



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA



ELECTROTEHNICĂ

CURS 1

2019 - 2020

Conf. dr. ing. Mihaela CREȚU

Departamentul de Electrotehnică și Măsurări, Facultatea de Inginerie Electrică

E-mail: Mihaela.Cretu@ethm.utcluj.ro

<http://users.utcluj.ro/~mihaela/>

Bibliografie

- Notele de curs
- Pagina Web: <http://users.utcluj.ro/~mihaela>
- R. V. Ciupa, “Bazele Electrotehnicii. Teorie și aplicații ” Vol I. Ed. Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca 2006
- R. V. Ciupa , “Bazele Electrotehnicii. Teorie și aplicații ” Vol II. Ed. Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca 2006
- D. O. Micu, R. Marschalko, “Electrostatica”, Ed. Mediamira, Cluj-Napoca 1997
- A. Timotin, V. Hortopa s.a., “Lecții de Bazele Electrotehnicii”, EDPB 1970
- E. Simion, T. Maghiar, “Electrotehnică”, EDPB 1981
- D.D. Micu, L. Darabant s.a. “Teoria circuitelor electrice - probleme”, UTPress Cluj-Napoca 2016

Disciplina **Electrotehnică**:

- **analizează** fenomenele electrice, magnetice și electromagnetice, folosind caracterizările lor cantitative și implicit modelarea matematică a acestor fenomene, în vederea aplicațiilor lor tehnice.
- **cuprinde** două mari părți:
 - Teoria câmpului electromagnetic;
 - Teoria circuitelor electrice.

Teoria câmpului electromagnetic

- ❑ **analizează** fenomenele electrice, magnetice și electromagnetice, în regimuri staționare sau variabile, acordând o atenție deosebită repartiției spațiale a acestor fenomene.
- ❑ **conceptul principal** al acestei teorii este câmpul electromagnetic, caracterizat de vectori variabili în spațiu și eventual în timp, deci de funcții vectoriale de mai multe variabile scalare.
- ❑ **fenomenele electromagnetice** sunt descrise prin intermediul unor sisteme de ecuații integrale, diferențiale sau integro-diferențiale, care se referă la componentele câmpurilor vectoriale.

Teoria circuitelor electrice

- ❑ în anumite situații simplificatoare, sistemele fizice electromagnetice pot fi caracterizate printr-un număr finit de mărimi scalare variabile sau constante în timp.
- ❑ teoria asociată acestor sisteme, numite **circuite electrice**, se bazează pe ecuații diferențiale ordinare sau chiar algebrice, deci este mult mai simplă, comparativ cu teoria câmpului electromagnetic. Din acest motiv este foarte des folosită în partea practică.



**TEORIA
CÂMPULUI
ELECTRO-
MAGNETIC**

Cursul 1

Introducere în Teoria Câmpului Electromagnetic
Electrostatica – recapitulare Fizică sem I
Legi specifice câmpului electrostatic

Cursul 2

Capacitatea electrică, metode de calcul
Conexiunea condensatoarelor
Energii în câmp electrostatic

Cursul 3

Electrocinetică. Legi specifice electrocineticii
Calculul rezistenței

Cursul 4

Magnetostatica. Legi specifice câmpului magnetic
Inductivități. Energii în câmp magnetic
Legea circuitului magnetic
Legea inducției electromagnetice

Cursul 5

Modelarea numerică a câmpului electromagnetic



TEORIA CIRCUITELOR ELECTRICE

Cursul 6

Circuite electrice în regim armonic (*Elemente ideale de circuit, Mărimi periodice și mărimi sinusoidale, Reprezentări simbolice ale mărimilor sinusoidale, Operații cu mărimi sinusoidale reprezentate simbolic, Puteri în regim armonic*)

Cursul 7

Caracterizarea circuitelor electrice liniare prin mărimi complexe

Cursul 8

Metode de rezolvare a circuitelor electrice în regim armonic I

Cursul 9

Metode de rezolvare a circuitelor electrice în regim armonic II

Cursul 10

Rezonanța în circuite electrice (serie, paralel, mixt)

Cursul 11

Teoria cuadripolului electric

Cursul 12

Circuite liniare în regim nesinusoidal

Cursul 13

Studiul circuitelor electrice liniare în regim tranzitoriu I

Cursul 14

Studiul circuitelor electrice liniare în regim tranzitoriu II



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA



ETHM

www.ethm.utcluj.ro

DEPARTAMENT ELECTROTEHNICĂ ȘI MĂSURĂRI



IE

Facultatea de Inginerie Electrică

ELECTROTEHNICĂ

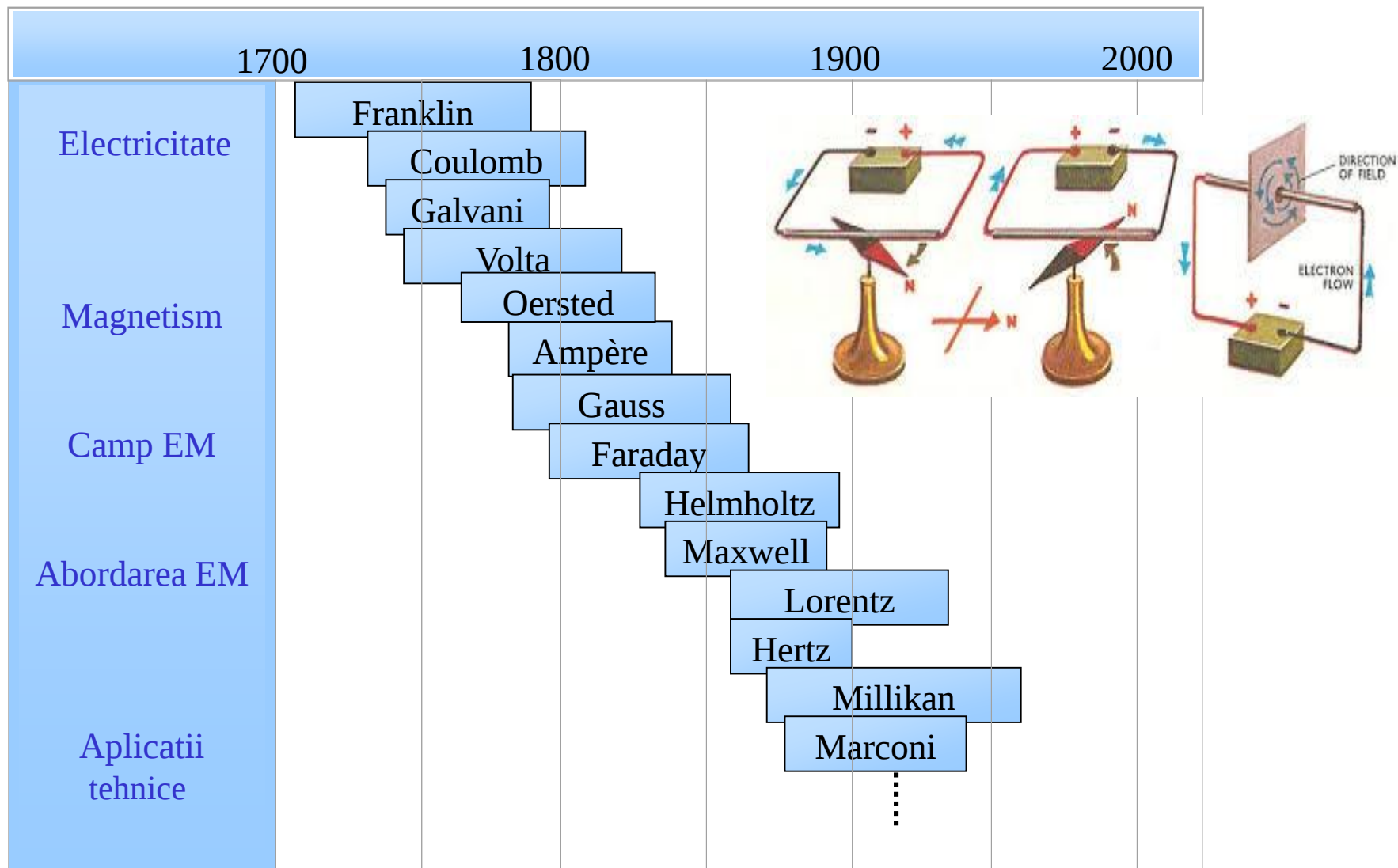
Teoria Câmpului Electromagnetic

ELECTROSTATICĂ

Obiective

- **Prezentarea principiilor și aplicațiilor din electromagnetism**
- **Înțelegerea și aplicarea legilor ce guvernează câmpul electric și magnetic**
- **Cunoașterea anumitor aplicații ale câmpului electromagnetic**

Istoria electromagnetismului





Conținutul cursului

1. Electrostatica
2. Legile generale. Legi de material
3. Aplicații

Introducere

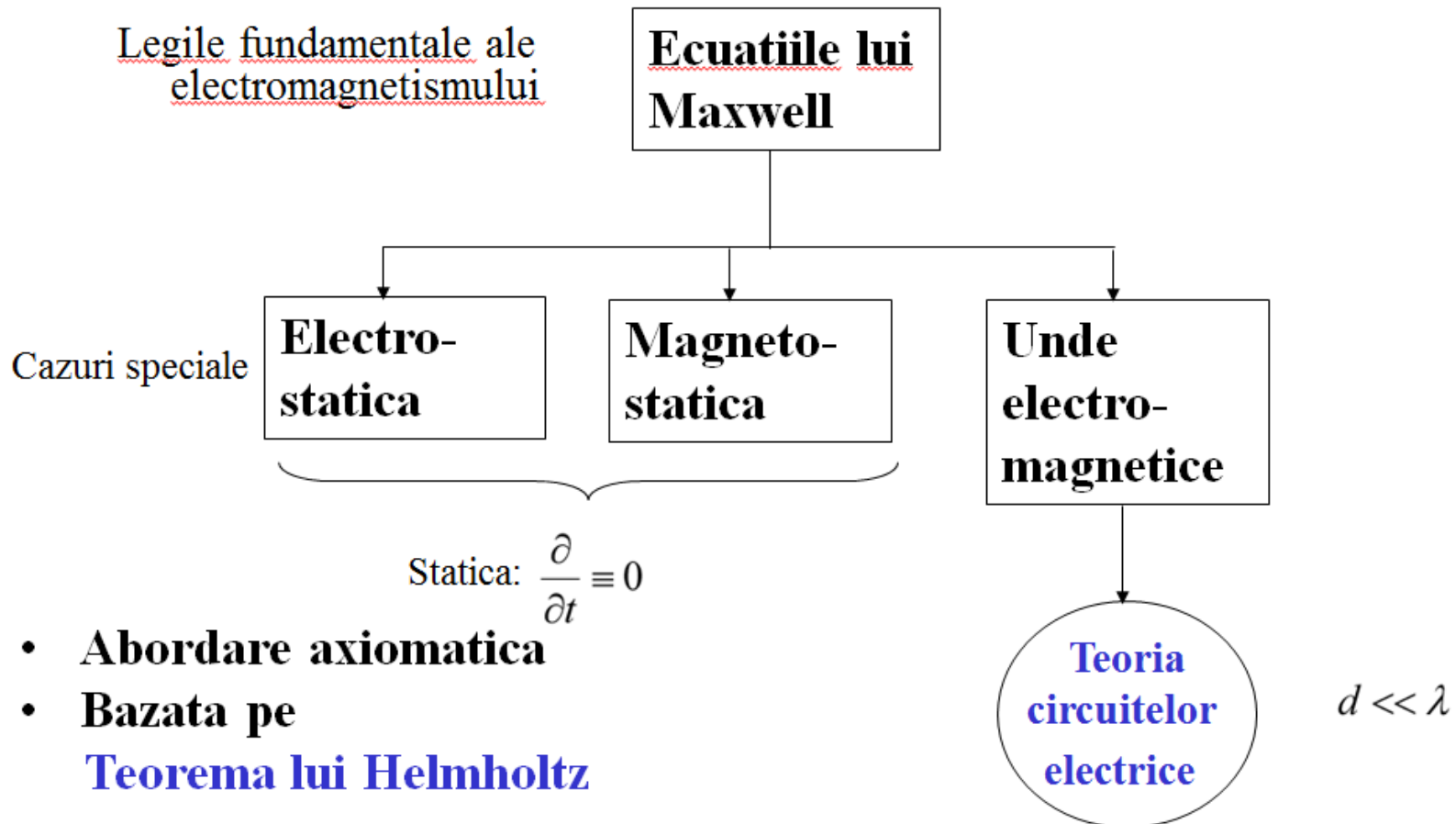
Statica și dinamica în electromagnetism

Sarcini staționare → câmpuri electrostatice
(sarcinile au viteză și accelerație nulă)

Curenți staționari (constanți) → câmpuri magnetostatice
(sarcinile au viteză diferită de zero și accelerație nulă)

Curenți variabili în timp → câmpul electromagnetic
(sarcinile au viteză și accelerație diferită de zero)

Studiul electromagnetismului





Maximum lengths for lumped applications

Application	Frequency	Wavelength $\lambda = \frac{3 \times 10^8}{f}$	Max length (based on $d = 0.01 \lambda$)
Power Transmission	50 Hz	6.000 km	60 km
Telephone	1 kHz	300 km	3 km
TV	150 Mhz	2 m	2 cm
Radar/Microwave	10 GHz	3 cm	0.3 mm
Visible light	5×10^{14} Hz	600 nm	6 nm



SI (International System of) Units

Fundamental SI Units

<u>Quantity</u>	<u>Unit</u>	<u>Abbreviation</u>
length	meter	m
mass	kilogram	k
time	second	s
current	ampere	A
temperature	kelvin	K
luminous intensity	candela	cd

Mărimi vectoriale fundamentale în electromagnetism

- Un câmp reprezintă distribuția spațială a unei mărimi; această mărime poate fi atât un *vector* cât și un *scalar*.
- Atunci când un eveniment produs într-o anumită locație produce un efect într-o altă locație, se spune că aceste evenimente sunt conectate printr-un câmp.
- În general, mărimile vectoriale fundamentale în electromagnetism sunt funcții atât de poziție (în spațiul 3D) cât și de timp.



Mărimi vectoriale fundamentale în electromagnetism

- Intensitate câmp electric $\vec{E}$

u.m. = volt per metru ($V/m = kg \cdot m/A \cdot s^3$)

- Inducție electrică $\vec{D}$

u.m. = coulomb per metru patrat ($C/m^2 = A \cdot s/m^2$)

- Intensitate câmp magnetic $\vec{H}$

u.m. = amper per metru (A/m)

- Inducție magnetică $\vec{B}$

**u.m. = tesla = weber per metru patrat
($T = Wb/m^2 = kg/A \cdot s^3$)**

Trei constante universale

- Viteza unei electromagnetice (ex: lumina) în vid $c \approx 3 \times 10^8$ m/s
- Permeabilitatea magnetică a vidului $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
- Permitivitatea dielectrică a vidului $\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

Relația dintre cele trei constante universale

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

În vid

$$\overline{B} = \mu_0 \overline{H}$$

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E}$$



Capitolul 1

Electrostatica

Recapitulare FIZICĂ Sem I



Câmpul electric în vid

1.1. Definiții

1.2. Sarcini Electrice

1.3. Legea lui Coulomb și definiția forței electrice și a intensității câmpului electric

1.4. Câmpul electric pentru distribuții discrete

1.5. Câmpul electric pentru distribuții continue

1.6. Legea lui Gauss

1.1. Conceptul de **câmp** se utilizează pentru a descrie “**o acțiune la distanță**” – o perturbație produsă într-un punct poate avea un efect asupra unui alt punct, situat la o anumită distanță. Regiunea în care se resimte acest efect al mediului de cuplaj este descrisă prin intensitatea câmpului (mărime vectorială).

Fenomenele electrice cauzate de frecare fac parte din viața noastră de zi cu zi, și pot fi înțelese prin intermediul **sarcinilor electrice**.

Efectele sarcinilor electrice pot fi observate ca atracția / respingerea unor obiecte diverse “încărcate cu sarcină electrică”.

Electrostatica este ramura electromagnetismului care se ocupă de studiul **efectelor sarcinilor electrice statice**.

Legea fundamentală a **electrostaticii este legea lui Coulomb** care se bazează pe observații fizice și nu poate fi dedusă logic sau matematic din orice altă lege a fizicii. (**FIZICA sem I**)

1.2. Sarcina electrică

- **Sarcina electrică** este o proprietate fundamentală a materiei. Aceasta este măsurată în *Coulomb* (C). S-a convenit ca intensitatea curentului electric, având unitatea de măsură *Amper* (A), să fie aleasă ca unitate de măsură fundamentală în SI. De aceea, *Coulomb* este o unitate de măsură secundară, obținută ca:

$$i = -\frac{dQ}{dt} \Rightarrow 1C = 1A \times 1s$$

i reprezintă curentul electric, în *Amper* (A)

Q reprezintă sarcina electrică, în *Coulomb* (C)

t reprezintă timpul

Sarcini electrice

- Dovezi ale existenței sarcinilor electrice există pretutindeni, ex.
 - electricitate statică
 - fulgerele
- Obiectele se pot încărca prin contact sau prin forțe de frecare.
- Benjamin Franklin (anii 1700) descoperă că există două tipuri de sarcini:
 - Sarcini pozitive
 - Sarcini negative
- Franklin descoperă și că **sarcinile de același fel se resping**, iar **sarcinile diferite se atrag**.
- Sarcinile electrice sunt:
 - cuantificate (Millikan)—măsoară sarcina electrică a electronului
 - conservate (Franklin)



- Franklin a elaborat prima teorie generală cu privire la fenomenele electrice.
- A introdus notarea corpurilor electrizate cu + și -, remarcând că există doar două tipuri de sarcini electrice.

Născut 17 Ianuarie 1706, Boston

Decedat 17 Aprilie 1790 (84 ani),
Philadelphia



Sarcinile sunt cuantificate ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

Sarcinile electrice

Clase de materiale

- **Conductoare** sunt materiale în care sarcinile se pot mișca liber (ex. cupru).
- **Izolatoare** sunt materiale în care sarcinile nu se pot mișca liber (ex. sticla).
- **Semiconductoare** sunt materiale în care sarcinile se pot mișca în anumite condiții (ex. silicon).

Sarcinile și Pământul

- Pământul acționează ca o sursă sau o scurgere aproape infinită a sarcinilor, și de aceea sarcina sa netă nu poate fi modificată ușor.
- Orice conductor în contact cu pământul se spune că e legat la pământ și nu poate avea o **sarcină netă**. (*principiul paratrăsnetului*)



Sarcinile electrice

Sarcini induse

- Plasarea unor obiecte încărcate în apropierea unui conductor poate duce la redistribuirea sarcinilor electrice (*polarizarea conductorului*).
- Într-un conductor polarizat legat la pământ, sarcinile electrice se vor transfera către/de la pământ, putând ajunge să rămână cu o sarcină netă (prin Inducție).
- Obiectele se pot încărca prin
 - **Conducție** (*necesită contact cu un alt obiect încărcat*).
 - **Inducție** (*nu necesită contact cu un alt obiect încărcat*).



Sarcinile electrice

Nucleul atomului conține particule purtătoare de sarcini electrice: protonii. Protonii și electronii **reacționează în moduri opuse** la influența câmpurilor EM externe. De aceea, ei au sarcini opuse.

S-a convenit ca protonii să fie considerați încărcăți cu **sarcina pozitivă**, și electronii cu **sarcina negativă**. Sarcina unui electron este egală ca valoare absolută cu cea a unui proton și este:

$$Q_e = -1.602 \times 10^{-19}, C$$

În acest curs ne vom ocupa de sarcini electrice macroscopice, de ex. distribuții de sarcină mult mai mari decât dimensiunile maxime ale unui nucleu atomic.

Sarcinile sunt asociate cu materia. De aceea, ele ocupă **volumuri finite**. Totuși, sarcinile volumice Q pot fi oricând considerate ca fiind alcătuite din volume mai mici. Această metodă este foarte utilă mai ales în cazul distribuțiilor de sarcină neomogene.

Distribuții Continue de Sarcini

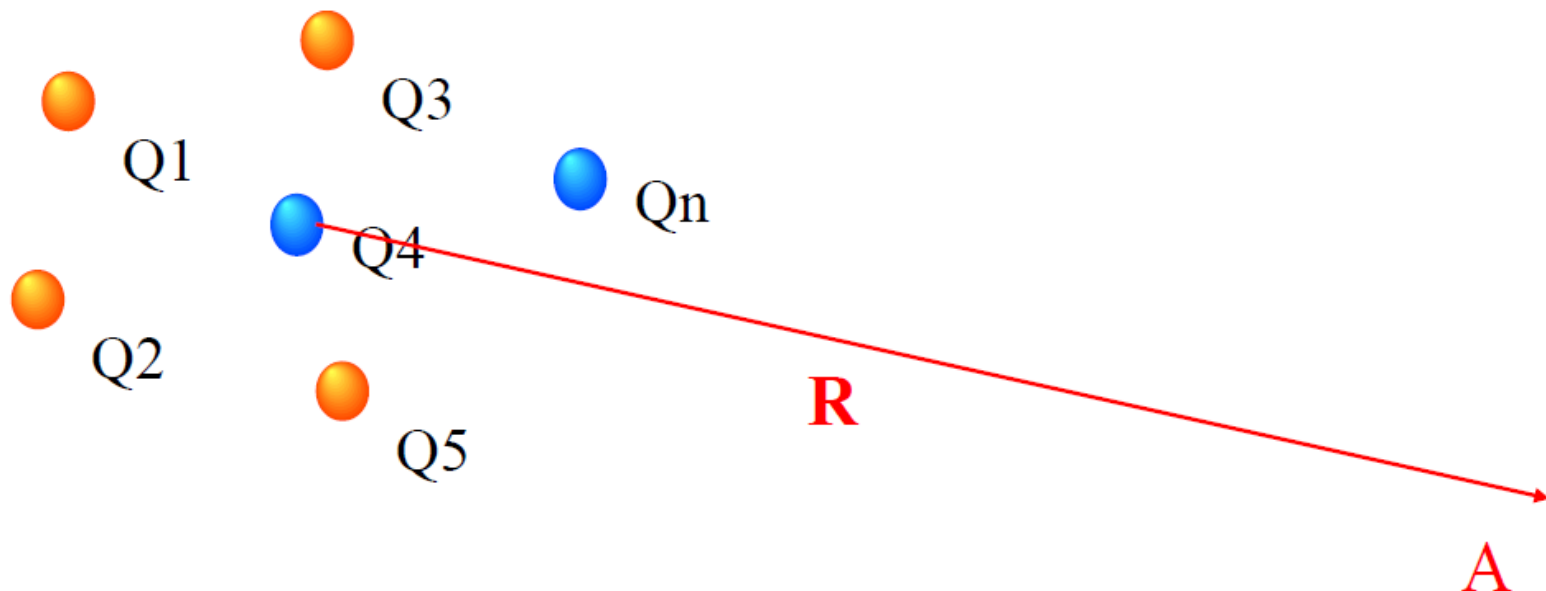
Sarcinile pot fi:

- **Punctiforme (C)**
- **Distribuții volumice de sarcini (C/m^3)** $\Leftarrow$
- **Distribuții superficiale de sarcini (C/m^2)**
- **Distribuții liniare de sarcini (C/m)**

**Cazul cel
mai general**

Sarcini punctiforme

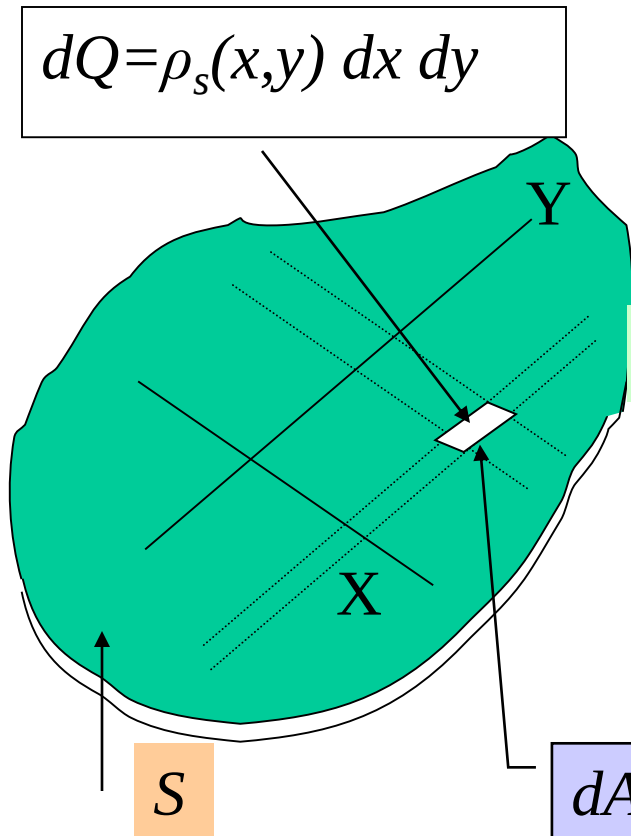
Reprezintă **sarcini** al căror volum poate fi considerat **infinitesimal (un punct)** în comparație cu distanța de la centrul sau până la un punct în care se analizează câmpul electric.



Sarcini superficiale

- Sunt utile atunci când sarcinile fizice 3-D sunt distribuite în straturi subțiri, a căror grosime este neglijabilă în comparație cu lungimea și lățimea lor. În plus, se poate considera că variația densității de sarcină cu înălțimea este neglijabilă.

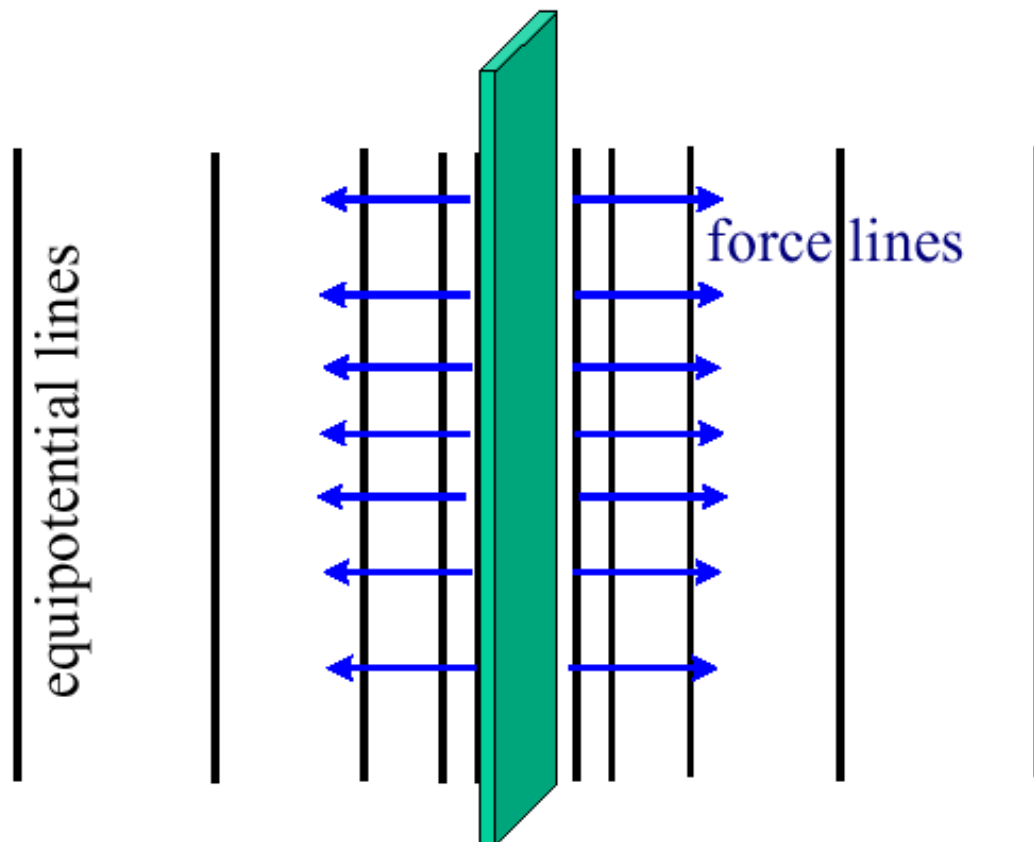
Definiția desității superficiale de sarcină [C/m²]



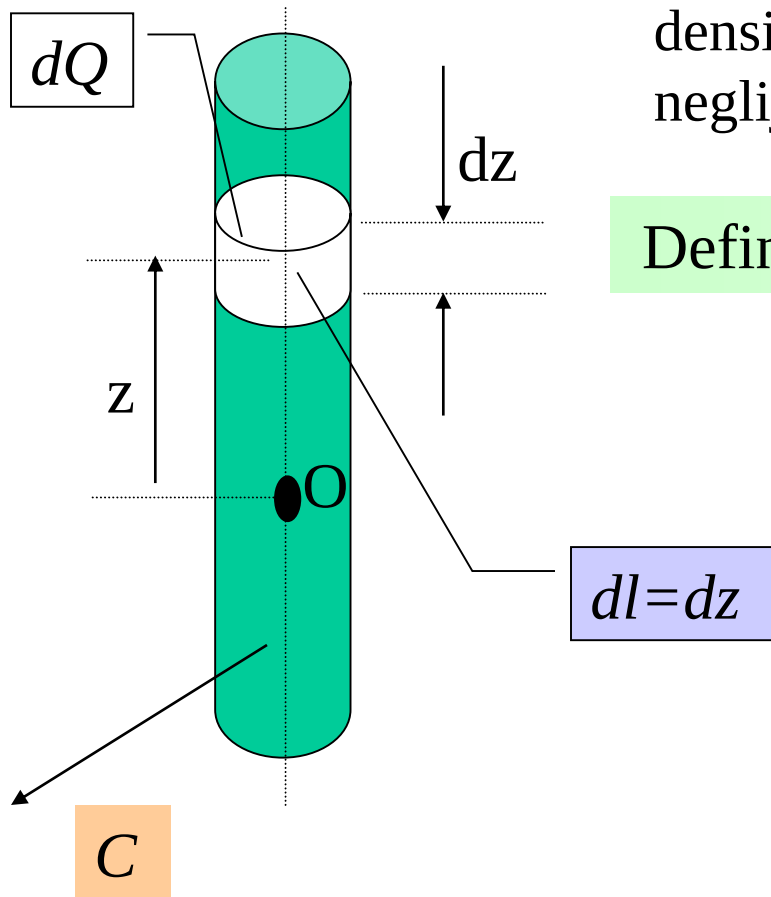
$$\rho_s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$$

$$Q = \int_S \rho_s \cdot dA$$

Sarcinile superficiale implică simetria câmpului creat față de planul în care se găsesc.



Sarcini liniare



- Reprezintă aproximări utile pentru sarcinile al căror volum are două dimensiuni neglijabile în raport cu cea de a treia (lungimea). Variația densității de sarcină în secțiunea firului este neglijabilă.

Definiția densității liniare de sarcină [C/m]

$$\rho_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl}$$

$$Q = \int_C \rho_l \cdot ds$$

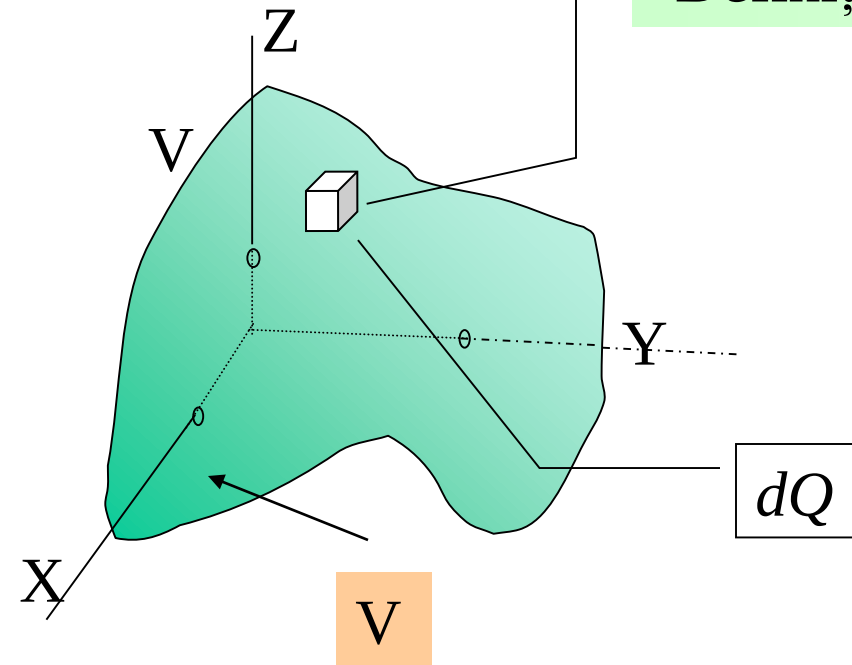
Sarcini volumice

$$dV = dx \, dy \, dz$$

Definiția densității volumice de sarcină [C/m^3]

$$\rho_v = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v} = \frac{dQ}{dv}$$

$$Q = \int_V \rho_v \cdot dv$$





1.3. Legea lui Coulomb

$$F_{12} = \frac{1}{\underbrace{4\pi\epsilon}_k} \frac{Q_1 Q_2}{R^2} = -F_{21}, \text{ N}$$

Legea lui Coulomb stabilește faptul că forța dintre două sarcini electrice aflate în repaus este direct proporțională cu valorile sarcinilor electrice și invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele.

Această proporționalitate inversă cu pătratul distanței este o caracteristică universală a câmpurilor în lumea noastră 3-D.

Sarcinile de același semn se resping și sarcinile de semne diferite se atrag.

Constanta de proporționalitate k depinde de sistemul de unități de măsură folosit. În SI $k=1/(4\pi\epsilon)$

$$[k] = \frac{\text{N} \times \text{m}^2}{\text{C}^2} = \frac{\text{N} \times \text{m}^2}{\text{A}^2 \times \text{s}^2} = \frac{\text{V} \times \text{m}}{\text{C}}$$

Prin experimente (realizate în aer/vid), dacă forța este măsurată în newtoni, distanța în metri și sarcina în coulombi, atunci:

$$k = 9.0 \times 10^9$$

Teoretic, în SI această constantă are valoarea:

$$k = 10^{-7} \text{ c}^2$$

, unde c este viteza luminii.

Constanta

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi k}$$

se numește *permitivitate dielectrică*, care în vid este:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2 \cdot 10^{-7}} \simeq \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

O valoare mai precisă este:

$$\varepsilon_0 = 8.856 \times 10^{-12}, \text{ F/m} = \text{C}/(\text{V} \times \text{m})$$

Permitivitatea dielectrică a materialelor depinde de abilitatea materiei de a se polariza sub influența unui câmp electric extern.



Permitivitatea dielectrică a materialelor se determină, de obicei, relativ la cea a vidului, prin intermediul permivității dielectrice relative (constanta dielectrică) ϵ_r

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Aer: $\epsilon_r = 1.0006$

Apa: $\epsilon_r = 1.0006$

Sol urban (uscat): $\epsilon_r \approx 3$

Sol rural (umed): $\epsilon_r \approx 14$

Good Engineers ...

- Place *ethics* and *morals* above all else
- Are team players
- Follow a deterministic design process
- **Follow a schedule**
- Document their work
- **Never stop learning**

MIT concept...



1.4. Intensitatea câmpului electric (vector) $\vec{E}$

Vectorul intensitate câmp electric reprezintă forța exercitată asupra unei sarcini unitare.

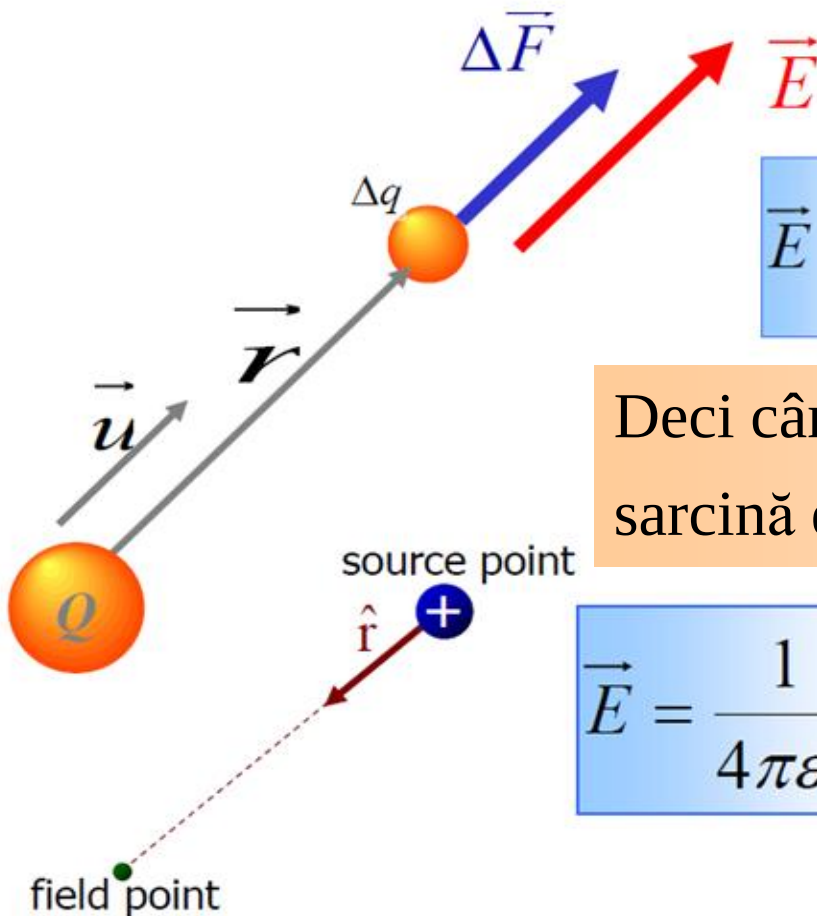
$$\vec{E} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta q} = \frac{d\vec{F}}{dq}, N / C = V / m$$

$$\Leftrightarrow \vec{F} = \Delta q \cdot \vec{E}, N$$

Aici, Δq este o sarcină de probă, ceea ce înseamnă că este suficient de mică pentru a nu perturba câmpul electric măsurat inițial, generat de sarcina sursă Q .



Intensitatea câmpului electric creat de o sarcină punctiformă q



$$\vec{E} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta q}$$

Deci câmpul electric creat de această sarcină este:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$



Intensitatea câmpului electric

Proprietăți generale ale unui câmp electric

- Câmpul electric este generat de orice obiect încărcat cu sarcină.
- Este un câmp vectorial și respectă **principiul superpoziției**, astfel încât câmpul unui sistem de obiecte încărcate este egal cu suma (vectorială) a câmpurilor create de fiecare obiect încărcat în parte.
- Forța electrostatică dintre obiectele încărcate cu sarcină electrică este mediată de câmpul electric.



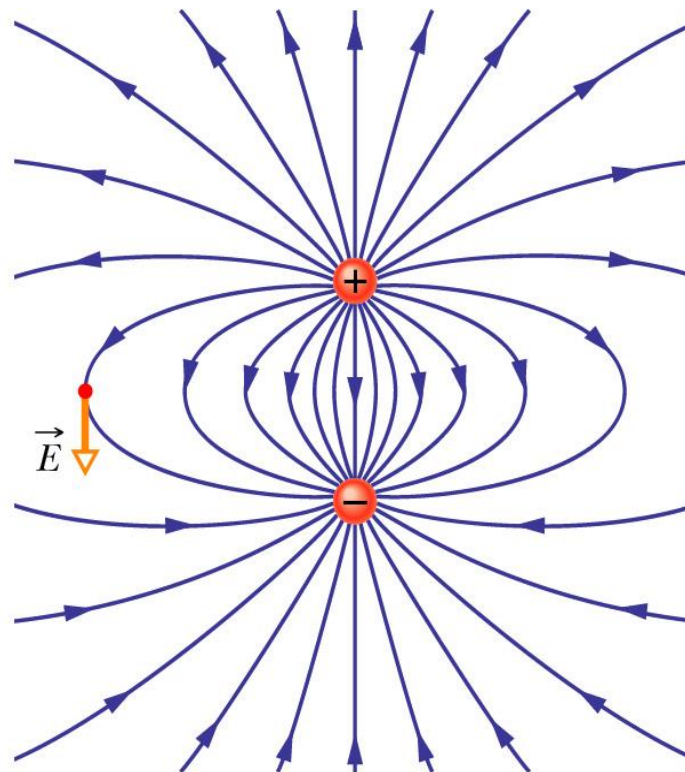
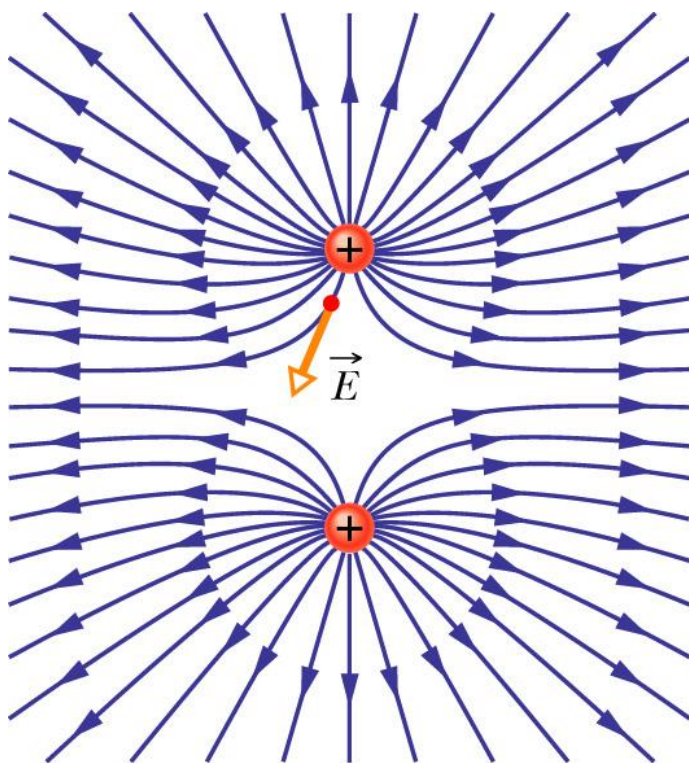
Intensitatea câmpului electric

Liniile de câmp electric

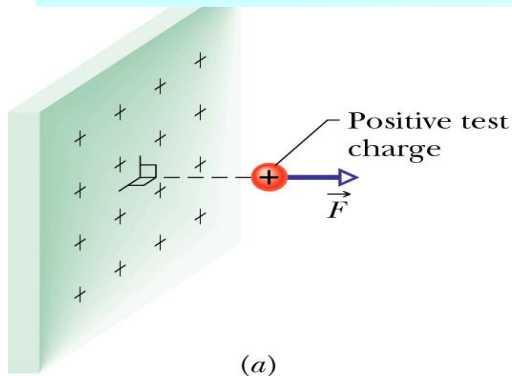
- Reprezintă un instrument de vizualizare pentru a ilustra geometria unui câmp electric.
- Liniile de câmp electric au ca origine sarcinile pozitive și se încheie în sarcinile negative.
- Direcția câmpului electric în orice punct este tangențială cu linia de câmp ce trece prin acel punct.
- Intensitatea câmpului electric în orice punct este proporțională cu densitatea liniilor de câmp din acea zonă.

Intensitatea câmpului electric

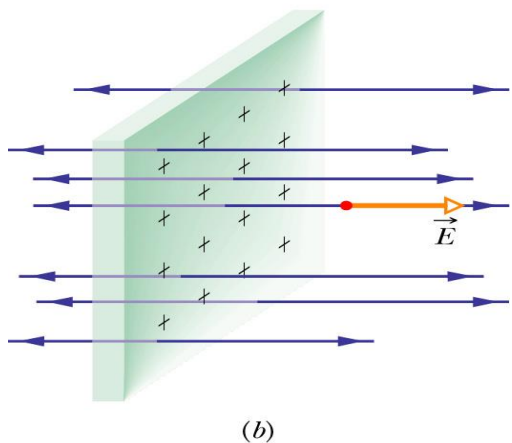
Exemple:



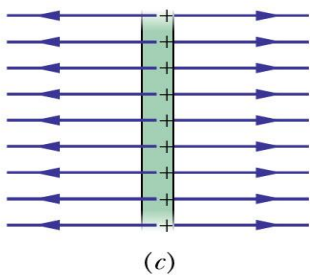
Intensitatea câmpului electric



Exemple:



Câmp electric uniform: un câmp electric ce are aceeași amplitudine și aceeași direcție în orice punct.





Câmpul electric datorat mai multor sarcini punctiforme

Forța asupra unei sarcini de probă este:

$$\Delta \vec{F} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{F}_i$$

astfel câmpul electric este, prin definiție, dat de:

$$\vec{E} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta q} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta \vec{F}_i}{\Delta q} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Principiul superpoziției!



Câmpul electric datorat mai multor sarcini punctiforme

Principiul superpoziției

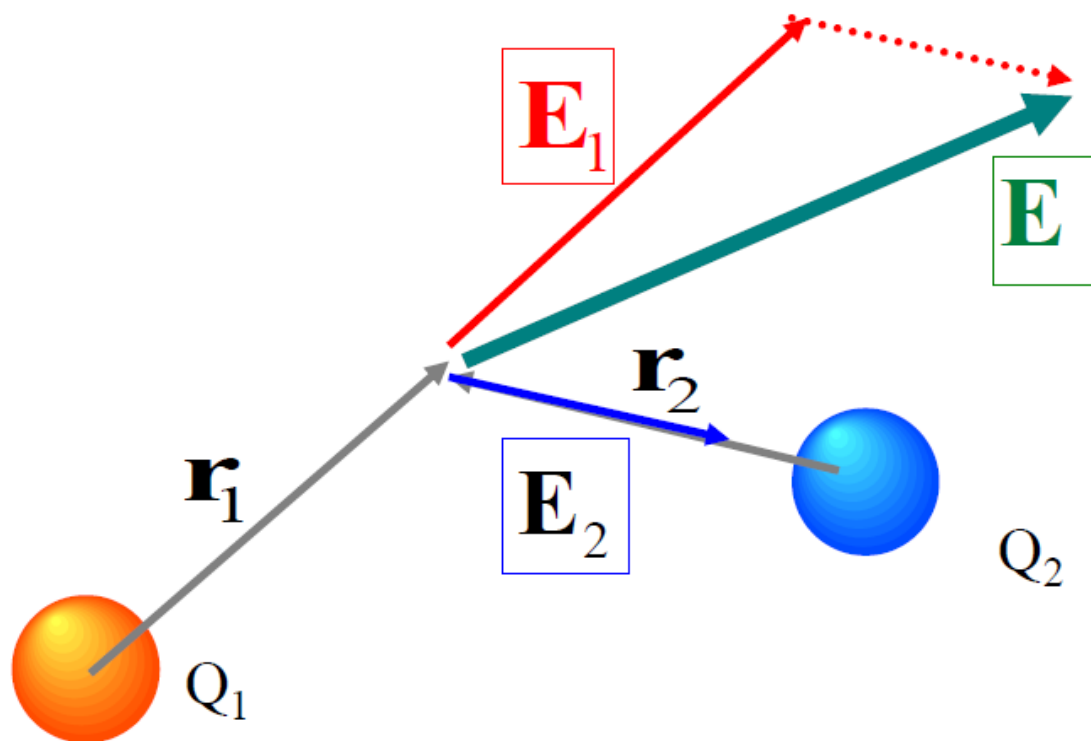
- Acest principiu este de mare importanță pentru soluționarea problemelor de câmp în medii liniare (medii ale căror proprietăți electromagnetice (EM)) nu depind de intensitatea câmpului. În cazul câmpurilor electrostatice (CES), proprietatea EM care se ia în considerare este permitivitatea dielectrică. Dacă nu depinde de E , atunci mediul este liniar.
- CES datorat mai multor sarcini punctiforme în orice punct este suma vectorială a câmpurilor create de fiecare sarcină individuală:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$



Câmpul electric datorat mai multor sarcini punctiforme

Principiul superpoziției





1.5. Câmpul electric datorat unor distribuții de sarcină continue

- Când câmpul este datorat unor sarcini distribuite într-un anumit **volum**, cu densitate cunoscută ρ_v [C/m³], acest volum se consideră alcătuit dintr-un **număr infinit de sarcini infinitesimale** (diferențiale):

$$dQ = \rho_v \cdot dv, \quad C$$

- **Fiecare sarcină** diferențială reprezintă în fapt **o sarcină punctiformă**. Ea generează o **“parte” diferențială a câmpului**, care este:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \vec{u}, \quad V/m$$



Câmpul electric datorat unor distribuții de sarcină continue

- **Câmpul total** se obține pe baza **principiului superpoziției**.
- Se realizează însumarea contribuțiilor diferențiale: aceasta reprezintă o integrare (integrală de volum).

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_V \frac{\rho_v}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} dv, \quad V / m$$

- Când sarcinile sunt **distribuite pe o suprafață**, sarcina totală se descompune în sarcini diferențiale de suprafață, fiecare fiind descrisă de densitatea superficială de sarcină ρ_s [C/m²]

$$dQ = \rho_s \cdot dA, \quad C$$

Câmpul electric datorat unor distribuții de sarcină continue

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_S \frac{\rho_s}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} dA, \quad V / m$$

- În cazul distribuțiilor liniare de sarcini, acestea se descompun în sarcini liniare diferențiale, fiecare fiind descrisă de densitatea liniară de sarcină ρ_l [C/m]:

$$dQ = \rho_l \cdot ds, \quad C$$

- Câmpul electric generat de sarcinile liniare se determină utilizând următoarea integrală curbilinie:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_C \frac{\rho_l}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} ds, \quad V / m$$



Câmpul electric datorat unor distribuții de sarcină continue

- În cazul sarcinilor punctiforme, câmpul electric generat este:

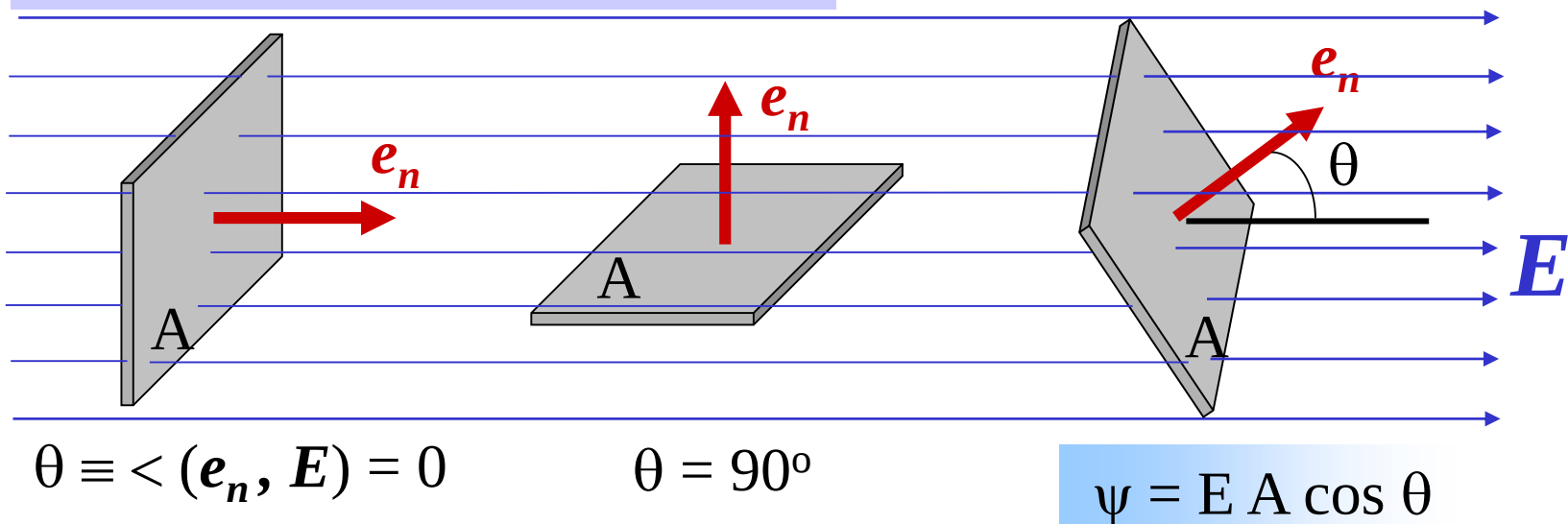
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad V / m$$

- Astfel, câmpul electric generat de sarcini punctiforme multiple se determină adunând câmpul electric creat de fiecare sarcină în parte (principiul superpoziției):

$$\vec{E}_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \cdot \frac{\vec{r}_k}{r_k}, \quad V / m$$

1.6. Legea lui Gauss – Fluxul electric ψ (Φ)

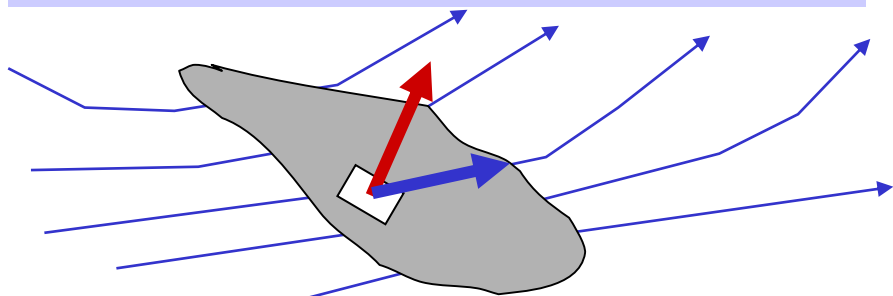
1.6.1. Câmp electric omogen E



1.6.2. Câmp electric general E

Pentru elemente mici de suprafață dA :

A și $\mathbf{e}_n$ sunt constante



$$\psi = \iint_S \vec{E} \cdot \mathbf{e}_n dA = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



1.6. Legea lui Gauss

Fluxul Ψ_E prin sfera A:

$$\Psi_E = \oiint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Rezultatul este independent de forma suprafeței !!!

Fluxul total printr-o **suprafață închisă** este egal cu **sarcina totală** delimitată de această suprafață, împărțită la permitivitatea vidului.

Consecințe:

- Q nu trebuie plasată în O
- sarcinile exterioare: nu creează flux
- mai multe sarcini în interiorul lui A:

$$\Psi_E = \sum_i \Psi_{E,i}$$

Determinarea câmpului electric E folosind legea lui Gauss

➤ Calculul câmpului electric E

- Dacă se cunoaște distribuția de sarcină și
- Problema are simetria necesară pentru a permite evaluarea integralei.

➤ **Determinarea distribuției de sarcină**

- Sarcini plasate pe sfere conductoare,
- Sarcini distribuite într-un volum dat.

- **Se găsește o suprafață Gaussiană** al cărui vector normal la elementul de suprafață este paralel cu câmpul electric E ;

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \oint E dA$$

- Pe suprafața Gaussiană, amplitudinea **câmpului electric E este constantă**;

$$\oint E dA = E \oint dA = EA$$



Determinarea câmpului electric E folosind legea lui Gauss

- Se folosește geometria pentru a evalua A .
- Prin intermediul legii lui Gauss se face legătura între E și sarcina localizată în interiorul suprafeței.

În cazul general

- Se utilizează **simetria** distribuției de sarcină pentru a determina șablonul liniilor de câmp.
- Se urmărește alegerea **suprafeței Gaussiene** astfel încât E să fie paralel cu A , sau suprafața să poată fi descompusă în componente paralele și perpendiculare, întrucât: $\vec{E}_{\text{perp}} \cdot \vec{A} = 0$
- Dacă E este paralel cu A , trebuie să ne asigurăm că E este constant pe toată suprafața.



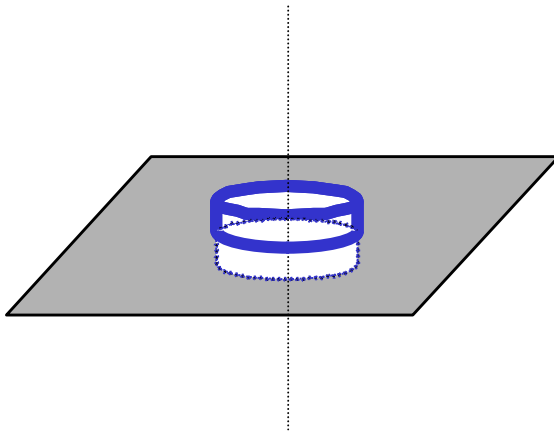
Determinarea câmpului electric E folosind legea lui Gauss

Algoritmul de calcul:

- Analiza problemei și a simetriei
- Abordarea soluției
- Calcule
- Concluzii

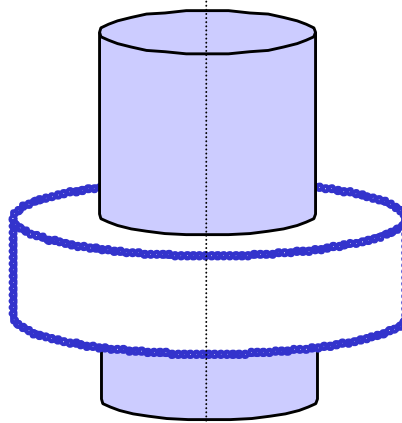
Simetrii de bază pentru legea lui Gauss

plan infinit extins



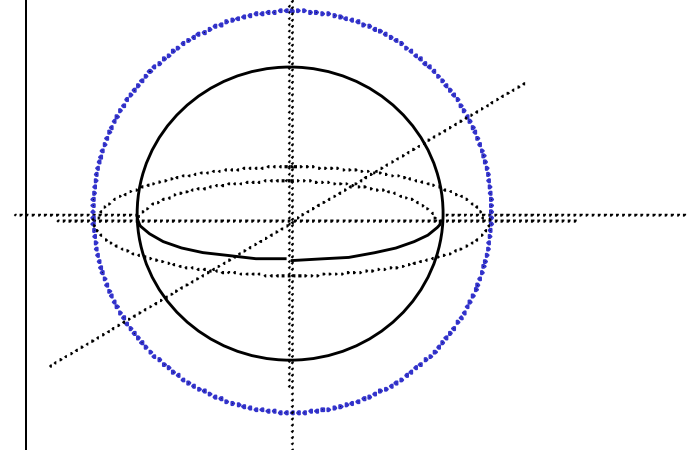
“Cutie de pastile” Gauss
Înălțimea $\rightarrow 0$

cilindru infinit lung



Cilindrul Gauss
rază r , lungime L

sfera

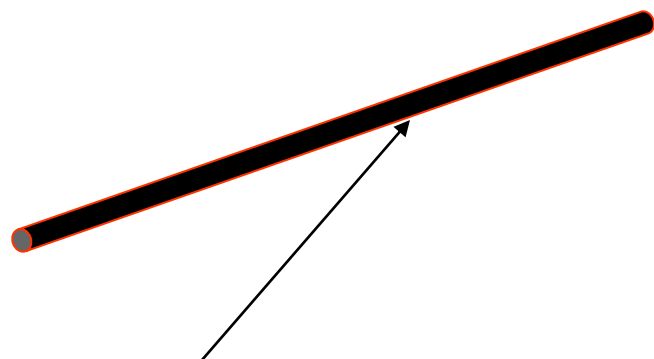


Sfera Gauss,
rază r ($r < R$ sau $r > R$).



Aplicație – demonstrația pe tablă

Legea lui Gauss pentru o distribuție liniară de sarcină infinit lungă:



ρ_l [C/m]

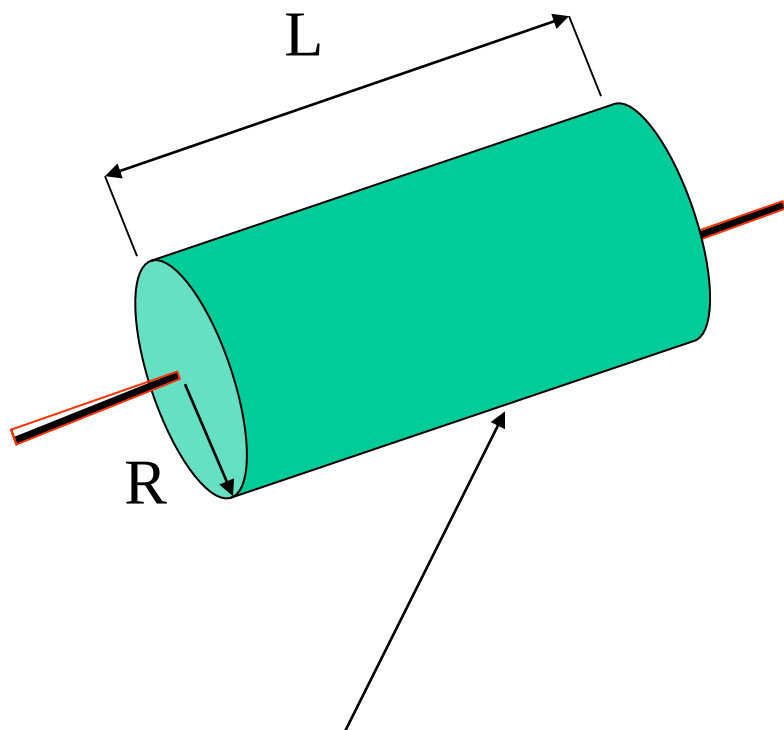
Se dă:

Fir infinit lung, încărcat cu sarcină cu distribuție lineică ρ_l [C/m]

Se cere:

Calculul câmpului electric $\mathbf{E}$ în puncte arbitrare din exteriorul firului

Analiza și simetria problemei



1. Fir infinit lung
2. Distribuție de sarcină: omogenă
 ρ_l [C/m].
3. Simetrie cilindrică

Consecințe:

Suprafața Gaussiană imaginară:
Cilindru coaxial de rază R și
lungime L .

Suprafața Gaussiană imaginară

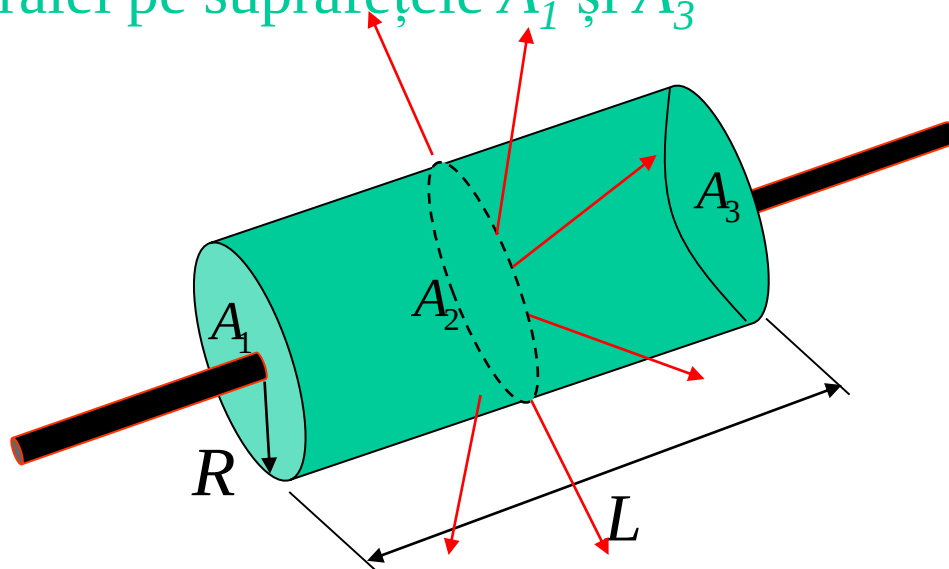
Abordarea soluției și calcule

Legea lui Gauss:
$$\iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Datorită simetriei pe suprafața Σ a suprafeței Gaussiene:

E normal și constant pe suprafața A_2

E paralel pe suprafețele A_1 și A_3





Legea lui Gauss – forma integrală

$$\oint_{\Sigma} \overline{E}_v \cdot \overline{dA} = \frac{q_{\Sigma}}{\varepsilon_0}$$

Legea fluxului electric – forma integrală

$$\oint_{\Sigma} \overline{D}_v \cdot \overline{dA} = q_{\Sigma}$$

Legea lui Gauss – forma locală

$$\operatorname{div} \overline{E}_v = \frac{\rho_v}{\varepsilon_0}$$

Planificarea și Managementul Timpului

- Setarea priorităților

IMPORTANTĂ

Scăzută

Ridicată

Scăzută

Nu face
acum.

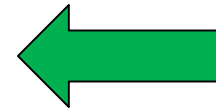
Fă mai
târziu.

URGENTĂ

Ridicată

Delegarea
sarcinii.

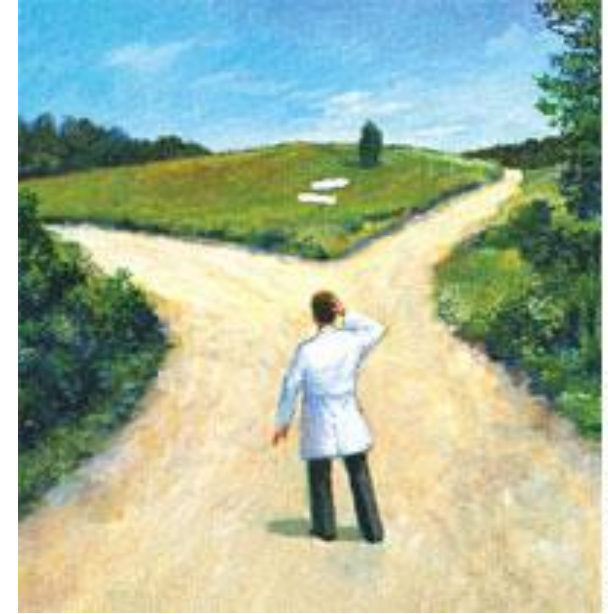
Fă acum,
Fă tu.



Luarea deciziilor

Etape:

- ☐ Pas 1: definiți problema
- ☐ Pas 2: identificați alternativele
- ☐ Pas 3: evaluați alternativele
- ☐ Pas 4: alegeți o alternativă
- ☐ Pas 5: implementați decizia
- ☐ Pas 6: evaluați decizia



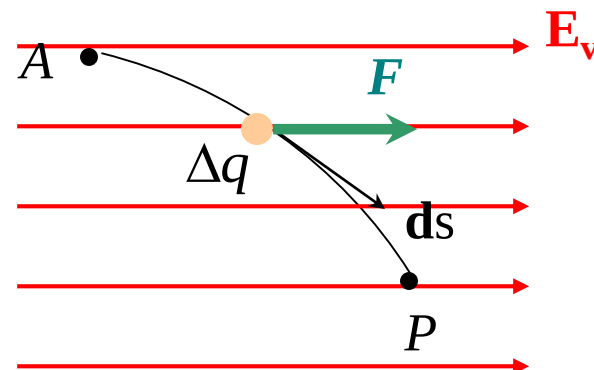
2. Potențialul electric. Tensiunea electrică

- Când o sarcină de probă Δq se deplasează de la A la P (*origine de potențial*) într-o regiune cu câmp electric $\mathbf{E}$ câmpul efectuează lucru mecanic asupra sarcinii. Pentru o deplasare infinitesimală $d\mathbf{s}$, lucrul mecanic efectuat de câmp este:

$$L_{AP} = \int_A^P \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^P \Delta q \cdot \vec{E}_v \cdot d\vec{s} = \Delta q \int_A^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s}$$

- **Potențialul electric** este definit ca energia potențială *per unitate de sarcină*, și este independent de sarcina de probă Δq . Are o valoare unică în fiecare punct aflat în câmp electric.

$$V_A = \frac{L_{AP}}{\Delta q} = \int_A^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s}$$



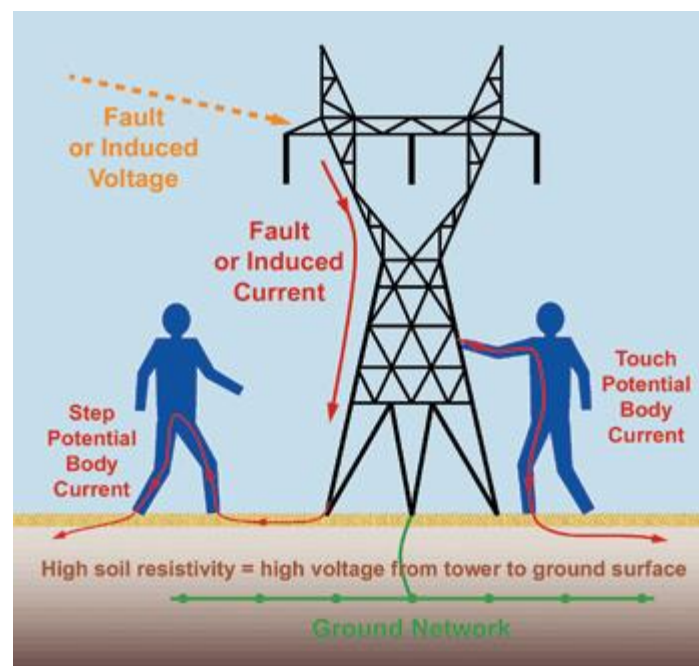
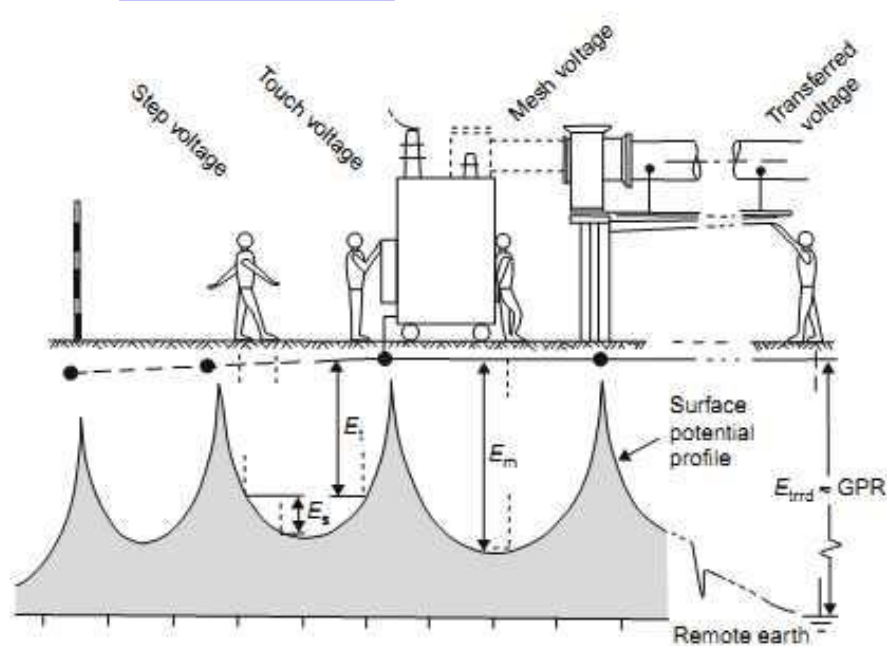
Proprietăți ale potențialului electric

- potențialul electric este o mărime scalară
- potențialul electric nu depinde de calea de integrare aleasă
- câmpul electrostatic este un câmp conservativ !!!!
- unitatea de măsură (SI) a potențialului electric:

$$V_A = \frac{L_{AP}}{\Delta q}$$

Units are J/C

Volts (V)



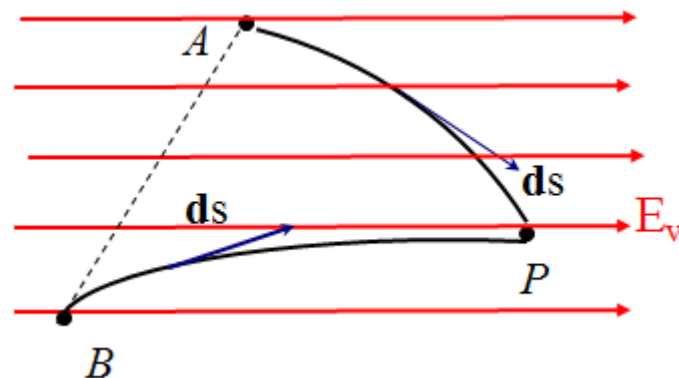


Diferența de potențial

Diferența de potențial $U_{AB} = V_B - V_A$ dintre două puncte A și B este:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s} - \int_B^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s} = \int_A^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s} + \int_P^B \vec{E}_v \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{E}_v \cdot d\vec{s}$$

- Întrucât forța electrică este conservativă, **diferența de potențial nu depinde de calea de integrare**, ci doar de punctul inițial și cel final. Nu depinde nici de originea de potențial.



Dacă considerăm o curbă închisă:

$$U_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_v \cdot d\vec{s} = 0$$

Noi unități de măsură pentru câmpul electric din
 $E = (V_A - V_B)/s$ **câmp uniform**, **E se măsoară în V/m**
 Note: 1 N/C = 1 V/m

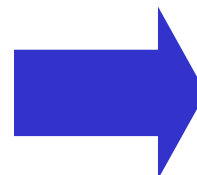


Suprafețe echipotențiale și linii echipotențiale

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_v \cdot \vec{ds}$$

Puncte echipotențiale: puncte în care $V_A = V_B$

$$\int_A^B \vec{E}_v \cdot \vec{ds} = 0$$

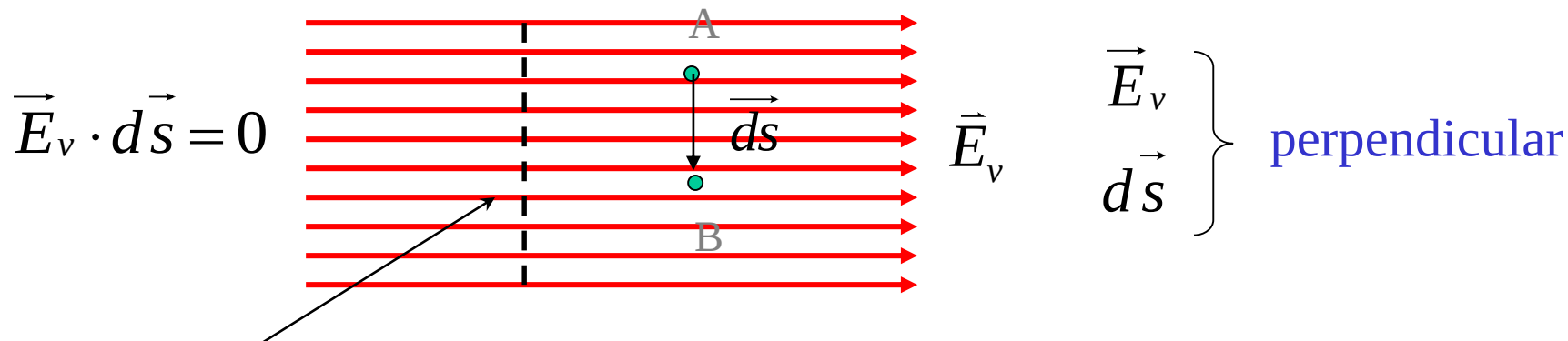


$$\vec{E}_v \cdot \vec{ds} = 0$$

- Orice suprafață, plană sau curbă, unde potențialul este constant se numește *suprafață echipotențială*.
- Suprafața echipotențială poate sau nu să coincidă cu o suprafață fizică.



Suprafețe echipotențiale și linii echipotențiale

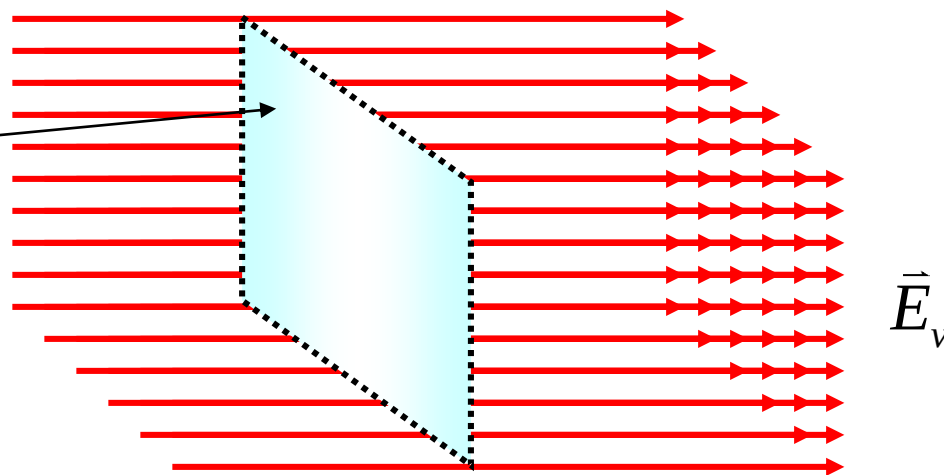


Linii echipotențiale

Colecția tuturor punctelor având același potențial formează o linie în 2-D.

Suprafață echipotențială

Colecția tuturor punctelor având același potențial formează o suprafață în 3-D.





Ecuatia liniilor echipotențiale:

$$\vec{E}_v \cdot d\vec{s} = 0$$

Ecuatia liniilor de câmp electric:

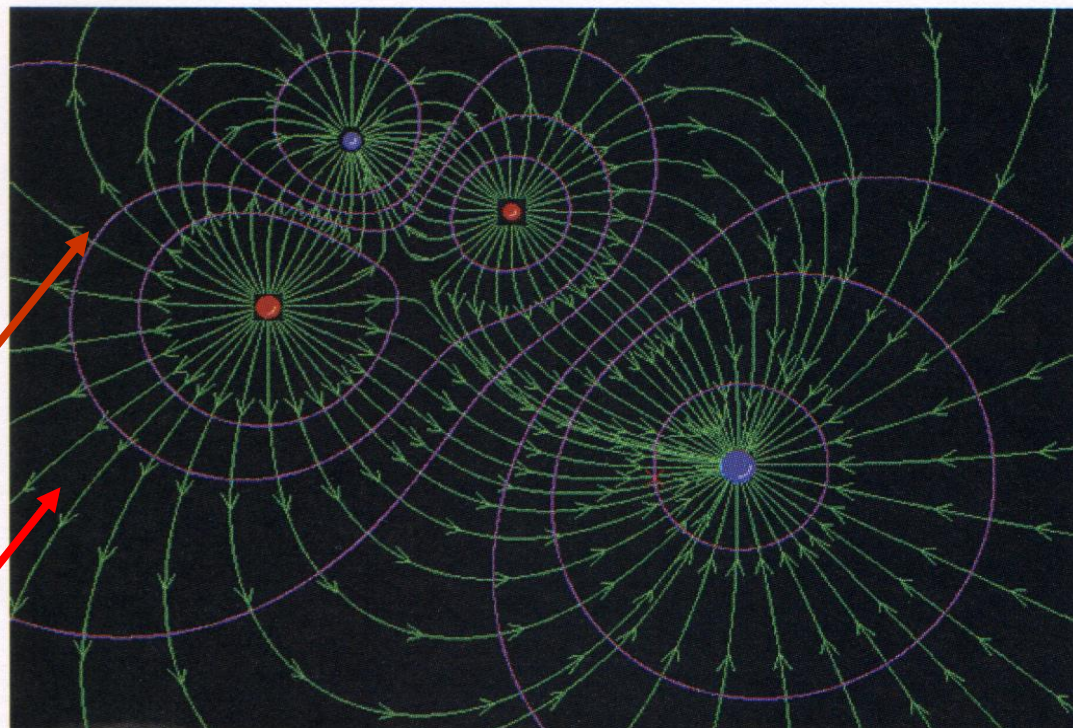
$$\vec{E}_v \times d\vec{s} = 0$$

Liniile echipotențiale sunt ortogonale cu liniile de câmp electric!!!

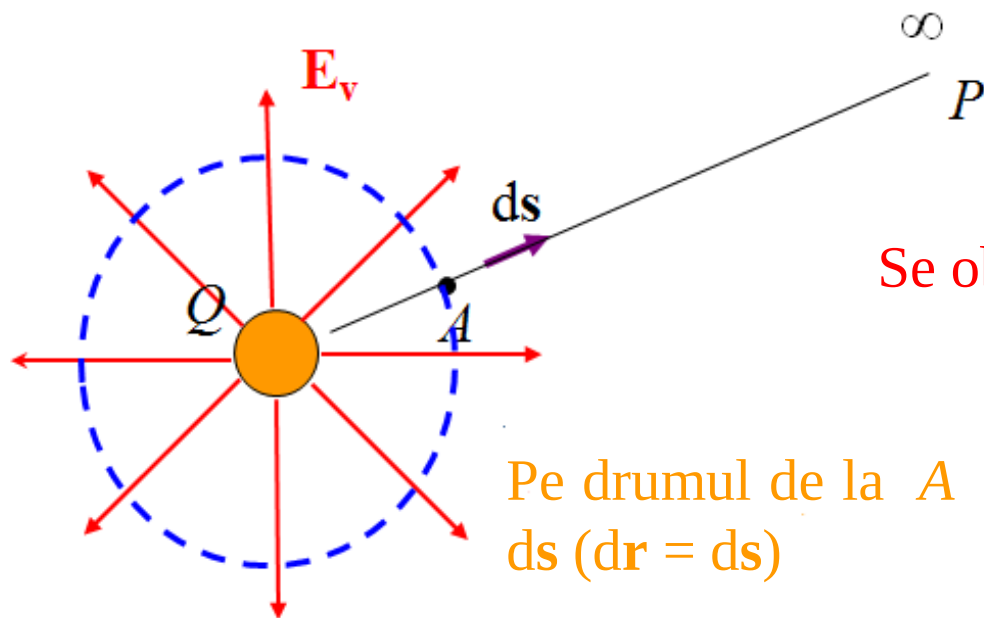
Exemplu

Câmpul electric al diferitelor
distribuții de sarcină

Echipotențial, câmp E



2.1. Potențialul electric al unei sarcini punctiforme



$$\vec{E}_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Se obișnuiește alegerea originii de potențial la $r_p = \infty$.

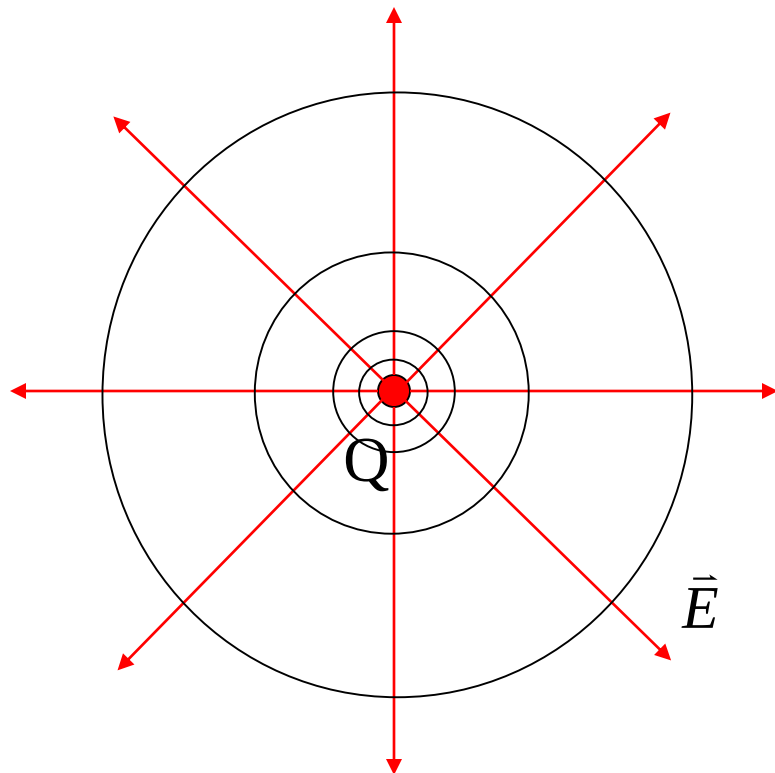
Pe drumul de la A (r_A) la P ($r_p = \infty$), $\vec{E}_v$ e paralel cu ds ($dr = ds$)

$$\begin{aligned} V_A &= \int_A^P \vec{E}_v \cdot d\vec{s} = \int_A^P \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_A^P \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{r_A}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_{r_A}^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_A} \end{aligned}$$

V este constant pe suprafețe sferice centrate pe sarcina punctiformă.



2.1. Potențialul electric al unei sarcini punctiforme



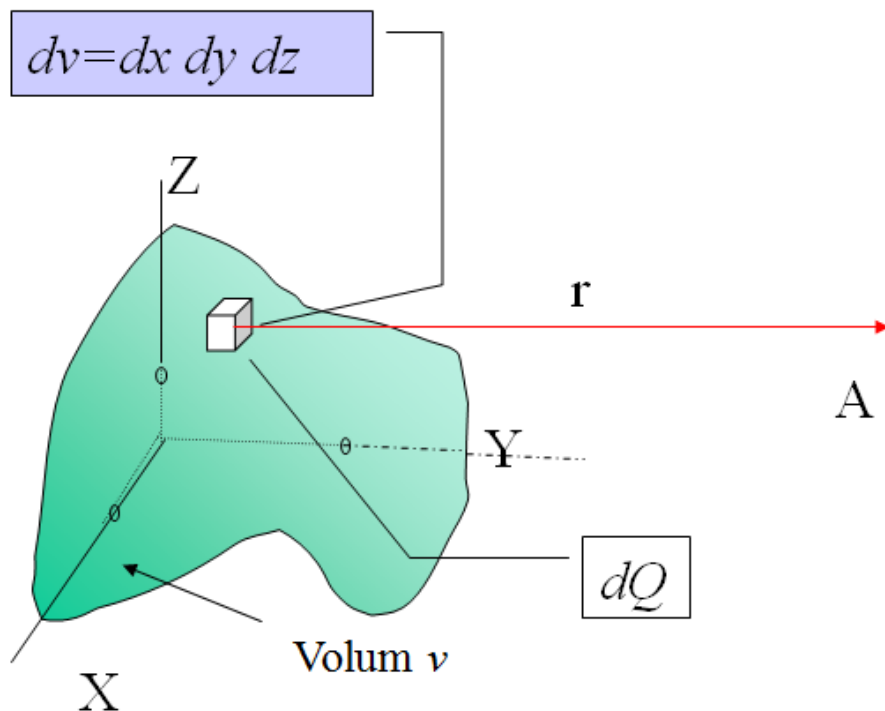
$$\vec{E}_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

Echipotențial, linii de câmp $\mathbf{E}$

2.2. Potențialul electric produs de o distribuție continuă de sarcini

- În cazul unei distribuții continue de sarcini, începem prin divizarea sarcinii în porțiuni mici, iar apoi se adună contribuția fiecărei porțiuni la crearea potențialului electric:



$$dV_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dQ}{r} \cdot dv$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{dQ}{r}$$



2.2. Potențialul electric produs de o distribuție continuă de sarcini

Sarcini distribuite
în volum

$$dQ = \rho_v \cdot dv$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_v}{r} dv$$

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_v}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} dv$$

Sarcini distribuite
pe o suprafață

$$dQ = \rho_s \cdot dA$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_s}{r} dA$$

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_s}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} dA$$

Sarcini distribuite
pe o curbă

$$dQ = \rho_l \cdot dl$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\rho_l}{r} dl$$

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\rho_l}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} dl$$



3. Legi specifice electrostaticii

Legea fluxului electric

(generalizare a legii lui Gauss valida doar in vid)

Definiție:

Fluxul total al vectorului inducție electrică printr-o **suprafață închisă** este egal cu **sarcina totală reală liberă** localizată în interiorul suprafeței.

Legea lui Gauss – forma integrală

$$\oint_{\Sigma} \vec{E}_v \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\Sigma}}{\epsilon_0}$$

Legea fluxului electric – forma integrală

$$\oint_{\Sigma} \vec{D}_v \cdot d\vec{A} = q_{\Sigma}$$

3. Legi specifice electrostaticii

Legea polarizației

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}_t = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot (1 + \chi_e) \cdot \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

ε_r

Permitivitate dielectrică relativă

unde: χ_e reprezintă susceptivitatea electrică de material.

Constanta dielectrică ε_r nu este mereu constantă. Ea poate depinde de **frecvența** sau de **intensitatea câmpului electric**. Se mai numește și **permitivitate dielectrică relativă**.

3. Legi specifice electrostaticii

Legea polarizației

Când permitivitatea dielectrică depinde de **intensitatea câmpului electric E** , se spune că **mediul este neliniar**, deoarece toate relațiile de câmp devin ecuații neliniare.

Când permitivitatea dielectrică depinde de **poziția** în volumul corpului dielectric $\varepsilon(x, y, z)$ se spune că problema este **neomogenă**, contrarul cazului omogen când proprietățile de material sunt constante în volum.

Când proprietățile dielectrice ale materialelor depind de **direcția câmpului aplicat**, datorită anumitor proprietăți ale structurilor cristaline, dielectricul se numește **anizotrop**.

3. Legi specifice electrostaticii

Legea polarizației

De cele mai multe ori se poate considera că mediul este **omogen**, **liniar** și **izotrop**. Acesta este cel mai simplu caz posibil.

Semnificația fizică a permitivității dielectrice relative: indică de câte ori este mai mare forța electrostatică în vid decât în mediul respectiv pentru același sistem fizic (datorită efectului de anulare al corpurilor polarizate).



3. Legi specifice electrostaticii

Legea legăturii dintre vectorii D, E și P

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}_t + \vec{P}_p$$

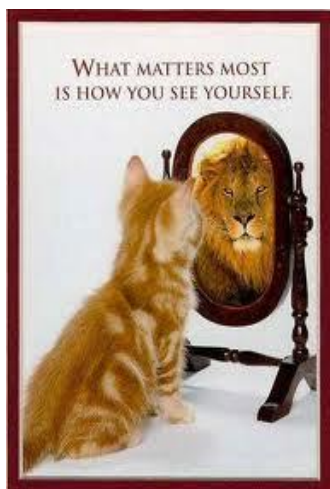
Pentru materiale liniare fără polarizație permanentă: $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$

Comportament

- Cunoștințe procedurale
(How to do it)



- Sentimentul autoeficacității
(I believe I can do it)



- Expectanțe pozitive
(Why to do it?)

