2$ C $\lambda = -1$ D $\lambda = -3$ E $\lambda = 6$

194 Mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

A $\lambda = 2$ B $\lambda = 3$ C $\lambda < 3$ D $\lambda \geq 6$ E $\lambda > 6$

195 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

A $\lambda = 4$ B $\lambda = 6$ C $\lambda = -6$ D $\lambda = 1$ E $\lambda = 0$

196

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

197

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

198

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$
B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$
D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

199

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x*y = x+y+1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$
B $a = -1, \, b = 1$
C $a \neq 0, \, b = -1$
D $a = 1, \, b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

200

Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

A A_1
B A_2
C A_3
D A_4
E A_{-1}

201

Elementul unitate este:

A I_3
B A_1
C A_0
D $A_{\frac{1}{2}}$
E A_{-1}

202

Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$
B A_4
C $A_{\frac{1}{2}}$
D A_2
E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c, \; a \neq 0, b \neq 0$.

203

$*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a = b, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns

204

$*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

205

$(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

206

Funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z},+)$ dacă și numai dacă:

A $a=1,$ B $a=-1$ C $a\in\{-1,1\}$ D $a\in\mathbb{Z}^*$ E $a\in\{0,1\}$

207

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f=[-3,1]$ este:

A $\{(0,0)\}$ B $\{(1,-\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3},-2),(-2\sqrt{3},-2)\}$ D $\{(\frac{1}{2},\sqrt{2}),(-\frac{1}{2},\sqrt{2})\}$
E $\{(0,1),(1,0)\}$

208

Imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}$, $a\in\mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0,2]$, dacă:

A $a\geq 3$ B $a\leq -2$ C $a\in[-1,0)$ D $a\in[0,2]$ E $a\in(-2,-1)$

209

Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

210

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2-2|z|+1=0$ este:

A $\{-1,1\}$ B $\{1-i,\ i+1\}$ C $\{-1,1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ E $\emptyset$

211

Se consideră ecuația $ax^2+bx+c=0$, unde a,b,c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară
B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare
D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

212

Ecuația $\sqrt{mx^2+x+1}+\sqrt{mx^2-x+1}=x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m=0$ B $m=1$ C $m=\frac{1}{2}$ D $m=\frac{1}{4}$ E $m>0$

213

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4+4x^3+ax^2+4x+1=0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty,-10]$ B $(-\infty,-10]\cup\{6\}$ C $[4,\infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

214

Soluțiile ecuației $1-3^{x-1}+2^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}3^{\frac{x-1}{2}}=0$ aparțin mulțimii:

A $[-3,0]$ B $[0,2]$ C $\{0;-2\}$ D $[3,\infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

215 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a\left(x^2+4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1,2]$ B $[-2,0)$ C $(0,4]$ D $[2,3]$ E $(1,3)$

216 Soluția x a ecuației $\log_x(x+1)+\log_{x^3}(x^3+1)=2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0,1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2,3)$ D $x \in (3,4)$ E $x \in (1,2)$

217 Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

218 Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x)=x^3-x^2-x+a$, unde a este un parametru real.

219 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{2}$ E $a=-\frac{3}{2}$

220 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a=1$ B nu există un astfel de a C $a=-1$ D $a=2$ E $a=-2$

Fie $x_n=(2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

221 Câte perechi $(a_n,b_n) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

222 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

223 Câte soluții are ecuația $x^2=3y^2+1$ în $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

224 Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5+x^4+1=0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5}\frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, $a,\ b \in \mathbb{R}$.

225 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

226 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

227 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

228 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

229 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

230 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $|\,a\,| = |\,b\,|$ D $a = -b$ E $a^n = b$

231 Câte elemente inversabile are monoidul $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

232 Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

233 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

234 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

235 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

236 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

237 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

238 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

239 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

240 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

241 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

242 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

243 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

244 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

245 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

***

2

Analiză matematică

246

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

247

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

248

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este:

A 1 B e C ∞ D 0 E $\frac{1}{e}$

249

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_na_{n-1}$, $\forall n\geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

250

Fie $a\in\mathbb{R}$, $a>0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin
$x_{n+1}=a^{\frac{1}{(n+1)!}}\cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n\geq 1$, $x_1=1$, $b_n=\prod\limits_{k=1}^{n}x_k$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

251 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

252 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

253 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

254 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

255 Dacă $x_0 > 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

256 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

257 Pentru $x_0 = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

258 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

259 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0,1]$ B $(0,1)$ C $\{0,1\}$ D $\{1\}$ E $[-1,1]$

260 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

261 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

262 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2,2]$ C $(-\infty,2]$ D $[2,4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

263 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E ∞

264 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

265 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

266 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

267

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\frac{1}{2}$

268

Fie $\gamma = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ constanta lui Euler.
Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\mathrm{e}^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:

A $-\frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$ B e^{γ} C $-\frac{\gamma}{2}$ D $-\frac{\gamma}{4}$ E $\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$

269

Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

270

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

271

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

272

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

273

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

274

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

275

$\lim\limits_{n\to\infty} \prod\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

276

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$ este:

A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

277

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

278

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

279

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

280

Fie $S_n = \sum\limits_{k=2}^{n} \dfrac{k^2-2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n < 3$ B $S_n > 3$ C $S_n = e$ D $S_n < 0$ E $S_n = e - \dfrac{1}{2}$

281

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} k! \cdot (k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)! \cdot n$ B $2 \cdot n! \cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)! - n! + 1$ E $(n+1)! + n! - 1$

282

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{4k^2-1}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

283

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$ este:

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

284

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E $1.$

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

285

a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

286

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

287

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C $// 0$ D 2 E 4

288

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

289

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

290

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 **B** 1 **C** ∞ **D** e **E** Nu există pentru unele valori ale lui x_0

291

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}, \quad a > 0, \quad \text{este:}$$

A 0 **B** $\ln a$ **C** ∞ **D** e **E** a

292

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right) \text{ este:}$$

A 1 **B** $\frac{7}{2}$ **C** $\frac{8}{3}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

293

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{(2n)^k} \text{ este:}$$

A 0 **B** 1 **C** $e^{\frac{1}{2}}$ **D** e^2 **E** ∞

294

Fie $p_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 **B** $\dfrac{\cos x}{x}$ **C** 0 **D** $\dfrac{\sin x}{x}$ **E** nu există

295

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

296

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{kC_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

297

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n}\right)^n \text{ este:}$$

A ∞ **B** 0 **C** 1 **D** e **E** nu există

298

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

299

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \arcsin \dfrac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

300

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1+\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

301

Fie $x\in\mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x\rfloor$ partea întreagă a numărului real x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 3^2 x\rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x\rfloor}{n^3}, \quad n\geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

302

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a\in(1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

303

Șirul $\sqrt[n]{2^{n\sin 1} + 2^{n\sin 2} + \cdots + 2^{n\sin n}}$, $n=2,3,\ldots,$ este:

A convergent B mărginit și divergent C nemărginit și divergent
D cu termeni negativi E are limită infinită

304

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

305

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\, n^{10}$, $a\in\mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a=9$ B $a=10$ C $a=1/9$ D $a=1/10$
E nu există un astfel de a

306

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a + ab + \cdots + ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

A (x_n) nu este convergent
B $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$
C $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
D $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$
E $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

307

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0
B 1
C $\log_3 2$
D 2008
E Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\, x_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

308

Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$
B $l = b$
C $l = \frac{a}{b}$
D $l = \frac{b}{a}$
E nu se poate calcula

309

Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$
B $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$
C $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$
D $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$
E $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

310

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$
B $[-1, 2]$
C $\{0\}$
D $(0, 1)$
E $[1, 3]$

311

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p}\right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞
B 0
C e
D $e^{1/6}$
E $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

312

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1
B 10
C 0
D o infinitate
E 2

313

Șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului $(y_n)_{n\geq 1}$, $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{\pi^2}{3}$ C $\frac{\pi^2}{16}$ D $\frac{\pi}{3}$ E $\frac{\pi^2}{12}$

314

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

315

Mulțimea valorilor funcției $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0,1]$ D $\left(0,\frac{1}{e}\right) \cup [1,e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

316

$\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$ este:

A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

317

$\displaystyle\lim_{x\to +0} ((1+x)^x - 1)^x$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

318

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

319

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \qquad a \in \mathbb{R}.$$

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

320

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

321

$\displaystyle\lim_{x\to 0} x\left[\frac{1}{x}\right]$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

322

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

323

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

324

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$

A 3 B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{2}{3}$ D nu există E 0

325

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

326

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x}, \quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0,$ este:

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

327

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

328

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

329

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

330

$\lim\limits_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

331 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}-ex\right)$

A $-\frac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

332 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x^n-\sin^n x}{x^{n+2}},\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2;$

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

333 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{e^x-1}\right).$

A e B $\frac{1}{2}$ C $\frac{e}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 0

334 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(\sin x)-x}{x^3}$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

335 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}},\quad a,b,c>0,$

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

336 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

337 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

338 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

339 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\,\frac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

340

$\lim\limits_{x\to 0}(a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a > 0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

341

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

342

$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

343

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\lim\limits_{x\to 0} \left(1 + \operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(2x) + \cdots + \operatorname{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}\right)$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

344

Dacă $|a| > 1$, atunci limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a < -1$

345

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem
$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$?

A $a = b = 1$ B $a = b = -1$ C $a = 2,\ b = 1$ D $a = 1,\ b = 2$ E $a = 2,\ b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

346 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $(0, 1)$ D $[0, 1]$ E alt răspuns

347 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1, 1]$ B $[0, 1]$ C $[0, 1)$ D $(0, 1)$ E alt răspuns

348 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1, 1]$ B $[0, 1]$ C $[0, 1)$ D $(0, 1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

349 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

350 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

351 f este injectivă.

A f este surjectivă
B f este strict monotonă
C f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă
E f este o funcție impară

352

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n > 0$, este:

A 1
B $n + 1$
C 0
D ∞
E e

353

Funcția f definită prin $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^2e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

A este definită numai pentru $x \leq 0$
B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$
D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$

354

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$.
D f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

355

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$
B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
C $\mathbb{R}^*$
D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

356

Ecuația $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$
B $m = 2e$
C $m = \pi$
D $m = 3\sqrt{2}$
E $m = 7$

357 Ecuația $m\,e^{\frac{2}{x-1}} = x,\ m \in \mathbb{R},$ are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(-\infty,1)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

358 Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3-1|}{ax^2+bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a=4; b=1$ B $a=1; b=-4$ C $a=-4; b=1$ D $a=1; b=4$
E $a=-1; b=-4$

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2-x+1}$.

359 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y-2x+1=0$ B $2y-2x+1=0$ C $y-4x-1=0$ D $4y-x+1=0$
E $4y-4x+1=0$

360 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y-2x+1=0$ B $\frac{1}{4}y-2x+1=0$ C $y-x+1=0$ D $y+\frac{1}{4}x-1=0$
E $4y-x+1=0$

361 Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}},\ x\in(0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y=-x-1$ B $y=-x+\frac{1}{2}$ C $y=-x+1$ D $y=-x$ E $y=x$

362 Fie $f:D\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x^2+bx+2}{x^2+2x+c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b,c)\in\mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2 | b\neq 0,\ c=1\}$ B $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2 | c=1\}$
C $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2 | b=3,\ c=1\}$ D $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2 | c=1,\ b=2 \text{ sau } c=1,\ b=3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

363 Graficul funcției $f:\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0, \infty) \setminus \{1, 2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

364 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4
E numărul asimptotelor depinde de m.

365 Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

366

Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

367

Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a = b = 0$ B $a = 1,\ b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $b > 0,\ a^2 \neq b$

368

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

369

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

370

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcția $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

371

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

372

Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
$f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

373

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită E f este convexă

374

O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon\ [-2, 1] \to M,\ M \subset \mathbb{R},\quad f(x) = \left|x^3 + x^2\right|$.

375

Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5 B 3 C 2 D 1 E 4

376

f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0, 4]$ B $[0, \infty)$ C $[0, 2]$ D $[0, 27]$ E $\mathbb{R}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x(x + 1)(x + 2)\cdots(x + 2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

377

$f'(0)$ este:

A $2019!$ B 0 C $2018!$ D $2019! + 2018!$ E $2019! - 2018!$

378

$g'(0)$ este:

A $2019!^3$ B 2019^3 C 2019^2 D $2019!^2$ E $2019!$

379

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9 B 7 C 5 D 3 E alt răspuns

380

Să se studieze derivabilitatea funcției $f : [1, \infty) \to \mathbb{R},\quad f(x) = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}}$.

A f derivabilă pe $(2, \infty)$ B f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5, 0)$ punct unghiular D f este derivabilă în $x = 5$
E f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$

381 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[5]{\dfrac{1}{6}x^3-x+\sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$ B $-1/\sqrt[5]{120}$ C ∞ D nu există E $-\infty$

382 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0 B f este derivabilă în 0 C f nu are limită în 0
D $\exists\lim\limits_{x\to 0} f'(x)$ E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

383 Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+\arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty,\frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2},\infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty,-\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\frac{\pi}{2},\infty\right)$

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+\sqrt{|x|}-x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

384 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

385 $f'(\frac{1}{4})$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

386 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

387 Valoarea lui a pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=0$ D $a=2$ E $a=-2$

388 Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0)=0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0)=0$ B $g(x_0)>0$ C $g(x_0)=0$ D $g(x_0)h'(x_0)=0$ E alt răspuns

389 Funcția $f:[0,2]\to\mathbb{R}$ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax}{x^2+b}, & 0\le x\le 1\\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1<x\le 2\end{cases}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$, $a>0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a=6,\ b=2$ B $a=8,\ b=3$ C $a=8,\ b=30$ D $a=10,\ b=4$ E $a-2b=1$

390

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

391

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

392

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$
E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

393

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases} .$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

394

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

395

Derivata de ordinul 100, $\left(x^{99} \ln x\right)^{(100)}$, $x > 0$, este:

A $100!x$ B $\dfrac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\dfrac{99!}{x}$

396

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

397

Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 + 3}\right)$, atunci:

A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1,\ g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

398 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

399 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

Fie $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

400 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1 - \frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2} - 1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

401 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3} - 2$ C $x \ln x - x$ D $x \ln x + x - 1$ E Alt răspuns

402 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

403 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

404 Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?

A $\emptyset$ B $[-1, 1]$ C $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ D $(-\infty, -1]$ E alt răspuns

405 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

406 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

407 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

408 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

409 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

410 Inegalitatea $a^x\geq x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

411 Dacă mulțimea soluțiilor ecuației $a^x=x$, cu $a>1$, are un singur element, atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

412 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

413 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

414 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$ B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

415

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

416

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$ este:

A $y = -4x - 1$ B $y = -x - 4$ C $y = -2x - 4$ D $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

417

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

418

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

419

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

420

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

421

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

422

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \bigcup (-1, 1) \bigcup (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2}.$$

423 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

424 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi, 0, \pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1, \infty)$ E $(0, \infty)$

425 Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1 + x^2} = \pi$$

este:

A $(0, \infty)$ B $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ C $[1, \infty)$ D $[-1, 1]$ E $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

426 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

427 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

428 Funcția este strict descrescătoare dacă și numai dacă x este din:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 0)$ C $(0, 1)$ D $(-\infty, -1/5)$ E $(-\infty, -1]$

429 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

430 O primitivă a funcției $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$, este:

A $\arccos \sqrt{x}$ B $\arcsin \sqrt{x}$ C $\arccos \frac{1}{x}$ D $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

431

Mulțimea primitivelor funcției $f:\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ B $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ C $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ E $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

432

Mulțimea primitivelor funcției $f:\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x}{1+\sin x}$, este:

A $x + \operatorname{tg}\frac{x}{2} + c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$ C $x + 2\operatorname{tg}\frac{x}{2} + c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$ E $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$

433

O primitivă a funcției $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x}-1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x}-1}$

434

Mulțimea primitivelor funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ este:

A $\ln\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ B $\ln\frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ C $2\sqrt{e^x+1} + c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x}+1} + e^{-x/2}\right) + c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x+1} - e^x\right) + c$

435

Mulțimea primitivelor funcției $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x^3+1)}$ este:

A $\ln x - \ln(x^3+1) + c$ B $\ln\frac{x^3}{x^3+1} + c$ C $\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ E $\ln x\ \ln(x+1) + c$

436

Mulțimea primitivelor funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ este:

A $e^x \operatorname{arctg} x + c$ B $e^x\left(1+x^2\right)^{-1} + c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$

437

Mulțimea primitivelor funcției $f:(-\infty,-1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ este:

A $\arccos\frac{1}{x} + c$ B $\arcsin\frac{1}{x} + c$ C $-\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} + c$ D $\ln\sqrt{x^2-1} + c$
E $\operatorname{arctg}\frac{1}{x} + c$

438

Mulțimea primitivelor funcției $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

A $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ B $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ D $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

439

$\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}}\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

440

$\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$;

441

Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = -1$ D $a > 0$ E $a < 0$

442

Fie $F\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

443

$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

444

$\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

445

Funcția $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este continuă în 0 și derivabilă pe $\mathbb{R}^*$ astfel ca

$$F'(x) = \left(\sin\frac{1}{x}\right)^2, \quad x \in \mathbb{R}^*.$$

Derivata $F'(0)$ este:

A 0 B ∞ C 1 D nu există E alt răspuns

446

Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16} - \ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3 - 1$ C $\ln\frac{3}{4} - 1$ D $-\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

447

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}y}{2+\cos y}$$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

448

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\,\mathrm{sgn}\,x \ \mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

449

$$\int_0^2 \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

450

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}$ E $\pi+\dfrac{1}{4}$

451

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

452

$$\int_3^8 \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{3}-2$

453

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

454

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$P(1)+\cdots+P(n)=n^5,\quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

455

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - 1$ E $\frac{\pi}{8} - 2$

456

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

457

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$$

A $\operatorname{arctg} e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg} e + \pi$

458

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

459

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

460

Integrala $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

461

Integrala $\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

462

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

463

Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

464

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1|\,\mathrm{d}x$$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

465

$$\int_0^{\sqrt{3}} x\ \mathrm{arctg}\, x\,\mathrm{d}x$$

A π B $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

466

$$\int_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

467

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{a} \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\,\mathrm{d}x$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

468

$$\int_{-1}^{1} \sin x\ \ln(2+x^2)\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

469

$\int_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$

470

$$\lim_{a\to 1}\int_0^a x\ln(1-x)\,\mathrm{d}x, \quad a \in (0,1):$$

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

471

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x + 3}$ este:

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\mathrm{arctg}\,\sqrt{5}$ D $\mathrm{arctg}\,\frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

472

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

473

Integrala $\displaystyle\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \mathrm{d}x$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$

474

Valoarea lui $I_n = \displaystyle\int_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ B $\ln \frac{3\cdot 5\cdot \dots \cdot (2n-1)}{2\cdot 4\cdot \dots \cdot (2n-2)}$ C $\ln 2 - \ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$

475

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, atunci valoarea integralei $\int_0^{\frac{n\pi}{2}} \mathrm{e}^{-x}\cos 4x \,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{17}(1-\mathrm{e}^{-\frac{n\pi}{2}})$ B $n\pi$ C $\frac{n\pi}{4}$ D 0 E $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$

476

Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{8}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{5}$ D $\frac{\pi}{7}$ E $\frac{\pi}{2}$

477

Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $1-\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C 1 D 0 E $\frac{\pi}{2}$

478

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} \frac{1}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$ B 2π C $3\sqrt{3}$ D 0 E 3

479

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 \{nx\}^2\,\mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

480 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

481 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^9 x + 5\operatorname{tg}^7 x + 5\operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^3 x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

482 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

483

$\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

484

Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

A $\{0, 1\}$ B $\{1, 2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

485

Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin\frac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

486

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(a)=\int_0^1 |x-a|\,\mathrm{d}x$.

487 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2}-1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

488 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

489 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

490 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x+\cos^4 x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

491 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,\mathrm{d}x$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

492 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x-\cos x|\,\mathrm{d}x$

A 1 B $2(\sqrt{2}-1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2-\sqrt{2}$ E 3

493 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

494 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

495 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

496 Funcția $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

497

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

498

$$\int_0^{2\pi}\frac{x\ \sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

499

Se consideră funcțiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este:

A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

500

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

501

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_1^n\frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

502

Integrala $\displaystyle\int_0^1\frac{1}{\sin(a+x)\sin(b+x)}\,\mathrm{d}x,\qquad 0<a<b<2,$ este:

A $\ln\frac{\sin(a+1)\sin b}{\sin a\sin(b+1)}$ B $\frac{1}{\sin(b-a)}\ln\frac{\sin b}{\sin a}$ C $\frac{\ln(ab)}{\sin(b-a)}$ D $\frac{\sin(a+1)}{\sin(b+1)}$ E alt răspuns

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004} \cos(n\,x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}$.

503 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

504 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

505 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x$;

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

506 I este:

A $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

507 J este:

A $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

508

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

509

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x, \quad n = 0, 1, \ldots$.

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

510

Fie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{t^3}\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t$, $n \in \mathbb{N}^*$.

511 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$ B $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$ C $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$ D $e^{x^2}x^2 + 1$ E e^{x^2}

512 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e - 1$ D $e - 1$ E $e + 1$

513 $\lim_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

514

$$\lim_{t\to 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} \mathrm{d}x$$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

515

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] \, \mathrm{d}x$$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

516

$$\lim_{n\to\infty} \int_n^{n+1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3 + x + 1}} \text{ este:}$$

A $\ln \pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

517

Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2} - 1$ C $\frac{e}{2}$ D $e - 1$ E $2e$

518

Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^{\pi} x\, f(\sin x)\ \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0,1]$.

519 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ \mathrm{d}x$

520 $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$
E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3+\sqrt{2}\right)$

521 Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1+\cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

522 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

523 Limita $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

524 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e + 1$

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\mathrm{e}^{-x}$ și fie g inversa lui f.

525 $f'(x)$ are expresia:

A $1+\mathrm{e}^{x}$ B $1+\mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1-\mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

526 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

527 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$

528 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2}-\frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$

529 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \sqrt[n]{x^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

530 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

531 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_1^n \frac{\ln x}{n\ln n+x\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

532 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^\pi \left\{-x\right\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

533 $\displaystyle\lim_{t\to 0}\int_{2^t}^{3^t}\frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B nu există C $\ln\frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln\frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

534

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \, \mathrm{d}x$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

535

$$\int\limits_{1}^{3} \frac{\ln x}{x^2+3} \, \mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

536

$$\int\limits_{0}^{2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2} \, \mathrm{d}x$$

A π B 2π C $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

537

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1} \, \mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

538

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\mathrm{d}x}{1+n^2\cos^2 x}$$

A 0 B π C ∞ D limita nu există E alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

539

Fie $x_n > 0,\ \ n \in \mathbb{N}^*,\ \ $astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0.$

540

Fie $f : [0, b-a] \to (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

541

Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

542

Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

543

Dacă $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

544

Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

3

Geometrie analitică

545

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

546

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ B $\left(\frac{6}{5}, 1\right)$ C $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$ D $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ E $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{6}\right)$

547

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x + 3y = 0$ B $3x + 2y = 0$ C $5x + y = 9$ D $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

548

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x + 2y - 1 = 0$ B $3x - 7y + 1 = 0$ C $2x + y + 5 = 0$ D $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

549

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y - 3x + 13 = 0$ B $3x - 5y + 37 = 0$ C $y = -5$ D $x + y - 2 = 0$ E $y - 2x = 3$

550

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris
triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

551

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

552

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

553

Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ și $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B\in d_1$ și $C\in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

554

Fie dreptele

$$\begin{aligned}(AB):\quad x+2y-1 &= 0\\ (BC):\quad 2x-y+1 &= 0\\ (AC):\quad 2x+y-1 &= 0\end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

555

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$,
$(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

556

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

557

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

558

Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

559

Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

560

Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, și $D(1,1)$.

561 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C'(-6,2)$ B $C'(6,-2)$ C $C'(-6,-2)$ D $C'(1,7)$ E $C'(1,4)$

562 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

563 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3}, 3)$ E $(3,5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ și $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

564 Ecuația dreptei ST este:

A $3x + 4y - 48 = 0$ B $-3x - 4y + 12 = 0$ C $3y - 4x - 36 = 0$ D $3x - y + 12 = 0$ E $y - 4x + 64 = 0$

565 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2 + 12x$ B $12x - \frac{3}{4}x^2$ C $3x^2 + 12x$ D $-4x^2 + 12x$ E $48x - \frac{3}{4}x^2$

566 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

567 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

568 Punctul C are coordonatele:

A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2},-\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

569 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

570 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

571 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

572 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x-2=0$ și $x-3=0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m=0$ B $m=-1$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m=2$ E nu există

573 Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

574 Distanța de la punctul (x,y) la punctul $(3,5)$ este:

A $\sqrt{E(x,y)+34}$ B $\sqrt{E(x,y)-34}$ C $\sqrt{E(x,y)}$ D $\sqrt{E(x,y)+1}$
E alt răspuns

575 Valoarea minimă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

576 Se consideră mulțimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

577 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

578 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

579 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

***

4

Trigonometrie

580 Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right),$ are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

581 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

582 Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

583 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

584 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

585 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

586

$\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ n \geq 2,\ \ x \in \mathbb{R}$.

587 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

588 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0,\quad n \in \mathbb{N},\quad a \in \mathbb{R}$.

589 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2,6]$ B $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ C $a \in (-2,6)$ D $a \in (-1,1]$ E alt răspuns

590 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

591

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

592

$\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

593 $\mathrm{arctg}\ x_1 + \mathrm{arctg}\ x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

594 $\mathrm{arctg}\ x_1 \cdot \mathrm{arctg}\ x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

595

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

596

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2 \frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2 \frac{a-b}{2}$ E 2

597

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

598

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

599

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

600

Numărul $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

601

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

602

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

603 Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0, 4\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{-1, 0\}$ E $\emptyset$

604 Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m = -1,\ M = 1$ B $m = -5,\ M = 5$ C $m = -4,\ M = 3$
D $m = -4,\ M = 4$ E $m = -3,\ M = 3$

605 Mulțimea soluțiilor ecuației $2\cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

606 Ecuația $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

607 Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

A $-\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{8}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \ldots \sin nx = 1$.

608 S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

609 S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup_{n=1}^{100} \{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\}$

610 Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

611

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

612

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

613

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

614

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ D $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ E $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

615

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$

616

Soluțiile ecuației $-2\sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x - 2 = 0$ sunt:

A $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ C $\operatorname{arctg} \frac{1}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D
$\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ E $\operatorname{arctg} 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

617

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

618

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

619

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

620

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ B $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi,2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2},k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$

621

Fie $x\in\mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x-2\sqrt[3]{\sin x\cos^2 x}\right)^2+\left(\cos x-2\sqrt[3]{\sin^2 x\cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x+\cos x$ D $\sin^3 x+\cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}$

622

Ecuația $\cos^4 x-\sin^4 x=1+\sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$

623

Egalitatea $\max(\sin x,\cos x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $x\in\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $x\in\left\{-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$
D $x\in\left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $x\in\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$

624

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x=1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}|k\in\mathbb{Z}\right\}$

625

Soluția ecuației $2\arcsin x=\arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

626

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x-m)^2+(2m\sin x-1)^2=0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

627

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4+2\sin^2 x^2=0$, atunci:

A $S=\emptyset$ B $S\cap\mathbb{Q}=\emptyset$ C $S=\{\pi\}$ D $S=\{0\}$ E $S=\{0,2\pi\}$

628

Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

629

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

630

Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

631

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

632

Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

633

Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

634

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

635

Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

636

Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

637

Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

638 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

639 Valoarea lui z este:

A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i+1$

640 Modulul lui $z + i$ este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

641 Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

A $-i$ B $-2i$ C $2i+3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

642 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

643 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

644 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

645 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic E obtuzunghic

646

Fie $z = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^n}{(\sqrt{3}-i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

647

Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

648 Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

649 u^{100} este:

A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

650 Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq |z-i| \text{ și } |z-u| \leq 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

651 Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ E alt răspuns

652 Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

653 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$ E $n = 8k+2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos\dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$.

654 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

655 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

656 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n-1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$ E 0

657 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

658 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi\sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

659 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

660 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

A $n-2$ B $n-1$ C n D $n+1$ E $n+2$

661 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}-x^2+9, & x<0,\\ 2x+9, & x\geq 0.\end{cases}$

662 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

A 10 B $\dfrac{35}{4}$ C 9 D -9 E 2

663 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

A -3 B -1 C 1 D 3 E f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2+x+1=0$.

664 a^3 este:

A 0 B 1 C i D $1+i\sqrt{3}$ E -1

665 $(1+a)^{2016}+(1+\overline{a})^{2016}$ este:

A -1 B $1+i\sqrt{3}$ C 2 D 1 E i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

666 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a \neq 0$ C $a \neq 2$ D $a > 0$ E $a \leq 0$

667 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -2, b = 0$ C $a = 2, b = 1$ D $a = -1, b = 1$ E $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

668 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

669 Mulțimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

670 Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\big(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *\big)$ este grup este:

A $\{(0, 0),\ (1, 0)\}$ B $\{(0, 0),\ (1, 1)\}$ C $\{(0, 0),\ (0, 1)\}$ D $\{(-1, 0),\ (1, 0)\}$
E $\{(-1, -1),\ (1, 0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

671 A^2 este:

A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

672 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

673 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

674 $\displaystyle\int_0^1 |2x-1|\,\mathrm{d}x$

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D 2 E $\frac{1}{2}$

675 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x$

A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

676 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2+\pi$

677 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \operatorname{arctg} x\cdot\cos(nx)\,\mathrm{d}x$

A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=\sqrt{|x^2-4|}$.

678 Mulțimea de derivabilitate a funcției f este:

A $\mathbb{R}\setminus\{2,-2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2,2\}$ E $(-2,2)$

679 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

680 Numărul asimptotelor lui f este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

681 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\dfrac{2}{3}$

682 $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există

683 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-\sin n}{n+\sin n}$

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

684 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$

A e B e^2 C e^4 D e^6 E ∞

685 $\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ și dreapta $(d):\ x-y=2$.

686 Simetricul punctului A fața de origine este:

A $(1,1)$ B $(-1,-1)$ C $(1,-1)$ D $(2,-1)$ E $(-1,2)$

687 Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{2}$ E 1.

688 Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

A $(1,-1)$ B $(2,-2)$ C $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ D $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ E (3,-3)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x + 4\cos x$.

689 $f(\frac{\pi}{3})$ este:

A $\frac{11}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C π D 0 E $\frac{1}{2}$

690 Valoarea maximă a lui f este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

691 Ecuația $f(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[-4, 4]$ D $[-2, 0]$ E $[0, 3]$

***

6

Simulare admitere 13 mai 2017

692 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2+2x+m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1,\infty)$ B $[1,\infty)$ C $[0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

693 Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg(x-2)}{\lg(5x-14)}=1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3,6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ E $\{6\}$

694 $\sin^2\dfrac{\pi}{3}+\cos^2\dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

695 Numărul soluțiilor din intervalul $[0,2\pi]$ ale ecuației $\sin x=\cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

696 Valoarea minimă a funcției $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,0)$ și $C(6,1)$.

697 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2,2)$ B $(3,2)$ C $(3,4)$ D $(3,3)$ E $(4,3)$

698 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5,4)$ B $(5,5)$ C $(4,4)$ D $(6,4)$ E $(2,4)$

699 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ B $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ D $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ E $(1,1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x & +2y & +3z & = & 1 \\ 2x & -y & +az & = & 1 \\ 3x & +y & +4z & = & 2b^3 \end{cases}$, $\quad a, b \in \mathbb{R}$.

700 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b \in \mathbb{R}$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b = 1$ C $a = b = 2$ D $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

701 Numărul perechilor $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

702 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n+2}$

A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

703 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)$

A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

704 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

705 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$

A ∞ B -1 C e D 0 E $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\,\mathrm{e}^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

706 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

707 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

A $(0, 1)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(0, \infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\, x^{199} + a_{200}\, x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

708 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

709 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

710 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

711 Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

712 $0 * 0$ este:

A 4 B 3 C 2 D 5 E 6

713 Fie $m = -1$. Știind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 0

714 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:

A $\{-1, 0, 2\}$ B $\{-1, 1, 2\}$ C $\{-1, 2\}$ D $\{-1\}$ E $\{2\}$

715 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

A 1 B 2 C 0 D 4 E infinit

716 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^1 |t - x|^3 \, \mathrm{d}t$, are valoare minimă pentru x egal cu:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E -1

Să se calculeze:

717 $\displaystyle\int_0^1 x^9\,\mathrm{d}x$

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{1}{10}$ E 10

718 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{4+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2}$ E π

719 $\displaystyle\int_0^1 \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$

A $\ln\frac{e}{2}$ B $\ln\frac{2}{3}$ C 0 D $\ln\frac{4}{e}$ E $\ln 2$

720 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

721 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}\left(x^2\right)}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{8}$ D π^2 E $\frac{\pi^2}{6}$

****

7

Admitere 16 iulie 2017

722 Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

A 0 B -1 C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$.

723 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ este:

A $-\infty$ B -5 C 4 D 8 E 0

724 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

725 Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

A 2 B 1 C 3 D $\ln 2$ E e

726 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

A $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ B $(0, 1] \cup \{e^2\}$ C $(0, e^2]$ D $[1, +\infty)$ E $(0, 1] \cup \{e\}$

727 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

A -1 B $-\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{5}$ D $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ E $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

728 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2^x+3^x}{2\cdot 3^x+1}$

A 2 B 0 C $+\infty$ D 3 E $\frac{1}{2}$

729 $\lim\limits_{x\to+0} \left((x+9)^x-9^x\right)^x$

A nu există B 0 C e D 1 E $\ln 9$

Să se calculeze:

730 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+9}$

A $\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\dfrac{\pi}{6}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{18}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

731 $\displaystyle\int_1^e \ln\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

732 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A 0 B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi^2}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi^2}{4}$

733 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_2^e (\ln x)^n\,\mathrm{d}x$

A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

734 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ și fie f^{-1} inversa funcției f.
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$.

735 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

736 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x-\frac{3}{2}\right)+(y-2)=0$ B $4x+3y+4=0$ C $3x-4y+4=0$ D $6x-8y+7=0$ E $x-y=0$

737 Se consideră familia de funcții $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=x^2-(4m+3)x+4m+2$, $m\in\mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0,+\infty)$ definim legea de compoziție $x*y=x^{2\ln y}$, $\forall x>0,\ y>0$.

738 Elementul neutru este:

A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

739 Pentru $x\neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea "$*$" este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4\ln x}}$ D $x^{-2\ln x}$ E $\frac{1}{2\ln x}$

740 Valoarea lui $a>0$ pentru care structura algebrică $((0,\infty)\setminus\{a\},*)$ este grup, este:

A e B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

741 Numărul $e*e*\cdots*e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

742 Determinantul sistemului este:

A a^2 B a^2+2a-3 C a^2-2a+3 D $-a^2-2a+3$ E $2a+3$

743 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

A $a=-1$ B $a=1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3,1\}$ E $a=-3$

744 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x,y,z), cu x,y,z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcția $f:[0,2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

745 $f(0)$ este:

A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

746 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ este:

A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

747 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x)=m$ are soluții este:

A $\left[0,\frac{9}{8}\right]$ B $[-2,0]$ C $\left[-2,\frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

748

Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

749 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

750 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$
B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

751 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

* * *

8

Simulare admitere 12 mai 2018

752 $\displaystyle\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

753 $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

754 $\displaystyle\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

755 $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

756 $\lim_{x\to\infty} \frac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

757 $\lim_{x\to\infty} \left(\ln(e^x+2^x) - \sqrt{x^2-4x+1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

758 $\lim_{x\to 1} \frac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}, \quad a, b \in \mathbb{R},$ este:

A $\frac{a-b}{2}$ B $b-a$ C $\mathrm{e}^a - \mathrm{e}^b$ D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{2x}(x^2+x+m)$, unde m este un parametru real.

759 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $\mathrm{e}^2(m+3)$ D m E $-m$

760 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4}, 1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

761 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty, \frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

762 Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a|\sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

763 Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

764 Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\frac{2+a}{2-a}$ C $\frac{a+4}{a+3}$ D $\frac{1+a}{1-a}$ E $\frac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

765 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

766 Mulțimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

A $[0, 4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1, 2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

767 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

768 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} \dfrac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

769 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1, 1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

770 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$

are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

771 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G, \star)$, unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

772 $\dfrac{2}{3} \star \dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

773 Elementul neutru al grupului $(G, \star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

774 Dacă $\big((0, \infty), \cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G \to (0, \infty)$, $f(x) = \dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

775 $\dfrac{1}{2} \star \dfrac{1}{4} \star \cdots \star \dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

776 Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} = m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon [0, 3\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

777 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

778 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

779 Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

780 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

781 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

***

9

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

782 $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

783 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$

A $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ B $\operatorname{arctg}\mathrm{e}-\dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^2+1}$ D $\ln\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ E $\ln(2\mathrm{e})$

784 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x+\sin^4 x}\mathrm{d}x$

A $\ln 2$ B $\pi\ln 4$ C $\pi\ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi\mathrm{e})$

785 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi}\{x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

786 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2\cdot 9^x+5^x+4}{9^{x+1}-5^x+2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

787 $f'(0)$ este:

A $1+a$ B a C $1-a$ D 1 E 0

788 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a=2$ B $a=-1$ C $a=1$ D $a=0$ E $a=3$

789 Pentru $a=-3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

790 Pentru $a=1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0,-1)$, dreptele d_1: $x-y+1=0$, d_2: $2x-y=0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

791 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1,2)$ B $(2,3)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $\left(-\frac{1}{2},-1\right)$

792 Punctul B are coordonatele:

A $(3,6)$ B $(0,1)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $(-2,-1)$

793 Se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(4,5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x-y=2$ B $2x+y=10$ C $x+2y=11$ D $-x+y=1$ E $x+y=7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

794 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

795 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

796 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

797 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

798 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

799 $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

800 Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0$, este:

A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2, -1)$ C $(-2, -2)$ D $(2, -2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

801 $\lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

802

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

803

Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

804

Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

805

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

806

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

807

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

808

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

809 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{2}{3}$ D $\dfrac{1}{3}$ E $-\dfrac{1}{3}$

810 Dacă funcția $f : (-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\,\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $-\dfrac{1}{5}$

811 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

***

10

Simulare admitere 18 mai 2019

812 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

A 2^5 B 2^7 C $2^7 - 1$ D C_7^3 E 2^6

Se consideră sistemul $(S): \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$ $a, b \in \mathbb{R}$.

813 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq 1$ B $a \neq -1$ C $a = 1, b = 2$ D $a = 3, b \neq 2$ E $a \neq -2$

814 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = -5$ B $a = -1,\ b = 4$ C $a = -1,\ b = 6$ D $a = -1,\ b = -6$ E $a = 1,\ b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (2m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\frac{1}{2}$.

815 Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$

816 Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

817 Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left[0, \frac{2}{5}\right)$ B $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$ C $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right]$ D $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right)$ E $\mathbb{R}$

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compozitie "$\star$" prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ este fixat.

818 Elementul neutru este:

A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a

819 Simetricul unui element $x \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ în raport cu legea "$\star$" este:

A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}

820 $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:

A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n\frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n \lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n \lg a}}$

821 Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\operatorname{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:

A $2\operatorname{tr}(A) + 1$ B $\operatorname{tr}(A) + 1$ C $2\operatorname{tr}(A)$ D $\operatorname{tr}(A) - 1$ E $\operatorname{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$
și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

822 ε^3 este egal cu:

A $\varepsilon - 2$ B $2\varepsilon - 1$ C $2\varepsilon + 1$ D $-\varepsilon + 2$ E ε

823 $\det\left(A^{2019}\right)$ este:

A 1 B 0 C 2019 D -1 E ε

824 Matricea A^{2019} este:

A εI_2 B $-A$ C I_2 D $-\varepsilon I_2$ E A

825 Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3$.
Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1,\ 1 + x_2,\ 1 + x_3$ este:

A $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ B $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ C $x^3 - 3x^2 - x + 2$ D $x^3 - 3x^2 + x - 1$
E $x^3 - 3x^2 - x - 5$

826 $\lim\limits_{n\to\infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1 + x + x^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\ln 2$ C $\ln\frac{3}{2}$ D 2 E $2\ln 2$

827 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum_{k=1}^{n} \cos\frac{2k}{n\sqrt{n}} \right)$ este:

A 2 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 + x - 1)$.

828 Numărul asimptotelor lui f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4ex]

829 Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

A 4 B 2 C 0 D 1 E 3

830 $\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+2n}}$ este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

831 $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$ este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

832 Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|2x^2 - 3x + 1\right| \cdot \cos(a\,x)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

833 $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\frac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = ax^2 + x$, $g(x) = \ln(1+x)$.

834 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ este:

A 0 B $2a+1$ C 1 D ∞ E $a+1$

835 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

A $\mathbb{R}\setminus\left\{1 - \frac{1}{\mathrm{e}}\right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ E $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n\sqrt{1-x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0,1)$.

836 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 1 B 0 C a D $\sqrt{1-a^2}$ E nu există

837 $\lim\limits_{n\to\infty} n\, {x_n}^2$ este:

A 0 B 1 C a^2 D $1-a^2$ E $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1,4)$, $B(1,6)$ și $C(3,-8)$.

838 Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

A $(2,-1)$ B $(0,5)$ C $(1,-2)$ D $(2,-4)$ E $(1,-10)$

839 Simetricul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

A $(-14,5)$ B $(6,-15)$ C $(-13,4)$ D $(-15,6)$ E $(-5,14)$

840 Aria paralelogramului $ABCD$ este:

A 32 B 16 C 8 D 48 E 24

841 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

A $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3}} + k\pi \ :\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\dfrac{k\pi}{6} \ :\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi \ :\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\emptyset$ E $\left\{\dfrac{k\pi}{8} \ :\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

11

Admitere 24 iulie 2019

842 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

A 224 B 217 C 64 D 192 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

843 Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

844 Mulțimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

A $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ B $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ C $\emptyset$ D $(0, \infty)$ E $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

845 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

846 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

847 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{\text{1 apare de 2019 ori}}$ este:

A -1 B 1 C $\dfrac{3^{2019} - 1}{2}$ D $\dfrac{3^{2019} + 1}{2}$ E 0

848 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$.
Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \cdots + A^{2019}$ este:

A $2A - I_2$ B $2A + I_2$ C $-2A + I_2$ D $-2A - I_2$ E $A + I_2$

849 Fie $z = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$. Atunci $(1-z)(1-z^2)(1-z^4)(1-z^5)$ este:

A 9 B 0 C i D 1 E z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

850 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq \dfrac{2}{3}$ B $a = \dfrac{2}{3}$ C $a \neq \dfrac{3}{2}$ D $a = \dfrac{3}{2}$ E $a \neq 2$

851 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = \dfrac{2}{3}, b = 2$ B $a = \dfrac{2}{3}, b \neq 2$ C $a = \dfrac{3}{2}, b = 2$ D $a = \dfrac{2}{3}, b = 3$ E $a \neq \dfrac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

852 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A 2 B 0 C 1 D -1 E -2

853 $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

A -4 B 4 C 1 D -1 E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2, \quad x_0 \in \mathbb{R}$.

854 Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

A -2 B 1 C -1 D 2 E nu există

855 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-1,1]$ B $(-\infty,0]$ C $[0,1]$ D $[1,\infty)$ E $(-1,1)$

856 Dacă $x_0 = \frac{1}{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D nu există E $+\infty$

857 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2-1)^2(x^2-9)^3$, este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Fie $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^x(x^2+x+m)$, $m \in \mathbb{R}$.

858 $f(0)$ este:

A 0 B $m-1$ C m D $m+1$ E $m+2$

859 Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-5,1)$ B $\{-5,1\}$ C $[-5,1)$ D $(-5,2)$ E $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^{2x}+1}$.

860 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

861 Imaginea funcției f este:

A $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ B $[-1,0)$ C $(-1,0)$ D $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ E $[-1,\sqrt{2}]$

862 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C $\frac{\pi}{8}$ D $\ln 3$ E $\frac{\pi}{2}$

863 $\displaystyle\int_1^9 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C π D $\ln 4$ E $-\ln 2$

864 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^n \frac{x-x^2}{(x^2+1)(x^3+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\log\frac{3}{2}$ D $\log\frac{2}{3}$ E -1

865 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2+1)(x^7+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{3}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{8}$ E alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8,0)$ și $B(0,6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox, respectiv Oy.

866 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=24$ B $3x+2y=24$ C $x+y=10$ D $2x+y=22$ E $x-y=1$

867 Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

A 4 B 6 C 5 D $\frac{24}{5}$ E $\frac{16}{3}$

868 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

A 10 B 12 C 13 D 14 E 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2\sin x \cos x = a + \sin^2 x, \quad a \in \mathbb{R}$.

869 Ecuația are soluția $\frac{\pi}{4}$ dacă a este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

870 Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ B $[-2, 2]$ C $[-1, 1]$ D $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ E $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

871 Dacă $\sin x + \cos x = 1, \quad x \in \mathbb{R}$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2^{2019}}$ D 1 E $\frac{1}{4}$

***

12

Simulare admitere 8 mai 2021

Câte numere naturale de 3 cifre distincte (în baza 10) au cifrele scrise în ordine ...

872 crescătoare?

A 168 B 120 C 126 D 504 E 84

873 descrescătoare?

A 84 B 720 C 126 D 168 E 120

Fie $(G, *)$ un grup astfel încât funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \to (G, *), \qquad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

să fie un izomorfism de grupuri.

874 Mulțimea G este:

A $(-1, 1)$ B $[0, \infty)$ C $[-1, 1]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 1)$

875 Inversa $f^{-1}(y)$ are expresia:

A $\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$ B $\frac{|y|}{\sqrt{1+y^2}}$ C $\frac{y}{\sqrt{y^2-1}}$ D $\frac{|y|}{\sqrt{1-y^2}}$ E $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

876 Valoarea expresiei $(f \circ f \circ \ldots \circ f)(1)$, unde f apare de 2021 de ori, este:

A $\frac{1}{2021}$ B $\frac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\frac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\frac{2020}{2021}}$ E $\frac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

877 $\frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2}$ este:

A $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\sqrt{2}$ D 1 E $\frac{\sqrt{2}}{2}$

878 Elementul neutru în $(G, *)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\ln 2$

879 Valoarea expresiei $\frac{1}{\sqrt{2021}} * \frac{1}{\sqrt{2021}} * \cdots * \frac{1}{\sqrt{2021}}$, unde $\frac{1}{\sqrt{2021}}$ apare de 2020 de ori, este:

A $\frac{1}{2021}$ B $\frac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\frac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\frac{2020}{2021}}$ E $\frac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

880 Determinantul matricei A este:

A 1 B 0 C -1 D -7 E 3

881 $(A - I_3)^2$ este:

A O_3 B I_3 C A D $A - I_3$ E $-I_3$

882 A^{2021} este:

A $2021A - 2020I_3$ B $A - I_3$ C $A + 2020I_3$ D $2020A - 2021I_3$ E $2021A + 2020I_3$

883 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$ este:

A $-\dfrac{1}{2\pi}$ B $\dfrac{1}{\pi^2}$ C $\dfrac{1}{2\pi}$ D 0 E $\dfrac{1}{\pi}$

884 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1 + x^2}\cos x}{x^4}$ este:

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{6}$ E $\dfrac{1}{12}$

885 $\displaystyle\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $\dfrac{1}{6}$

886 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{6}$ B $\dfrac{\pi}{2}$ C $\dfrac{\pi}{3}$ D $\dfrac{\pi}{4}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

887 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_0^x \mathrm{e}^{-t^2} \,\mathrm{d}t$ este:

A 1 B 0 C e D $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ E $\dfrac{2}{\mathrm{e}}$

888 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Limita șirului

$$\int_0^n \frac{\{x\}^n}{1+\{x\}}\,\mathrm{d}x, \quad n = 1, 2, \ldots \quad \text{este:}$$

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C 1 D $\ln 2$ E ∞

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență

$$x_{n+1} = x_n + 2^{-x_n} \quad \text{pentru orice } n \geq 0, \qquad x_0 = 0.$$

889 x_1 este:

A 1 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

890 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 2 B e C ∞ D e^2 E nu există

891 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\ln n}$ este:

A $\log_2 \mathrm{e}$ B $\ln 2$ C 1 D 2 E $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : (-2, \infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \ln(2 + x) + ax^2 + 4x$.

892 Dacă tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$, atunci valoarea lui a este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E -1

893 Dacă $f''(0) = 0$, atunci valoarea lui a este:

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D $-\frac{1}{4}$ E 0

894 Funcția f este concavă dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0]$ B $(-\infty, 0)$ C $(0, \infty)$ D $[0, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

În planul xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(-1,-2)$ și $C(1,0)$.

895 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(0,0)$ B $(1,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(0,\frac{4}{3}\right)$ E $\left(\frac{2}{3},0\right)$

896 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $ABCD$ este paralelogram, atunci OD este:

A 4 B $2\sqrt{5}$ C 5 D $3\sqrt{3}$ E $3\sqrt{2}$

897 Dacă M este un punct din plan cu proprietatea că $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 37$, atunci OM este:

A 2 B $2\sqrt{2}$ C 3 D $2\sqrt{3}$ E 4

898 Numărul complex $(1+i)(1+2i)(1+3i)$ este:

A -10 B $10i$ C $1-3i$ D $3-i$ E $9+i$

899 Valoarea expresiei $\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg} 2 + \operatorname{arctg} 3$ este:

A $\frac{5\pi}{6}$ B π C $\frac{3\pi}{2}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{5\pi}{4}$

Fie funcția $f : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^5 x + \cos^5 x$.

900 $f(\pi)$ este:

A -1 B 0 C 1 D 2 E -2

901 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A 4 B 5 C 7 D 9 E 10

***

13

Admitere 22 iulie 2021

902 Numărul complex $1 - i + i^2 - i^3 + \cdots - i^{2021}$ este:

A $1-i$ B $1+i$ C $-i$ D 1 E 0

903 Dacă $a = \lg 5$, atunci $\log_3 5 \cdot \log_{20} 9$ este:

A $\dfrac{2a}{2-a}$ B $\dfrac{2-a}{2a}$ C $\dfrac{1-a}{2a}$ D $\dfrac{a}{2-a}$ E $\dfrac{2-a}{a}$

904 Câte numere naturale de patru cifre (în baza 10) se pot scrie, dacă se pot folosi doar cifrele 1, 2, 3, 4 iar cifra 1 se folosește obligatoriu?

A 256 B 252 C 110 D 192 E 175

Pe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 z_2 - i(z_1 + z_2) - 1 + i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

905 $i * i$ este:

A 1 B 0 C i D $-i$ E 2

906 Elementul neutru al legii "$*$" este:

A $-i$ B $-1+i$ C $-1-i$ D $1+i$ E $1-i$

907 Mulțimea elementelor inversabile în monoidul $(\mathbb{C}, *)$ este:

A $\mathbb{C} \setminus \{i\}$ B $\{-1+i, 1+i\}$ C $\{1-i, -1-i\}$ D $\{i\}$ E $\mathbb{C} \setminus \{i, -i\}$

908 Dacă $\varepsilon = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$, atunci valoarea expresiei $(\varepsilon + i) * (\varepsilon + i) * \cdots * (\varepsilon + i)$, unde $\varepsilon + i$ apare de 2022 ori, este:

A $1+i$ B $-1+i$ C $1-i$ D i E $-i$

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și fie sistemul (S) în necunoscutele x, y, z:

$$(S) : \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x + y + az = 4 \end{cases} .$$

909 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a = -2$ C $a \neq 2$ D $a \neq -1$ E $a = 2$

910 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă perechea (a, b) este:

A $(-2, 6)$ B $(-2, -6)$ C $(-2, 5)$ D $(2, 5)$ E $(2, -6)$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

911 A^{2022} este:

A $4^{2021}A$ B $4^{2022}A$ C $4A$ D $4^{2022}I_2$ E O_2

912 Numărul matricelor $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^{2022} = A$ este:

A 2 B 0 C 2022 D 4 E 1

Fie funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

913 Numărul soluțiilor ecuației $f(x^2) = f(x)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

914 Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(-1,1)$ D $(-1,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

915 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

916 $f'(x)$ este:

A $1+\dfrac{1}{x^2}$ B $1-\ln x$ C $\dfrac{x^2}{2}-\ln x$ D $1-\dfrac{1}{x^2}$ E $x^2+\dfrac{1}{x^2}$

917 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:

A $x+2y=1$ B $x-y=1$ C $2x-y=2$ D $2x+y=2$ E $y=0$

918 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} f(x)\,dx$ este:

A $\dfrac{e}{2}-1$ B $\dfrac{e}{2}$ C $1-\dfrac{1}{e}$ D $e-\dfrac{1}{2}$ E $1+\dfrac{1}{e}$

919 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} e^{-|f(x)|}\,dx$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e E $e-\dfrac{1}{e}$

920 $\displaystyle\int_0^1 2^{-x}\,dx$ este:

A $\dfrac{1}{2\ln 2}$ B $\dfrac{\ln 2}{2}$ C $-\dfrac{1}{2\ln 2}$ D $-\dfrac{\ln 2}{2}$ E $2^{\ln 2}-1$

921 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\cos x}\,dx$ este:

A 2 B $2\sqrt{2}-2$ C $2\sqrt{2}$ D $2+\sqrt{2}$ E $2-\sqrt{2}$

Fie funcția continuă $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ cu $f(x) = \dfrac{x - \mathrm{e}}{\ln x - 1}$ pentru orice $x \in (0, \infty) \setminus \{\mathrm{e}\}$.

922 $f(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E 2

923 $f'(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 + 2x_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

924 Dacă $x_0 \in (0, 1)$, atunci $\lim\limits_{n \to \infty} x_n$ este:

A ∞ B nu există C 0 D $1 + \sqrt{5}$ E e^2

925 Șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-2, 0]$ B $[-1, 0]$ C $[-1, 1)$ D $\{-1, 0\}$ E $(-\infty, 1)$

926 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(2^x - 1) \cdot \ln(1 + \sin^2 x)}{\left(\sqrt{1 + x^2} - 1\right) \cdot \operatorname{tg} x}$ este:

A $2 \ln 2$ B $\ln 2$ C 0 D $\dfrac{\ln 2}{2}$ E 1

În planul xOy se consideră punctele $A(2, 3)$, $B(-2, -3)$ și $C(3, -3)$.

927 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(1, -1)$ B $(0, 0)$ C $(0, -1)$ D $\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{3}{2}\right)$ E $\left(\dfrac{7}{3}, 3\right)$

928 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $COAD$ este paralelogram, atunci CD este:

A 5 B $\sqrt{13}$ C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{3}$ E $\sqrt{19}$

929 Dacă M este un punct oarecare din plan, atunci valoarea minimă a expresiei $MA^2 + MB^2 + MC^2$ este:

A 35 B 44 C 38 D 41 E 53

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \cos(ax)$.

930 $f(0)$ este:

A 2 B 0 C 1 D π E -2

931 Ecuația $f(x) = 2$ are soluție unică dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ B $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ C $\{-\pi, \pi\}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-1, 1)$

* * *

14

Simulare admitere 7 mai 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

932 cel puțin un element mai mic decât 5?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

933 cel puțin un element mai mic decât 5 și cel puțin un element mai mare decât 5?

A 434 B 448 C 217 D 224 E 248

Pe $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție $x * y = x + (-1)^x y$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. Care este ...

934 elementul neutru în raport cu legea "$*$"?

A 0 B 1 C -1 D 2 E nu există element neutru

935 simetricul lui 2022 în raport cu legea "$*$"?

A -2023 B 2022 C 2022 nu are element simetric D 2021 E -2022

936 numărul soluțiilor ecuației $x * x = 2022$ $(x \in \mathbb{Z})$?

A 0 B 1 C 2 D 2022 E 2023

937 Numărul soluțiilor complexe ale ecuației $z^2 = -2\overline{z}$ este:

A 4 B 0 C 1 D 2 E 3

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - (2m+1)x + m + 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

938 Valoarea lui m pentru care $x = 2$ este soluție a ecuației $f_m(x) = 0$ este:

A -2 B -1 C 1 D 2 E 3

939 Vârfurile parabolelor reprezentate de graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:

A $x + 2y = 1$ B $2x + y = 1$ C $x - 2y = 1$ D $2x - y = 1$ E $x - 2y = 2$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

940 A^2 este:

A $-A$ B A C I_2 D $-4I_2$ E O_2

941 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

942 Dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică ecuația $X^2 = A$, atunci X^{2022} este:

A A B $2022 \cdot I_2$ C $-A$ D $i \cdot I_2$ E $i \cdot A$

943 Valoarea expresiei $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \,\mathrm{d}x + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}$ B 1 C $\dfrac{2\pi}{3} - \ln 2$ D $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{1}{2}\ln 2.$

Fie funcția continuă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$.

944 $f(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

945 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}+1}$ este:

A $\{1\}$ B $\{0, 1\}$ C $\emptyset$ D $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ E $\{0\}$.

946 $f'(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

947 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $(-1, 1)$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ C $\mathbb{R}$ D $[-2, 2]$ E $\left[1-\sqrt{2}, \sqrt{2}-1\right]$.

948 Numărul soluțiilor ecuației $f(\operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:

A 1 B 2 C 4 D 6 E infinit

949 $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $1+\sqrt{2}$ B $\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\ln 2$ C 0 D $1-\ln\dfrac{3}{2}$ E $2-\ln 2$

950 $\displaystyle\int_1^{e} \frac{\ln x}{x}\,dx$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 1 C 2 D e E $\frac{e^2}{2}$.

951 $\displaystyle\int_0^{2} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2-x}}\cdot \sin\frac{\pi x}{2}\,dx$ este:

A $\frac{2}{\pi}$ B $\frac{\pi}{2}$ C $2\sqrt{2}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ E $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$.

952 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}\,dx$ este:

A $2\ln 3$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $2\sqrt{3}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ E $\frac{\pi\ln 3}{2}$.

953 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x}{x^2}$ este:

A 7 B 6 C 3 D $\frac{11}{2}$ E $\frac{15}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1}=x_n^2+x_n$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x_0\in\mathbb{R}$.

954 $x_3=0$ dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{-1,0\}$ B $\{0\}$ C $\{1\}$ D $\{-1,0,1\}$ E $[-1,1]$

955 Dacă șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent, atunci limita sa este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

956 Dacă $x_0=-\frac{1}{2}$, atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nx_n$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

În planul xOy se consideră pătratul $ABCD$, astfel încât vârfurile lui sunt ordonate în sens trigonometric, $A(2,7)$ iar $M(-2,1)$ este punctul de intersecție a diagonalelor.

957 Panta dreptei BD este:

A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{2}$ C $-\frac{3}{5}$ D $\frac{5}{3}$ E $-\frac{1}{2}$

958 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 104 B 61 C 85 D 101 E 122

959 Punctul B are coordonatele:

A $(-8,5)$ B $(-9,5)$ C $(-8,6)$ D $(-9,6)$ E $(-7,5)$

960 Numărul soluțiilor ecuației $\sin x \cdot \sin 2x = 1$ din intervalul $[0,4\pi]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

961 Dacă $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, atunci $\sin^6 x + \cos^6 x$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C $\frac{1}{8}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

***

15

Admitere 15 iulie 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

962 cel puțin un număr impar?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

963 cel puțin un număr par mai mic decât 5 și cel puțin un număr par mai mare decât 5?

A 434 B 336 C 217 D 352 E 416

Fie numărul complex $z = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

964 z^2 este:

A $-i$ B $\dfrac{i}{2}$ C $\dfrac{z}{2}$ D i E $2z$

965 Valoarea expresiei $1 + z + z^2 + \cdots + z^{2022}$ este:

A $-\overline{z}$ B $-z$ C z D 1 E i

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

966 Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $A^2 = x \cdot A$ este:

A 5 B 1 C 2 D 6 E 3

967 A^{2022} este:

A $5^{2021}A$ B $5A$ C $5^{2021}I_2$ D $6^{2021}A$ E 0_2

968 $\det\left(A + A^2 + \cdots + A^{2022}\right)$ este:

A 0 B 2022 C 5^{4044} D $\dfrac{5^{2023}-1}{4}$ E 6^{2023}

Pe $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

969 Elementul neutru în raport cu legea „$*$” este:

A 1 B 0 C -1 D $\sqrt{2}$ E -2

970 Simetricul lui -2022 în raport cu legea „$*$” este:

A $\dfrac{1}{2022}$ B 2022 C $-\dfrac{1}{2022}$ D -2022 E Numărul -2022 nu este simetrizabil

971 Numărul soluțiilor ecuației $x * x = 1$ este:

A 4 B 1 C 2 D 0 E infinit

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{k-1}{k!}$, pentru orice $n \geq 0$.

972 x_1 este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E 2

973 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A e B -1 C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

974 $\lim\limits_{n\to\infty} n\sqrt[n]{|x_n|}$ este:

A e B $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

975 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{\ln(1+x)}\right)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 1 C 2 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

976 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{x^\pi-(\sin x)^\pi}{x^{\pi+2}}$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{\pi}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{6}$ E limita nu există

977 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\displaystyle\int_0^n\dfrac{x^2}{\sqrt{x^4+1}}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\dfrac{\pi}{2}$ C ∞ D $\dfrac{1}{2}$ E $\ln 2$

Fie funcția $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, cu $f(x)=\dfrac{2-x}{1+2x}$, pentru orice $x\geq 0$.

978 Numărul soluțiilor ecuației $f(f(x))=x$ este:

A infinit B 0 C 1 D 2 E 4

979 $f'(x)$ este:

A $-\dfrac{2x}{(1+2x)^2}$ B $\dfrac{4}{(1+2x)^2}$ C $\dfrac{3-4x}{(1+2x)^2}$ D $\dfrac{5}{(1+2x)^2}$ E $\dfrac{2}{1+2x}$

980 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\dfrac{1}{2},2\right]$ B $\left(-\dfrac{1}{2},\infty\right)$ C $(-2,2]$ D $(-\infty,2]$ E $\mathbb{R}$

981 Mulțimea valorilor $a\in\mathbb{R}$ pentru care expresia $\operatorname{arctg}(x+a)+\operatorname{arctg}(f(x)+a)$ nu depinde de x este:

A $\{0,1\}$ B $\{0\}$ C $\{-1,0\}$ D $\emptyset$ E $\{-1,0,1\}$

982 $\displaystyle\int_0^2\operatorname{arctg} f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\ln 5}{2}$ B $\operatorname{arctg} 2$ C $\dfrac{\pi\ln 5}{2}$ D $2\cdot\ln 5\cdot\operatorname{arctg} 2$ E $2\cdot\operatorname{arctg} 2$

Fie $a > 0$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = a^x - 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

983 $f(0)$ este:

A 0 B 1 D $a-1$ E -1 E $a+1$

984 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

A $(0,1) \cup \{e^2\}$ B $(1, e^2] \setminus \{e\}$ C $\left(\frac{1}{e}, e^2\right)$ D $\{e^2\}$ E $\{2e, e^2\}$

985 Dacă $a = e$, atunci $\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

A $e-3$ B 1 C 0 D $e-2$ E $e+2$

986

Valoarea expresiei $\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{x\cos^2 x}{1+\sin x}\,dx$ este:

A $\frac{\pi}{2} - 1$ B $\frac{\pi}{2} + 1$ C $\frac{3\pi}{2} + 1$ D $\frac{\pi - 1}{2}$ E $\frac{\pi+1}{2}$

În planul xOy se consideră un triunghi ABC, în care $A(0,4)$, mediana din B are ecuația $x - 4y + 6 = 0$, iar mediana din C are ecuația $x + 6y - 14 = 0$.

987 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(2,2)$ B $(2,1)$ C $(1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

988

Mijlocul laturii $[BC]$ are coordonatele:

A $(3,1)$ B $(2,1)$ C $(2,0)$ D $(3,0)$ E $(4,0)$

Fie funcția $f\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = 2\cos^2 x + \sin 2x$, pentru orice $x \in [0,2\pi]$.

989 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ este:

A $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ B $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ C $1+\sqrt{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{6}$

990 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 5 B 4 C 3 D 2 E 1

991 Maximul funcției f este:

A $1+\sqrt{2}$ B 2 C $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{3}$

***

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraș
3 - Maria Câmpian
4 - Eugenia Duca
5 - Liana Timboș
6 - Liana Timboș
7 - Liana Timboș
8 - Dalia Cîmpean
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Maria Câmpian
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Alexandra Ciupa
15 - Alexandra Ciupa
16 - Viorica Muresan
17 - Viorica Muresan
18 - Dalia Cîmpean
19 - Radu Peter
20 - Mircea Ivan
21 - Daria Dumitraș
22 - Daniela Inoan
23 - Nicolaie Lung
24 - Daria Dumitraș
25 - Daniela Roșca
26 - Daniela Roșca
27 - Adela Novac
28 - Adela Novac
29 - Floare Tomuța
30 - Mircea Dan Rus
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Floare Tomuța
34 - Iuliu Crivei
35 - Viorica Mureșan
36 - Neculae Vornicescu
37 - Neculae Vornicescu
38 - Alexandra Ciupa
39 - Vasile Pop
40 - Vasile Câmpian
41 - Ioan Gavrea
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Daniela Roșca
45 - Eugenia Duca
46 - Eugenia Duca
47 - Alexandru Mitrea
48 - Alexandru Mitrea
49 - Alexandru Mitrea
50 - Alexandru Mitrea
51 - Alexandru Mitrea
52 - Eugenia Duca
53 - Tania Lazar
54 - Gheorghe Toader
55 - Daniela Marian
56 - Ioan Rașa
57 - Ioan Rașa
58 - Ioan Rașa
59 - Ioan Rașa
60 - Ioan Rașa
61 - Alexandru Mitrea
62 - Ioan Rașa
63 - Daniela Roșca
64 - Daniela Roșca
65 - Floare Tomuța
66 - Daniela Roșca
67 - Daniela Roșca
68 - Daniela Roșca
69 - Alexandru Mitrea
70 - Alexandru Mitrea
71 - Gheorghe Toader
72 - Eugenia Duca
73 - Silvia Toader
74 - Silvia Toader
75 - Silvia Toader
76 - Ioan Gavrea
77 - Ioan Gavrea
78 - Bogdan Gavrea
79 - Bogdan Gavrea
80 - Alexandra Ciupa
81 - Mihaela Berchesan
82 - Mihaela Berchesan
83 - Mihaela Berchesan
84 - Eugenia Duca
85 - Mircea Ivan
86 - Alexandra Ciupa
87 - Alexandru Mitrea
88 - Ioan Rașa
89 - Ioan Rașa
90 - Ioan Rașa
91 - Ioan Rașa
92 - Mircea Ivan
93 - Mircea Ivan
94 - Daria Dumitraș
95 - Daria Dumitraș
96 - Vasile Pop
97 - Silvia Toader
98 - Nicolaie Lung
99 - Nicolaie Lung
100 - Daniela Roșca
101 - Dorian Popa
102 - Neculae Vornicescu
103 - Neculae Vornicescu
104 - Vasile Miheșan
105 - Daria Dumitraș
106 - Vasile Miheșan
107 - Daniela Roșca
108 - Daniela Roșca
109 - Daniela Roșca
110 - Vasile Pop
111 - Vasile Pop
112 - Silvia Toader
113 - Silvia Toader
114 - Gheorghe Toader
115 - Rozica Moga
116 - Rozica Moga
117 - Viorica Mureșan
118 - Dorian Popa
119 - Mircea Ivan
120 - Iuliu Crivei
121 - Iuliu Crivei
122 - Daniela Roșca
123 - Ioan Gavrea
124 - Ioan Gavrea
125 - Vasile Pop
126 - Alexandru Mitrea
127 - Viorica Mureșan
128 - Ovidiu Furdui
129 - Ovidiu Furdui

130 - Alina Sîntămărian
131 - Vasile Pop
132 - Mircea Ivan
133 - Mircea Ivan
134 - Eugenia Duca
135 - Neculae Vornicescu
136 - Iuliu Crivei
137 - Gheorghe Toader
138 - Alexandra Ciupa
139 - Silvia Toader
140 - Vasile Câmpian
141 - Daniela Inoan
142 - Dorian Popa
143 - Neculae Vornicescu
144 - Mircea Ivan
145 - Vasile Pop
146 - Mircea Ivan
147 - Daniela Inoan
148 - Dorian Popa
149 - Gheorghe Toader
150 - Viorica Mureșan
151 - Vasile Pop
152 - Floare Tomuța
153 - Vasile Miheșan
154 - Ioan Gavrea
155 - Ioan Gavrea
156 - Radu Peter
157 - Ioan Rașa
158 - Vasile Pop
159 - Vasile Pop
160 - Neculae Vornicescu
161 - Alexandru Mitrea
162 - Alexandru Mitrea
163 - Floare Tomuța
164 - Daniela Roșca
165 - Mircea Ivan
166 - Mircea Dan Rus
167 - Mircea Dan Rus
168 - Alexandra Ciupa
169 - Vasile Miheșan
170 - Vasile Pop
171 - Floare Tomuța
172 - Alexandru Mitrea
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Alexandru Mitrea
178 - Alexandru Mitrea
179 - Dorian Popa
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Dorian Popa
183 - Dorian Popa
184 - Vasile Pop
185 - Gheorghe Toader
186 - Viorica Mureșan
187 - Viorica Mureșan
188 - Daniela Roșca
189 - Nicolaie Lung
190 - Iuliu Crivei
191 - Iuliu Crivei
192 - Daniela Roșca
193 - Vasile Miheșan
194 - Vasile Miheșan
195 - Vasile Miheșan
196 - Vasile Pop
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Silvia Toader
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Ioan Rașa
204 - Ioan Rașa
205 - Ioan Rașa
206 - Mircia Gurzău
207 - Vasile Pop
208 - Vasile Pop
209 - Alexandru Mitrea
210 - Gheorghe Toader
211 - Dorian Popa
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Iuliu Crivei
215 - Iuliu Crivei
216 - Daniela Inoan
217 - Dorian Popa
218 - Ioan Rașa
219 - Adela Novac
220 - Adela Novac
221 - Dorian Popa
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Mircea Ivan
225 - Nicolaie Lung
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Constantin Todea
229 - Vasile Pop
230 - Ioan Gavrea
231 - Vasile Pop
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Mircea Rus
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Mircea Rus
241 - Mircea Rus
242 - Mircea Rus
243 - Mircea Rus
244 - Mircea Rus
245 - Mircea Rus
246 - Silvia Toader
247 - Silvia Toader
248 - Daniela Roșca
249 - Alexandru Mitrea
250 - Ioan Gavrea
251 - Dorian Popa
252 - Dorian Popa
253 - Dorian Popa
254 - Dorian Popa
255 - Dorian Popa
256 - Dorian Popa
257 - Dorian Popa
258 - Dorian Popa
259 - Dorian Popa
260 - Dorian Popa
261 - Dorian Popa
262 - Mircea Ivan
263 - Mircea Ivan
264 - Mircea Ivan
265 - Mircea Ivan
266 - Vasile Pop
267 - Adela Novac
268 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
269 - Daniela Roșca
270 - Ioan Rașa
271 - Maria Câmpian
272 - Maria Câmpian
273 - Maria Câmpian
274 - Adela Novac
275 - Viorica Mureșan
276 - Daniela Roșca
277 - Alexandra Ciupa
278 - Ioan Rașa
279 - Nicolaie Lung
280 - Alexandra Ciupa
281 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
282 - Ioan Rașa
283 - Daria Dumitraș
284 - Adela Capătă
285 - Ioan Gavrea
286 - Ioan Gavrea
287 - Ioan Gavrea
288 - Mircea Ivan
289 - Alina Sîntămărian
290 - Mircea Ivan
291 - Neculae Vornicescu
292 - Silvia Toader
293 - Marius Birou
294 - Alexandra Ciupa
295 - Adrian Holhos
296 - Adrian Holhos
297 - Ioan Rașa
298 - Eugenia Duca
299 - Mircea Ivan
300 - Adela Capătă
301 - Adela Capătă
302 - Viorica Mureșan
303 - Mircea Ivan
304 - Vasile Pop
305 - Mircea Ivan
306 - Radu Peter
307 - Adrian Holhoș

308 - Floare Tomuța
309 - Floare Tomuța
310 - Dorian Popa
311 - Alexandra Ciupa
312 - Vasile Pop
313 - Radu Peter
314 - Radu Peter
315 - Alexandru Mitrea
316 - Ovidiu Furdui
317 - Mircea Ivan
318 - Mircea Ivan
319 - Mircea Ivan
320 - Mircea Ivan
321 - Daniela Roșca
322 - Daniela Roșca
323 - Lucia Blaga
324 - Lucia Blaga
325 - Alexandra Ciupa
326 - Alexandra Ciupa
327 - Alexandra Ciupa
328 - Vasile Pop
329 - Maria Câmpian
330 - Neculae Vornicescu
331 - Daniela Inoan
332 - Tania Lazar
333 - Tania Lazar
334 - Daniela Inoan
335 - Dorian Popa
336 - Vasile Pop
337 - Maria Câmpian
338 - Radu Peter
339 - Iuliu Crivei
340 - Alexandra Ciupa
341 - Vasile Câmpian
342 - Adrian Holhoș
343 - Alina-Ramona Baias
344 - Adrian Holhoș
345 - Neculae Vornicescu
346 - Mircea Ivan
347 - Mircea Ivan
348 - Mircea Ivan
349 - Mircea Dan Rus
350 - Mircea Dan Rus
351 - Mircea Dan Rus
352 - Neculae Vornicescu
353 - Neculae Vornicescu
354 - Daniela Roșca
355 - Vasile Pop
356 - Alexandru Mitrea
357 - Dorian Popa
358 - Tania Lazar
359 - Adela Novac
360 - Adela Novac
361 - Mircea Ivan
362 - Daniela Roșca
363 - Ioan Rașa
364 - Alexandru Mitrea
365 - Alexandru Mitrea
366 - Daniela Marian
367 - Vasile Pop
368 - Mircea Ivan
369 - Mircea Ivan
370 - Ioan Gavrea
371 - Neculae Vornicescu
372 - Mircea Ivan
373 - Mircea Ivan
374 - Mircea Ivan
375 - Daniela Marian
376 - Daniela Marian
377 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
378 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
379 - Mircea Ivan
380 - Alexandra Ciupa
381 - Alexandru Mitrea
382 - Daniela Roșca
383 - Daniela Roșca
384 - Mircea Dan Rus
385 - Mircea Dan Rus
386 - Mircea Dan Rus
387 - Dorian Popa
388 - Ioan Gavrea
389 - Alexandru Mitrea
390 - Mircea Ivan
391 - Dorian Popa
392 - Vasile Ile
393 - Alexandru Mitrea
394 - Lucia Blaga
395 - Mircea Ivan
396 - Daniela Roșca
397 - Alexandru Mitrea
398 - Gheorghe Toader
399 - Gheorghe Toader
400 - Mircea Dan Rus
401 - Mircea Dan Rus
402 - Mircea Dan Rus
403 - Dorian Popa
404 - Dorian Popa
405 - Dorian Popa
406 - Ioan Gavrea
407 - Ioan Gavrea
408 - Alexandru Mitrea
409 - Dalia Cîmpean
410 - Dorian Popa
411 - Vasile Pop
412 - Vasile Pop
413 - Vasile Pop
414 - Neculae Vornicescu
415 - Iuliu Crivei
416 - Mircea Ivan
417 - Alexandru Mitrea
418 - Ioan Rașa
419 - Vasile Pop
420 - Vasile Pop
421 - Mircia Gurzău
422 - Neculae Vornicescu
423 - Daniela Marian
424 - Daniela Marian
425 - Neculae Vornicescu
426 - Mihaela Berchešan
427 - Mihaela Berchešan
428 - Mihaela Berchešan
429 - Alexandru Mitrea
430 - Adela Novac
431 - Daniela Roșca
432 - Silvia Toader
433 - Gheorghe Toader
434 - Silvia Toader
435 - Gheorghe Toader
436 - Mircia Gurzău
437 - Mircia Gurzău
438 - Vasile Miheșan
439 - Mircea Ivan
440 - Vasile Câmpian
441 - Dorian Popa
442 - Mircea Ivan
443 - Mircea Ivan
444 - Mircea Ivan
445 - Mircea Ivan
446 - Daniela Inoan
447 - Mircea Ivan
448 - Teodor Potra
449 - Alexandru Mitrea
450 - Viorica Mureșan
451 - Daniela Marian
452 - Gheorghe Toader
453 - Ioan Rașa
454 - Rozica Moga
455 - Alexandra Ciupa
456 - Ovidiu Furdui
457 - Maria Câmpian
458 - Alexandru Mitrea
459 - Mircea Ivan
460 - Rozica Moga
461 - Rozica Moga
462 - Alina Sîntămărian
463 - Rozica Moga
464 - Nicolaie Lung
465 - Maria Câmpian
466 - Maria Câmpian
467 - Neculae Vornicescu
468 - Vasile Miheșan
469 - Viorica Mureșan
470 - Ovidiu Furdui
471 - Viorica Mureșan
472 - Mircea Ivan
473 - Luminita Cotirla
474 - Daniela Roșca
475 - Luminita Cotirla
476 - Luminita Cotirla
477 - Luminita Cotirla
478 - Luminita Cotirla
479 - Ovidiu Furdui
480 - Alina-Ramona Baias
481 - Alina-Ramona Baias
482 - Alina-Ramona Baias
483 - Ovidiu Furdui
484 - Alexandru Mitrea
485 - Alexandru Mitrea

486 - Floare Tomuța
487 - Daniela Inoan
488 - Daniela Inoan
489 - Daniela Inoan
490 - Floare Tomuța
491 - Maria Câmpian
492 - Iuliu Crivei
493 - Dorian Popa
494 - Mircea Ivan
495 - Ioan Gavrea
496 - Ioan Gavrea
497 - Mircea Ivan
498 - Alexandru Mitrea
499 - Alexandru Mitrea
500 - Vasile Miheșan
501 - Vasile Miheșan
502 - Adela Novac
503 - Dorian Popa
504 - Dorian Popa
505 - Alina Sîntămărian
506 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
507 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
508 - Vasile Pop
509 - Ioan Gavrea
510 - Alexandra Ciupa
511 - Liana Timboș
512 - Liana Timboș
513 - Liana Timboș
514 - Vasile Pop
515 - Daniela Roșca
516 - Alexandra Ciupa
517 - Alexandra Ciupa
518 - Mircia Gurzău
519 - Daniela Marian
520 - Daniela Marian
521 - Nicolaie Lung
522 - Alexandru Mitrea
523 - Alexandru Mitrea
524 - Alexandru Mitrea
525 - Mircea Dan Rus
526 - Mircea Dan Rus
527 - Mircea Dan Rus
528 - Mircea Dan Rus
529 - Ovidiu Furdui
530 - Ovidiu Furdui
531 - Mircea Ivan
532 - Mircea Ivan
533 - Mircea Ivan
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Mircea Ivan
537 - Mircea Ivan
538 - Mircea Ivan
539 - Mircea Ivan
540 - Vasile Miheșan
541 - Mircea Ivan
542 - Mircea Ivan
543 - Mircea Ivan
544 - Mircea Ivan
545 - Vasile Câmpian
546 - Ioan Rașa
547 - Maria Câmpian
548 - Maria Câmpian
549 - Alexandra Ciupa
550 - Vasile Miheșan
551 - Viorica Mureșan
552 - Viorica Mureșan
553 - Teodor Potra
554 - Silvia Toader
555 - Daria Dumitraș
556 - Vasile Pop
557 - Vasile Pop
558 - Dorian Popa
559 - Dorian Popa
560 - Mircia Gurzău
561 - Mihaela Bercheșan
562 - Mihaela Bercheșan
563 - Mihaela Bercheșan
564 - Alina-Ramona Baias
565 - Alina-Ramona Baias
566 - Alina-Ramona Baias
567 - Liana Timboș
568 - Liana Timboș
569 - Floare Tomuța
570 - Floare Tomuța
571 - Floare Tomuța
572 - Daniela Inoan
573 - Vasile Pop
574 - Vasile Pop
575 - Vasile Pop
576 - Vasile Pop
577 - Vasile Pop
578 - Vasile Pop
579 - Vasile Pop
580 - Rozica Moga
581 - Mircea Ivan
582 - Mircia Gurzău
583 - Mircea Dan Rus
584 - Mircea Dan Rus
585 - Mircea Dan Rus
586 - Viorica Mureșan
587 - Bogdan Gavrea
588 - Bogdan Gavrea
589 - Ioan Gavrea
590 - Ioan Gavrea
591 - Vasile Miheșan
592 - Adrian Holhoș
593 - Alina Sîntămărian
594 - Alina Sîntămărian
595 - Marius Birou
596 - Maria Câmpian
597 - Floare Tomuța
598 - Vasile Miheșan
599 - Eugenia Duca
600 - Vasile Câmpian
601 - Daniela Roșca
602 - Daniela Roșca
603 - Dorian Popa
604 - Vasile Pop
605 - Vasile Miheșan
606 - Maria Câmpian
607 - Alexandru Mitrea
608 - Alexandru Mitrea
609 - Alexandru Mitrea
610 - Vasile Miheșan
611 - Gheorghe Toader
612 - Mircea Ivan
613 - Alexandru Mitrea
614 - Daria Dumitraș
615 - Radu Peter
616 - Luminita Cotirla
617 - Mircea Ivan
618 - Vasile Miheșan
619 - Dorian Popa
620 - Silvia Toader
621 - Alina Sîntămărian
622 - Alexandru Mitrea
623 - Silvia Toader
624 - Viorica Mureșan
625 - Mircea Ivan
626 - Maria Câmpian
627 - Alexandru Mitrea
628 - Dorian Popa
629 - Alexandru Mitrea
630 - Dorian Popa
631 - Dorian Popa
632 - Daniela Inoan
633 - Daniela Inoan
634 - Daniela Inoan
635 - Daniela Inoan
636 - Vasile Miheșan
637 - Vasile Miheșan
638 - Ioan Rașa
639 - Dalia Cîmpean
640 - Dalia Cîmpean
641 - Dalia Cîmpean
642 - Marius Birou
643 - Marius Birou
644 - Alexandru Mitrea
645 - Vasile Miheșan
646 - Alexandra Ciupa
647 - Daria Dumitraș
648 - Alina-Ramona Baias
649 - Alina-Ramona Baias
650 - Alina-Ramona Baias
651 - Ioan Gavrea
652 - Ioan Gavrea
653 - Ioan Gavrea
654 - Daniela Inoan
655 - Daniela Inoan
656 - Daniela Inoan
657 - Daria Dumitraș
658 - Dorian Popa
659 - Vasile Pop
660 - Vasile Miheșan
661 - Eugenia Duca

16

Răspunsuri

1: C	31: D	61: B	91: D	121: B	151: C
2: C	32: B	62: B	92: E	122: E	152: E
3: C	33: C	63: C	93: B	123: E	153: D
4: D	34: D	64: D	94: E	124: C	154: A
5: A	35: C	65: D	95: E	125: C	155: A
6: B	36: B	66: A	96: D	126: B	156: A
7: C	37: C	67: A	97: B	127: B	157: C
8: B	38: B	68: C	98: D	128: A	158: C
9: C	39: D	69: B	99: A	129: B	159: C
10: D	40: C	70: C	100: B	130: B	160: C
11: B	41: C	71: B	101: B	131: B	161: B
12: C	42: D	72: C	102: A	132: D	162: D
13: C	43: C	73: A	103: D	133: B	163: D
14: B	44: C	74: B	104: C	134: A	164: D
15: D	45: B	75: C	105: D	135: C	165: C
16: A	46: E	76: D	106: A	136: C	166: C
17: B	47: A	77: C	107: C	137: A	167: D
18: B	48: D	78: C	108: B	138: A	168: B
19: E	49: D	79: E	109: D	139: B	169: D
20: B	50: C	80: C	110: B	140: C	170: C
21: A	51: D	81: A	111: C	141: D	171: B
22: E	52: D	82: B	112: E	142: D	172: B
23: B	53: C	83: D	113: B	143: C	173: A
24: C	54: D	84: E	114: A	144: C	174: B
25: B	55: A	85: E	115: A	145: D	175: D
26: C	56: D	86: D	116: B	146: B	176: B
27: D	57: C	87: C	117: C	147: A	177: A
28: A	58: B	88: A	118: C	148: D	178: E
29: C	59: A	89: B	119: E	149: C	179: C
30: C	60: E	90: A	120: B	150: E	180: A

181: B	225: B	269: D	313: A	357: A	401: E
182: C	226: A	270: C	314: C	358: B	402: B
183: D	227: B	271: C	315: E	359: C	403: C
184: C	228: E	272: D	316: B	360: D	404: B
185: C	229: A	273: B	317: B	361: B	405: B
186: C	230: B	274: E	318: E	362: E	406: D
187: C	231: E	275: D	319: E	363: E	407: C
188: A	232: D	276: A	320: A	364: E	408: E
189: C	233: B	277: D	321: E	365: D	409: D
190: C	234: A	278: D	322: D	366: A	410: B
191: B	235: E	279: B	323: B	367: E	411: C
192: E	236: C	280: A	324: A	368: C	412: A
193: E	237: A	281: A	325: B	369: B	413: A
194: D	238: B	282: B	326: C	370: C	414: B
195: B	239: D	283: C	327: D	371: E	415: A
196: D	240: A	284: A	328: E	372: D	416: D
197: E	241: C	285: B	329: D	373: B	417: B
198: C	242: D	286: A	330: D	374: A	418: B
199: C	243: A	287: A	331: A	375: A	419: D
200: B	244: B	288: A	332: D	376: A	420: D
201: D	245: C	289: B	333: B	377: A	421: B
202: A	246: A	290: B	334: B	378: A	422: C
203: B	247: C	291: B	335: A	379: C	423: A
204: B	248: A	292: D	336: E	380: C	424: A
205: B	249: D	293: C	337: C	381: A	425: C
206: C	250: B	294: C	338: B	382: B	426: C
207: C	251: D	295: A	339: D	383: D	427: E
208: D	252: B	296: C	340: A	384: B	428: E
209: B	253: B	297: E	341: B	385: A	429: D
210: C	254: E	298: E	342: A	386: C	430: B
211: D	255: A	299: D	343: A	387: C	431: E
212: D	256: C	300: B	344: A	388: D	432: E
213: B	257: A	301: E	345: E	389: B	433: D
214: B	258: A	302: E	346: E	390: E	434: A
215: A	259: A	303: A	347: D	391: E	435: C
216: B	260: B	304: C	348: B	392: A	436: B
217: D	261: A	305: E	349: C	393: B	437: B
218: A	262: E	306: E	350: E	394: D	438: D
219: A	263: A	307: C	351: B	395: E	439: E
220: B	264: A	308: A	352: B	396: C	440: E
221: B	265: A	309: B	353: B	397: E	441: B
222: B	266: D	310: E	354: C	398: C	442: D
223: E	267: B	311: E	355: A	399: A	443: A
224: A	268: A	312: D	356: E	400: D	444: C

445: E
446: B
447: C
448: E
449: C
450: C
451: A
452: A
453: A
454: B
455: C
456: A
457: C
458: D
459: B
460: A
461: E
462: A
463: A
464: B
465: D
466: A
467: A
468: A
469: D
470: D
471: B
472: A
473: A
474: B
475: A
476: A
477: A
478: A
479: C
480: A
481: C
482: D
483: B
484: A
485: C
486: B
487: E
488: A
489: B
490: C
491: D
492: B
493: A
494: B
495: C
496: B
497: A
498: E
499: D
500: C
501: B
502: E
503: A
504: E
505: A
506: A
507: A
508: E
509: A
510: A
511: A
512: B
513: C
514: C
515: D
516: B
517: B
518: C
519: A
520: B
521: D
522: B
523: C
524: D
525: B
526: D
527: A
528: C
529: C
530: C
531: E
532: E
533: C
534: E
535: B
536: C
537: B
538: E
539:
540:
541:
542:
543:
544:
545: C
546: A
547: D
548: E
549: A
550: C
551: A
552: D
553: A
554: A
555: D
556: B
557: A
558: B
559: D
560: C
561: D
562: B
563: C
564: A
565: B
566: B
567: A
568: B
569: D
570: B
571: D
572: A
573: A
574: A
575: B
576: E
577: A
578: C
579: D
580: E
581: D
582: D
583: D
584: A
585: C
586: D
587: D
588: D
589: B
590: C
591: A
592: B
593: A
594: C
595: C
596: D
597: E
598: B
599: C
600: C
601: B
602: E
603: B
604: D
605: D
606: C
607: A
608: A
609: C
610: B
611: E
612: A
613: D
614: C
615: B
616: A
617: A
618: E
619: B
620: C
621: A
622: D
623: E
624: C
625: E
626: B
627: D
628: E
629: D
630: B
631: E
632: A
633: B
634: A
635: C
636: C
637: B
638: D
639: D
640: B
641: A
642: D
643: A
644: D
645: C
646: E
647: A
648: B
649: D
650: C
651: B
652: A
653: B
654: C
655: A
656: D
657: B
658: D
659: E
660: D
661: B
662: A
663: B
664: B
665: C
666: A
667: E
668: D
669: A
670: B
671: A
672: B
673: D
674: E
675: A
676: D
677: E
678: A
679: B
680: C
681: B
682: A
683: B
684: D
685: B
686: C
687: D
688: E
689: A
690: D
691: C
692: B
693: E
694: D
695: E
696: A
697: B
698: A
699: D
700: A
701: B
702: D
703: E
704: C
705: E
706: C
707: D
708: E

709: A
710: E
711: A
712: C
713: A
714: C
715: B
716: C
717: D
718: B
719: D
720: B
721: C
722: E
723: B
724: A
725: C
726: B
727: A
728: E
729: D
730: E
731: A
732: E
733: A
734: B
735: C
736: D
737: B
738: A
739: C
740: B
741: C
742: D
743: E
744: D
745: E
746: D
747: C
748: B
749: D
750: C
751: A
752: D
753: C
754: D
755: E
756: B
757: C
758: E
759: D
760: E
761: A
762: D
763: C
764: D
765: A
766: B
767: C
768: D
769: E
770: B
771: C
772: E
773: B
774: E
775: A
776: B
777: A
778: B
779: A
780: C
781: A
782: A
783: B
784: A
785: E
786: A
787: B
788: D
789: E
790: B
791: C
792: B
793: E
794: A
795: B
796: E
797: C
798: E
799: D
800: E
801: A
802: B
803: C
804: D
805: C
806: D
807: A
808: D
809: C
810: D
811: C
812: E
813: B
814: C
815: D
816: A
817: D
818: E
819: B
820: A
821: E
822: C
823: D
824: E
825: A
826: C
827: D
828: B
829: E
830: E
831: E
832: A
833: D
834: C
835: E
836: B
837: B
838: C
839: D
840: A
841: A
842: A
843: B
844: E
845: E
846: B
847: B
848: A
849: A
850: A
851: A
852: D
853: D
854: E
855: C
856: A
857: D
858: C
859: A
860: C
861: A
862: C
863: D
864: A
865: B
866: A
867: D
868: B
869: C
870: E
871: D
872: E
873: E
874: A
875: E
876: B
877: A
878: A
879: D
880: A
881: A
882: A
883: A
884: C
885: E
886: E
887: A
888: A
889: A
890: C
891: A
892: B
893: A
894: A
895: A
896: B
897: C
898: A
899: B
900: A
901: B
902: A
903: A
904: E
905: C
906: D
907: A
908: A
909: A
910: A
911: A
912: A
913: B
914: A
915: C
916: A
917: C
918: A
919: B
920: A
921: B
922: B
923: D
924: A
925: A
926: A
927: A
928: B
929: C
930: A
931: A
932: A
933: A
934: A
935: E
936: A
937: A
938: C
939: A
940: C
941: A
942: A
943: A
944: A
945: A
946: D
947: A
948: E
949: E
950: A
951: A
952: A
953: A
954: A
955: A
956: C
957: A
958: A
959: A
960: A
961: A
962: B
963: B
964: A
965: A
966: A
967: A
968: A
969: A
970: D
971: E
972: B

973: C	977: A	981: A	985: A	989: A
974: A	978: A	982: A	986: A	990: A
975: E	979: D	983: A	987: A	
976: D	980: A	984: D	988: A	991: A

17

Indicații

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{6}}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{7}}$ $f = (X - 1)^2(X + 1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{\mathbf{15}}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

$\boxed{\mathbf{23}}$ Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1), \Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{\mathbf{24}}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{\mathbf{26}}$ Din $(a + b + c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{\mathbf{37}}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{\mathbf{49}}$ $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

$\boxed{\mathbf{55}}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{\mathbf{65}}$ Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{\mathbf{81}}$ Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

82 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

83 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

100 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

105 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \Rightarrow m \in (0, 2]$.

106 Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

163 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

178 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

179 $\operatorname{rang}(A \cdot B) \leq \min(\operatorname{rang}(A), \operatorname{rang}(B))$.

216 Se scriu toți logaritmii în baza x.

228 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (\alpha+1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1.$
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1+\alpha)I_2$.)

229 Avem $A^2 - (a+d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a+d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

233 $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1,1), *)$ la $((0,\infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

236 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

237 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

239 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

240 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

241 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

242 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

252 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

254 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci șirul este crescător.

255 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n\geq 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

256 Pentru $x_0 \leq 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

257 $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

258 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$!!!, etc.

259 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_1 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

260 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^n x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

261 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n - 1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1 - 1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$

262 Mai general, fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

265 Vezi problema 539.

268 Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n\, \mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)} \left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}} - 2\right)$.

276 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

277 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

$\boxed{\mathbf{281}}$ Se observă că $k! \cdot (k^2+1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

$\boxed{\mathbf{284}}$ Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

$\boxed{\mathbf{286}}$ Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \le a_n \le n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

$\boxed{\mathbf{287}}$ $n \le a_n \le n+1$ și Stolz-Cesaro

$\boxed{\mathbf{288}}$ Se aplică Problema 539.

$\boxed{\mathbf{294}}$ $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

$\boxed{\mathbf{302}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

$\boxed{\mathbf{303}}$ Se folosește $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un șir mărginit oarecare.

$\boxed{\mathbf{307}}$ $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

$\boxed{\mathbf{313}}$ $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4} x_n$.

$\boxed{\mathbf{318}}$ Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\frac{\sin x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3} \right) \cdot (\sin x)^3.$$

$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}$; $L_n = \frac{n}{6}$.

$\boxed{\mathbf{331}}$ Se pune $t = \dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2}\right] = e \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3+t^2} = -\frac{e}{2}.$$

$\boxed{\mathbf{334}}$ Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

$\boxed{\mathbf{342}}$ Se folosește limita $\lim\limits_{x\to 0} (e^x - 1)/x = 1$.

$\boxed{\mathbf{344}}$ $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \to 0$.

$\boxed{\mathbf{357}}$ Se scrie ecuația sub forma $x e^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

$\boxed{\mathbf{365}}$ Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

$\boxed{\mathbf{369}}$ Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

$\boxed{\mathbf{376}}$ f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2,1]) = M$, deci $M = [0,4]$, studiind graficul funcției.

$\boxed{\mathbf{378}}$ Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

381 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

395 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m!\,(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^{-k}, \quad m = 0, 1, \ldots,\ k = 1, 2, \ldots.$$

424 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

426 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

427 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcția este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

428 $f^{'}(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

446 Notație $t = \sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

449 $x - 1 = t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

450

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

451 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

452 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

454 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

475 Se integrează prin părți de două ori.

476 Se face schimbarea de variabilă $y = \arcsin\sqrt{x}$ în a doua integrală.

477 Prin schimbarea de variabilă $x = \frac{\pi}{4} - y$, integrala se reduce la $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{tg}^2\, x\,\mathrm{d}x$.

478 $\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$.

480 Se folosește substituția $u = \mathrm{tg}\, x$.

482 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \mathrm{tg}^2\, x$ și se aplică problema 480.

484 $L(0) = 1$ și $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$; $e^2 \equiv 7.29\ldots$.

485 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \; \mathrm{d}x$.

486 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

489 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

493 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

505 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x. \end{aligned}$$

507 $I + J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x} \mathrm{d}x = \ln 2$.

509 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2} \, \mathrm{d}x = (a_{n-1} - a_n) e^{-c^2}$.

510 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3} \mathrm{d}t$, $G'(x) = e^{x^3}$, $F(x^2) = G(x^2)$, $F'(x) = e^{x^6}\ 2x$.

511 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t \; \mathrm{d}t = e^t(t-1) \mid_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$.

512 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f_n'(1) = 2e$.

513 $0 \leq \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \; \mathrm{d}t \leq \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n \; \mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

515 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

518 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

520 $I = \int_0^\pi x f(\sin x) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x) \; \mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \; \mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \; \mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x \, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \, \mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left|\frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}}\right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$.

528 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 y f'(y)\mathrm{d}y = y f(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

529 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2} (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}.$$

530

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1+e^{-nx})\,\mathrm{d}x \le \frac{\ln 2}{n}.$$

533 $x = e^u$, $\int\limits_{t\ln 2}^{t\ln 3} \frac{e^{2u}}{u}\mathrm{d}u$; se aplică teorema de medie sau inegalități pentru e^{2u};

$\int\limits_{2^t}^{3^t} x\frac{x-1}{\ln x}\cdot\frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = c\frac{c-1}{\ln c}\cdot\int\limits_{2^t}^{3^t}\frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x \sim \frac{c-1}{\ln c}\ln\left(\frac{3^t-1}{2^t-1}\right) \sim 1\cdot\ln\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}\right)$

Mai general (Ivan 2004): Fie, de exemplu, $a, b > 1$ și fie f o funcție continuă pe o mulțime de forma $(1-\varepsilon, 1)\cup(1, 1+\varepsilon)$ astfel încât să existe limita $\lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c)$. Conform primei teoreme de medie a calculului integral există c în intervalul de capete a^t și b^t astfel ca

$\int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{a^t}^{b^t}(x-1)f(x)\cdot\frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = (c-1)f(c)\cdot\int\limits_{a^t}^{b^t}\frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = (c-1)f(c)\cdot\ln\left(\frac{b^t-1}{a^t-1}\right),$

deci $\lim\limits_{t\to 0}\int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,\mathrm{d}x = \lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c)\cdot\ln\left(\frac{\ln b}{\ln a}\right)$.

534 Se folosește substituția $f(x) = x + e^x = y$, $x = f^{-1}(y)$ și problema 541.

535 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

536 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

537 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

538 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

539 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n\in\mathbb{N}^*$, astfel ca $\sum\limits_{n\ge 1}\frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p\in\mathbb{N}^*$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \ge p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \ge p,$$

de unde $x_n \to 0$.

540 $x = a + b - t$.

543 $\int_0^1 f(nx)\,dx = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,dx = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,dx = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,dx$ $+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,dx = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,dx + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,dx \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,dx + 0.$

561 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

562 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB. Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

563 Fie punctul $M(x, x + 1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 + (6 - x)^2 + (2 - x - 1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

567 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

568 C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

577 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

578 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

579 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O$.

607 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

608 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

614 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

616 Se verifică $\cos x \neq 0$. Prin împărțirea cu $\cos^2 x$ în ambii membri, se obține o ecuație de gradul al doilea în $t = \operatorname{tg} x$.

647 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha$, $\sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

650 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

656 $\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

657 $\sqrt{3} - i = 2\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

663 Se rezolvă ecuația $f(x) = 8$.

665 $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ și analog $1 + \overline{a} = -\overline{a}^2$.

666 Determinantul sistemului este diferit de zero.

667 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

668 $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0,\ \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

669 $x * y \in [0,1],\ \forall x, y \in [0,1] \iff 0 * 0 \in [0,1],\ 0 * 1 \in [0,1],\ 1 * 1 \in [0,1]$, de unde $0 \le a \le 1$ și $0 \le 2a - 1 \le 1$.

670 Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0,1\}$:
$a = 0,\ x * y = -xy,\ e = -1,\ x' = -1/x$, deci $b = 0$;
$a = 1,\ x * y = x + y - xy,\ e = 0,\ x' = x/(x-1)$, deci $b = 1$.

672 Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\operatorname{tr}(X))\, X$.

673 $P(1) = 0$ și $P'(1) = 0$.

675 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = 0$.

676 $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

677 $\displaystyle I_n = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)'\mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părți.

678 Se studiază derivabilitatea în -2 și 2.

679 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

680 Asimptotele sunt $y = x$ și $y = -x$.

683 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$

684 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^1\,\mathrm{e}^2\,\mathrm{e}^3 = \mathrm{e}^6.$

685 Folosim $\lim\limits_{x\to+0} x^x = 1$. Avem:
$\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim\limits_{x\to+0} \left(\frac{\mathrm{e}^{x\ln(1+x)} - 1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1.$

690 $f(x) = -\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 5 - (2 - \cos x)^2,\ \ \cos x \in [-1,1]$.

691 $\max f(x) = 4, \min f(x) = -4$, deci $m \in [-4,4]$.

864 Pentru $a, b \ge 1,\ x \ge 0$, avem

$$\begin{aligned}\int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} - x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x \\ &= \int \left(\frac{x^{b-1}}{x^b+1} - \frac{x^{a-1}}{x^a+1}\right)\mathrm{d}x = \ln\frac{\left(x^b+1\right)^{1/b}}{(x^a+1)^{1/a}} + \mathcal{C}.\end{aligned}$$

865 Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0,\infty)$, avem $\displaystyle\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{(x^2+1)(x^a+1)}\,\mathrm{d}x \overset{x=1/y}{=\!=\!=} \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

939 $V_{f_m}(x_m, y_m)$, unde $x_m = \dfrac{2m+1}{2m} = 1 + \dfrac{1}{2m}$, iar $y_m = f_m(x_m) = -\dfrac{1}{4m}$. Atunci $x_m - 1 = (-2)y_m$, deci $x_m + 2y_m = 1$.

943 Schimbare de variabilă / integrare prin părți / calcul separat al integralelor, sau direct:

$$\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \, \mathrm{d}x}_{t=\operatorname{tg} x,\ x=\operatorname{arctg} t} + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, \mathrm{d}x = \int_0^{\sqrt{3}} \left(t \cdot \operatorname{arctg}' t + \operatorname{arctg} t\right) \mathrm{d}t = t \cdot \operatorname{arctg} t \Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

949 $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x) \, \mathrm{d}x = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1} \, \mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă

$$y = \sqrt{1+x^2}, \quad y^2 = 1 + x^2, \quad y \, \mathrm{d}y = x \, \mathrm{d}x,$$

astfel că $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x) \, \mathrm{d}x = \int_1^3 \frac{y}{y+1} \, \mathrm{d}y = (y - \ln(y+1)) \Big|_1^2 = 2 - \ln 2.$