



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA



ELECTROTEHNICĂ

CURS 2

2019 - 2020

Conf. dr. ing. Mihaela CREȚU

Departamentul de Electrotehnică și Măsurări, Facultatea de Inginerie Electrică

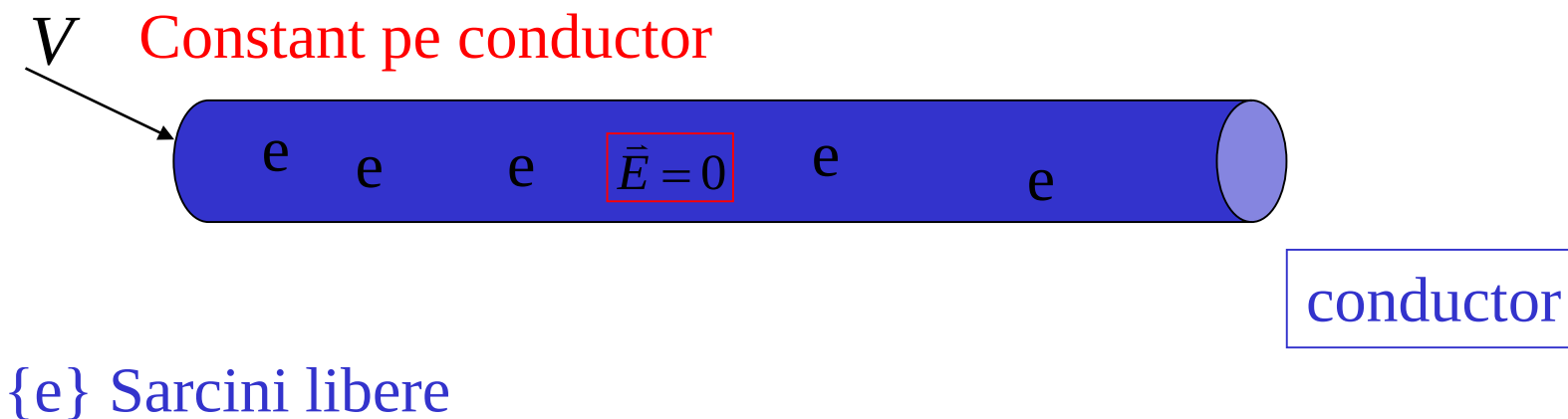
E-mail: Mihaela.Cretu@ethm.utcluj.ro

<http://users.utcluj.ro/~mihaela/>



3. Conductoare în câmp electrostatic

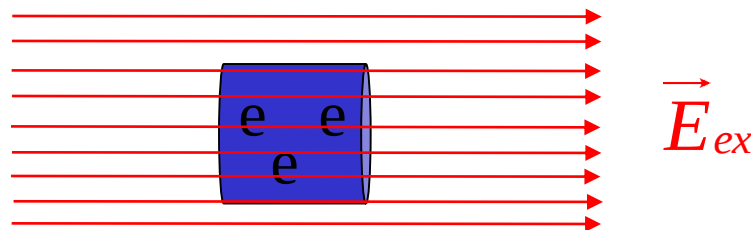
- un conductor poate **conduce** sau transporta, sarcini electrice.
- în situații statice, un conductor este un mediu în care **câmpul electric intern este mereu nul**.
- rezultă că **toate părțile conductorului au același potențial**.



3. Conductoare în câmp electrostatic

Se consideră conductorul plasat într-un câmp electric extern $\vec{E}_{ex}$

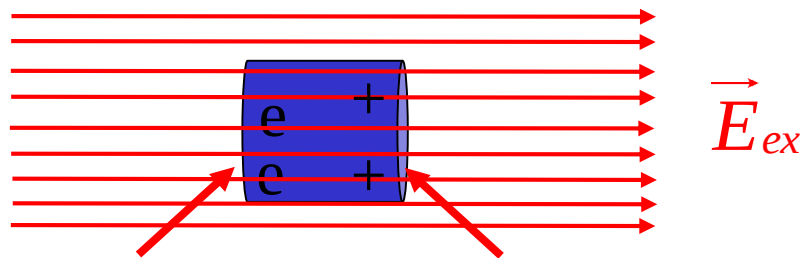
Timp $t = 0$



Forța exercitată asupra electronilor $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}_{ex}$

La un foarte scurt interval de timp după aplicarea lui $\vec{E}_{ex}$ redistribuirea sarcinilor încetează.

Timp $t > 0$

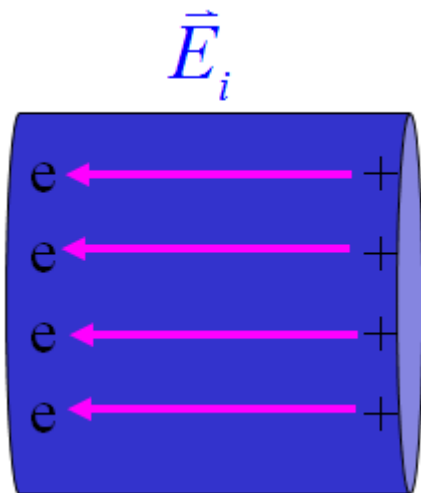


Acumulare de sarcini negative

Acumulare de sarcini pozitive

3. Conductoare în câmp electrostatic

Separarea sarcinilor produce un câmp electric intern $\vec{E}_i$ în conductor

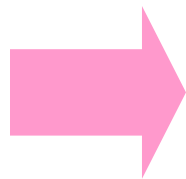


Redistribuirea sarcinilor continuă până când amplitudinea câmpului electric intern este egală cu cea a câmpului electric aplicat.



$$\vec{E}_{net} = \vec{E}_{ex} + \vec{E}_i$$

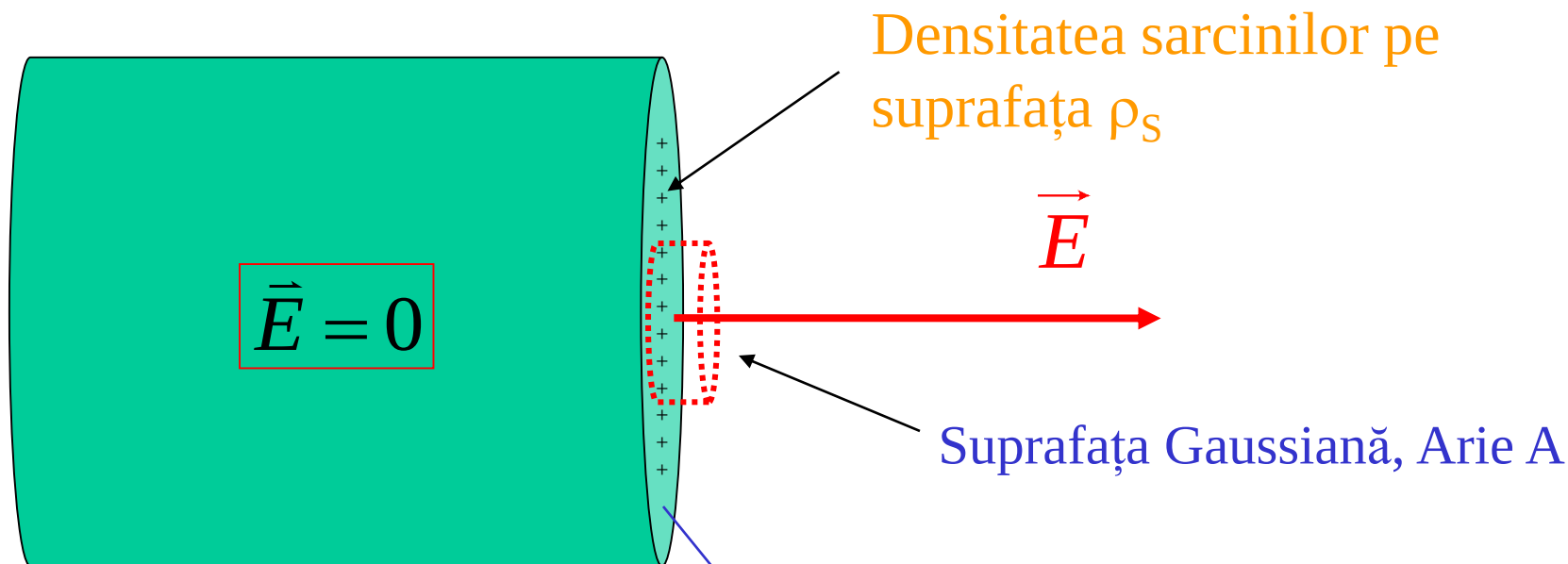
$$\vec{E}_{net} = 0$$



În interiorul conductorului, câmpul electric total este zero după redistribuirea sarcinilor

Timpul $t \approx 10^{-14}$ s

3. Conductoare în câmp electrostatic – Consecințe



Legea lui Gauss

$$E \cdot A = \frac{\rho_s A}{\epsilon_0}$$

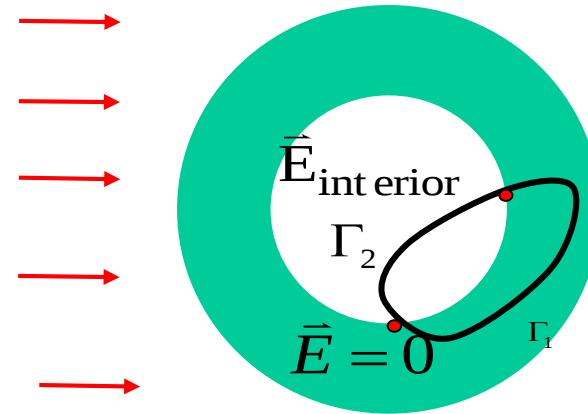
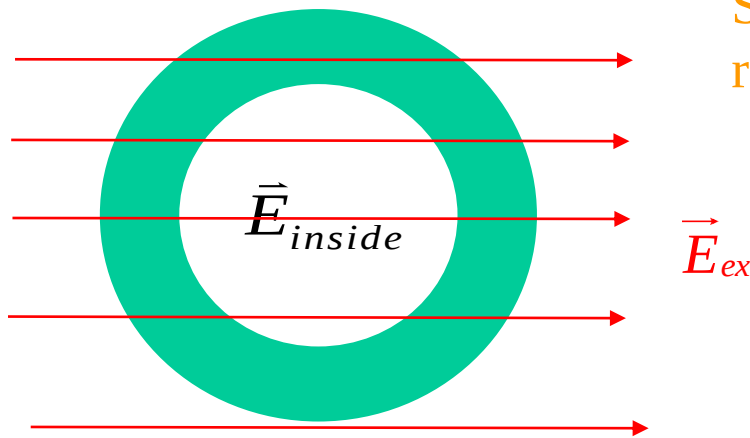
$$\rho_s = E \cdot \epsilon_0$$

Dacă $E = \text{constant}$, ρ_s constant !!

3. Conductoare în câmp electrostatic – Consecințe

Se consideră o coajă conductoare sferică. Care este valoarea câmpului electric în interiorul acesteia când se aplică un câmp electric extern și după ce redistribuirea sarcinilor s-a încheiat?

Se presupune că $\vec{E}_{inside} \neq 0$ după ce redistribuirea sarcinilor s-a încheiat.



$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{\Gamma_2} \vec{E}_{inside} \cdot d\vec{s} = 0$$

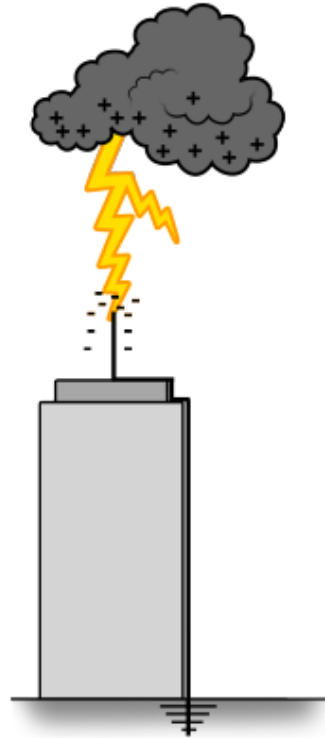
0 fiindcă $\vec{E} = 0$

Singura metodă pt a obține 0 pentru orice Γ_2 este ca

$$\vec{E}_{interior} = 0$$

Lightning Rod

When a conductive body contains sharp points, the electric field on these points is much stronger than that on the smooth part of the conducting body.



Lighting Rods are connected to the ground. When a cloud carrying electric charges approaches, the rod attracts opposite charges from the ground. The Electric field at the tip of the rod is much stronger than anywhere else. When the E-field exceeds the air breakdown strength (of 33 kV/cm), charges start to travel to ground.





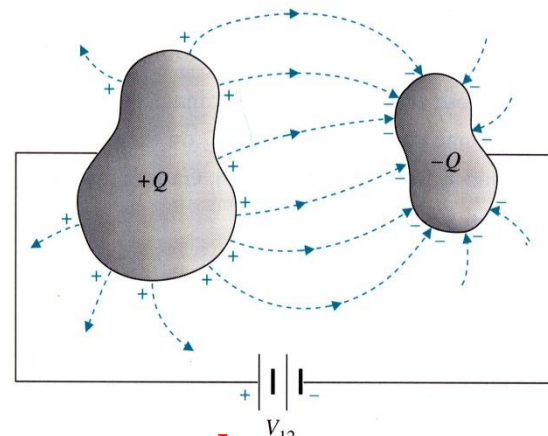
4. Capacități

- Raportul Q/U este constant într-un condensator.

$Q = C \cdot U$, unde C este capacitatea corpului conductor izolat.

- Definiția capacității:

$$C = \frac{Q}{U_{12}} \quad (\text{F}).$$



O expresie generală pentru capacități, în funcție de vectorul $\vec{E}$:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\iint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{A}}{\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

Dacă mediul ce înconjoară electrozii este omogen (permitivitatea dielectrică este constantă), atunci capacitatea se scrie doar în funcție de vectorul $\vec{E}$:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{\iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{A}}{\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$



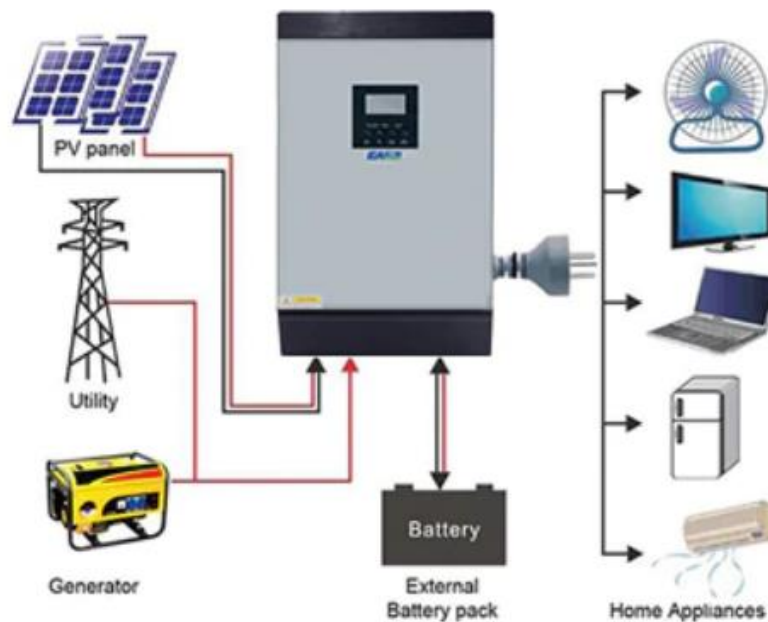
4. Capacități

Pentru un condensator cu un dielectric omogen, capacitatea este o funcție de dimensiunile sale geometrice, ce caracterizează forma și poziția relativă a armăturilor, și este direct proporțională cu permitivitatea dielectrică :

$$C = \varepsilon \cdot f(g_1, g_2, \dots, g_n)$$

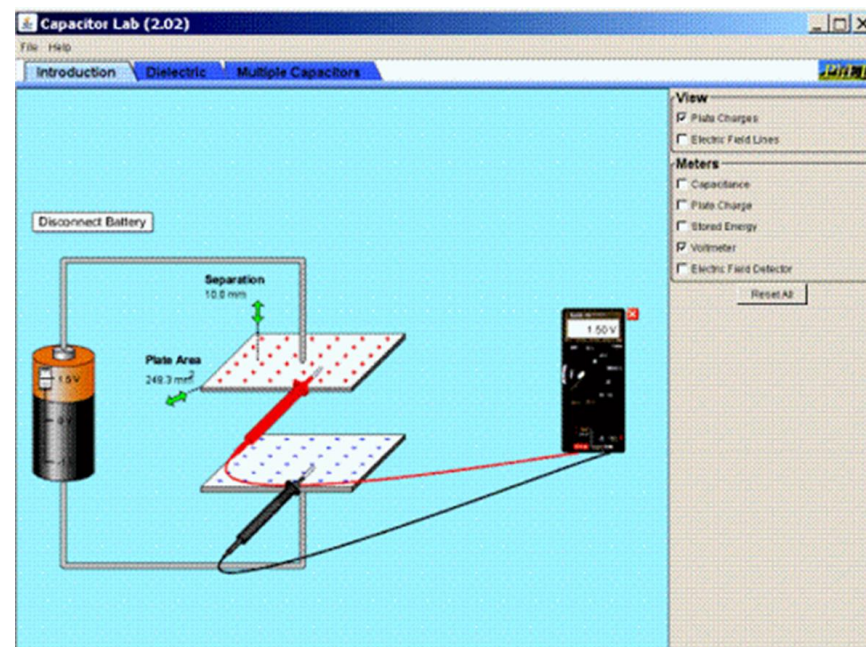
În cazul unui dielectric neomogen, permitivitatea dielectrică variază, iar capacitatea este o funcție de forma:

$$C = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n; g_1, g_2, \dots, g_n)$$



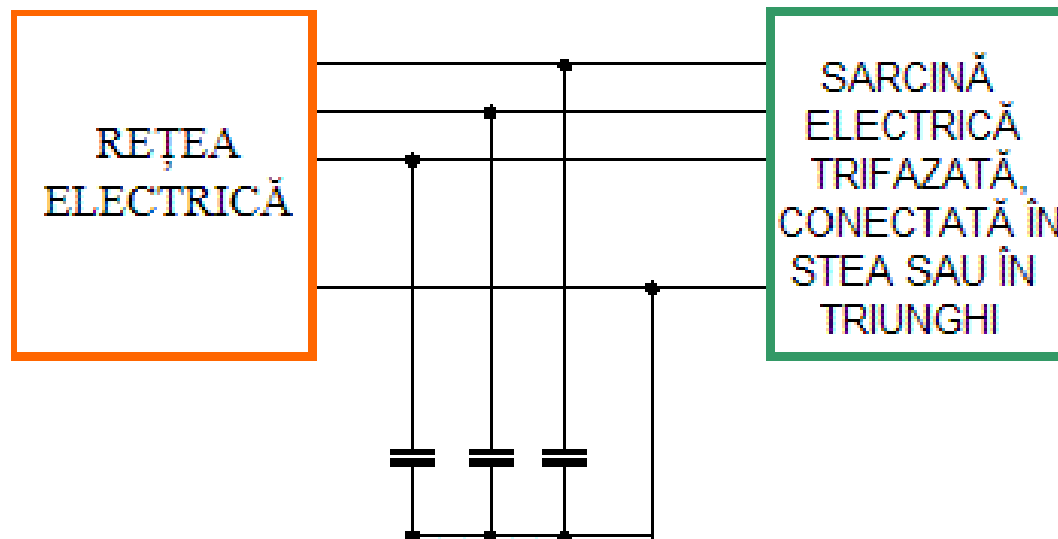
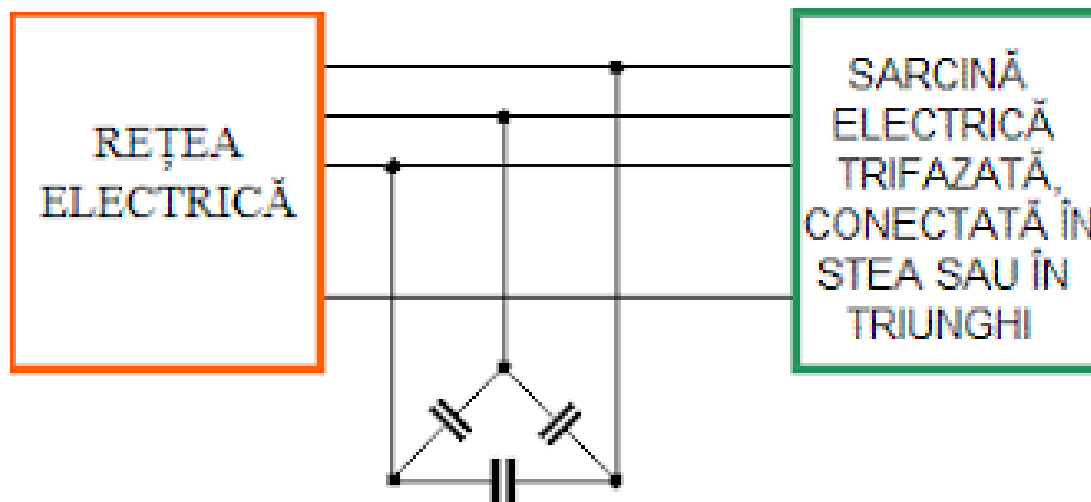
Sistem fotovoltaic off-grid

Baterii de condensatoare

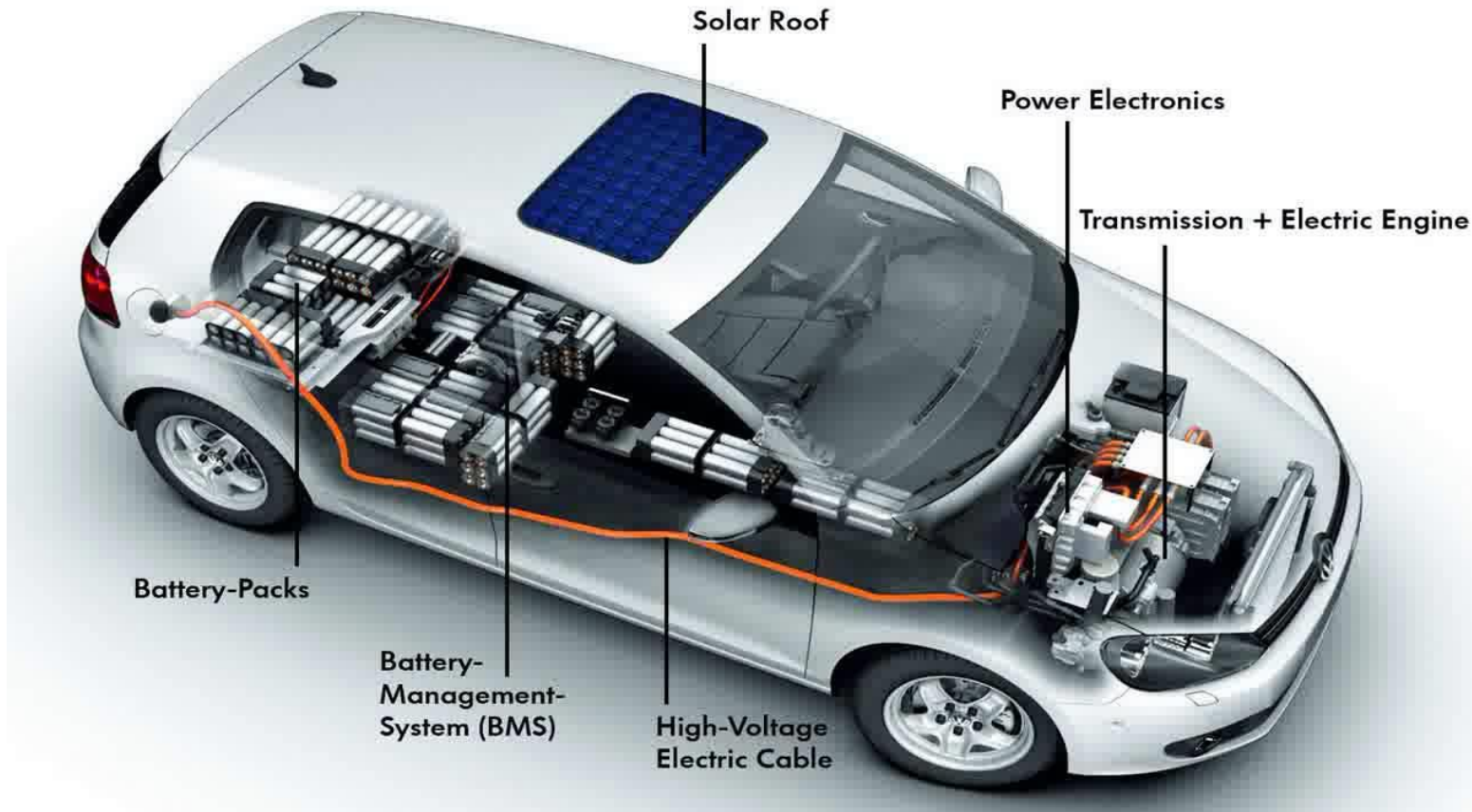




Baterii de condensatoare



Autonomous drive car





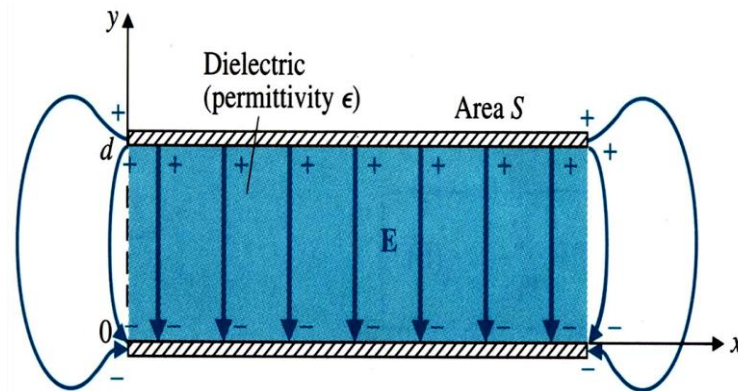
4.1. Metoda de calcul a capacității

Algoritm pentru calculul capacităților:

- Se alege un sistem de coordonate corespunzător pentru geometria dată
- Se identifică cei doi conductori încărcăți cu sarcină ($+Q$, $-Q$)
- Se calculează intensitatea câmpului electric din legea lui Gauss sau alte relații
- Se calculează tensiunea electrică dintre cei doi conductori
- Se aplică definiția capacității

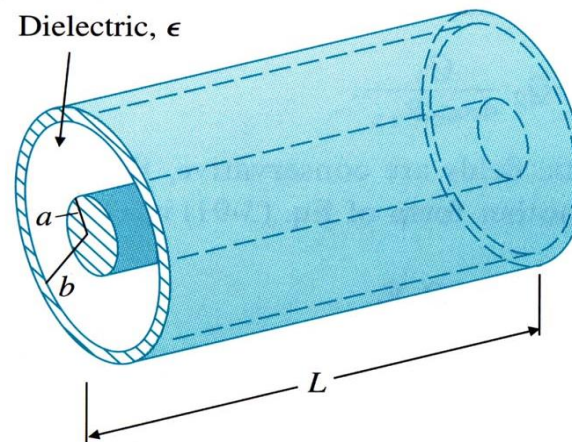
Capacitatea condensatorului plan paralel

$$C = \frac{Q}{U_{12}} = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$



Capacitatea condensatorului cilindric

$$C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$





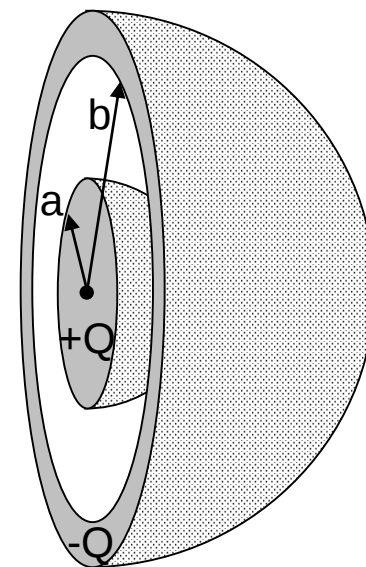
Capacitatea condensatorului sferic

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right]}$$

Dacă: $a \rightarrow R$ si $b \rightarrow \infty$

Obținem capacitatea unei sfere izolate

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot R$$

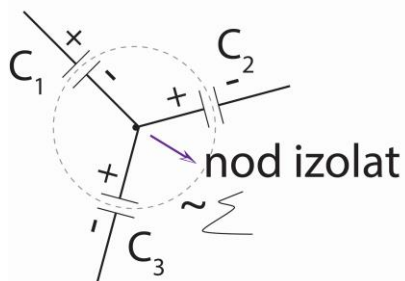


4.2. Conexiunea condensatoarelor

Rețele de condensatoare

4.2.1. Teoremele lui Kichhoff pentru rețele de condensatoare

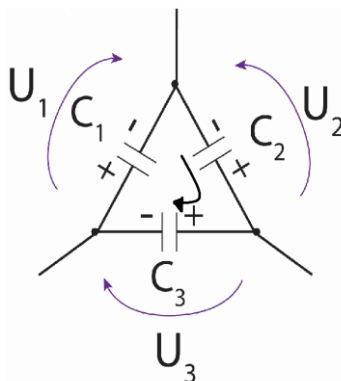
TKI pentru noduri: $q_{\Sigma} = \text{cst.} = q_{\text{inițială}}$, dacă circuitul ar fi nealimentat $q_{\Sigma} = 0$



$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0 (= \text{cst.})$$

Legea conservării sarcinii electrice

TKII pentru bucle: $U_{\Gamma} = 0$



$$U_1 - U_2 + U_3 = 0$$

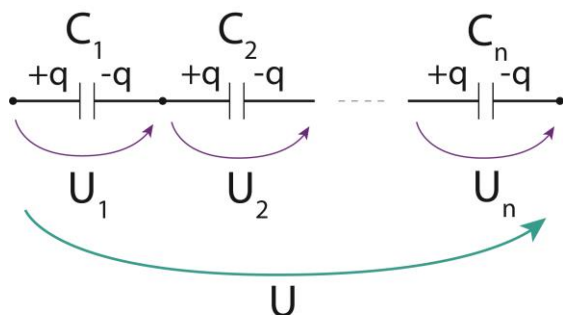
Teorema fundamentală a electrostaticii $\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$



4.2. Conexiunea condensatoarelor

Rețele de condensatoare

4.2.2. Conexiunea serie



$$\rightarrow C_e = ? , C_e = \frac{q}{U}$$

$$C_1 = \frac{q}{U_1} ; C_2 = \frac{q}{U_2} , \dots , C_n = \frac{q}{U_n}$$

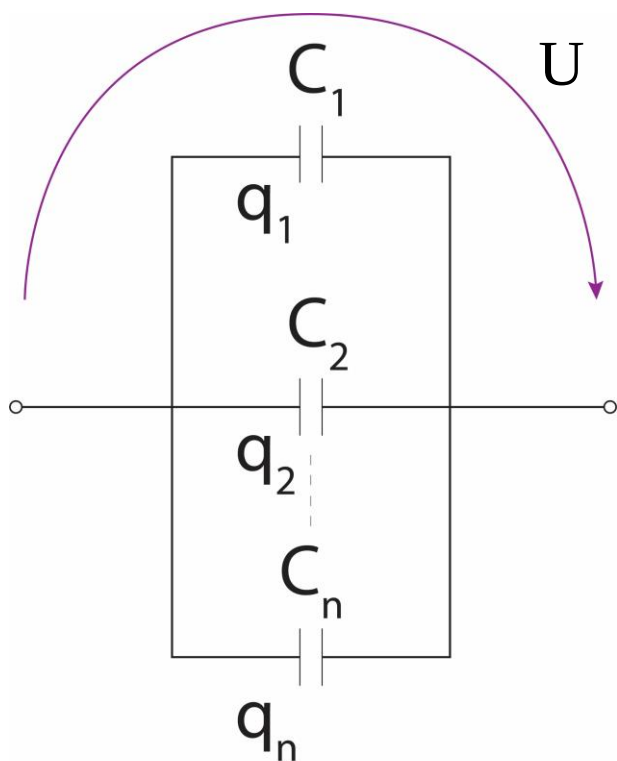
$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_e} \quad \frac{1}{C_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

4.2. Conexiunea condensatoarelor

Rețele de condensatoare

4.2.3. Conexiunea paralel



$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n =$$

$$C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U = U \cdot (C_1 + C_2 + \dots + C_n)$$

$$C_e = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

$$C_e = \sum_{k=1}^n C_k$$



5. Energia câmpului electrostatic

- Pentru a crea un câmp electric într-un domeniu în care acesta era inițial nul, este necesar să deplasăm sarcini electrice de la infinit până la corpurile care vor reține sarcina. **Energia electrică a acestui câmp este egală cu lucrul mecanic total** necesar pentru a transporta aceste sarcini.
- Pentru a defini energia, se consideră valide ipotezele:
 - mediul este izotrop, liniar și fără polarizație permanentă.
 - stocarea sarcinilor pe conductoare se realizează foarte încet, pentru a se putea considera câmpul ca fiind electrostatic și pentru a nu se produce transformarea ireversibilă a lucrului mecanic efectuat în căldură.
 - se consideră că sistemul de conductoare este imobil, astfel încât să nu se piardă lucru mecanic pentru a deforma sau deplasa conductoarele.



5. Energia câmpului electrostatic

Se consideră n sfere conductoare și următoarele ipoteze suplimentare:

Toate conductoarele sunt în starea inițială neîncărcate:

$$Q_i = 0$$

$$V_i = 0$$

$$\forall \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Starea finală a conductoarelor va fi:

$$Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_n$$

$$V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_n$$

O stare intermediară se va instala proporțional, ceea ce se exprimă prin existența următoarelor relații:

$$Q'_i = \lambda \cdot Q_i$$

$$V'_i = \lambda \cdot V_i$$

$$\forall \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\lambda \in [0, 1]$$



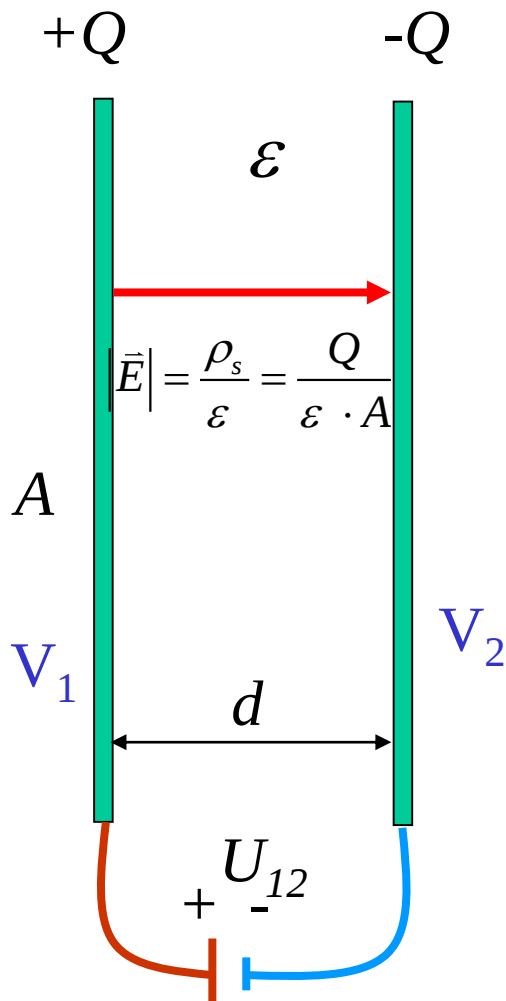
8. Energia câmpului electrostatic

$$W_e = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n V_i \cdot Q_i$$

Energia stocată în câmpul electric al unor conductoare, având sarcinile electrice și potențialele cunoscute.



5. Energia câmpului electrostatic



Se consideră un condensator cu diferența de potențial U_{12} și sarcina $+Q$, $-Q$ pe armături. Aria armăturilor (A) și distanța dintre ele (d).



5. Energia câmpului electrostatic

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E \cdot E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot E$$

Această relație este opusă primei relații pentru energia electrostatică (ce exprimă energia în funcție de potențiale și sarcini și **nu** specifică unde este localizată energia - în conductoare sau în dielectrics). *w_e este densitatea de energie electrostatică.*

În general:

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \vec{D} \cdot \vec{E}$$

Energia electrică totală este:

$$W_e = \iiint_V w_e \cdot dv = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{D} \cdot \vec{E} \cdot dv \quad !!!!!$$

Concluzie:

Energia electrică este localizată în dielectrics (acolo unde există câmp electric) și nu în conductoare (unde câmpul electric este nul).



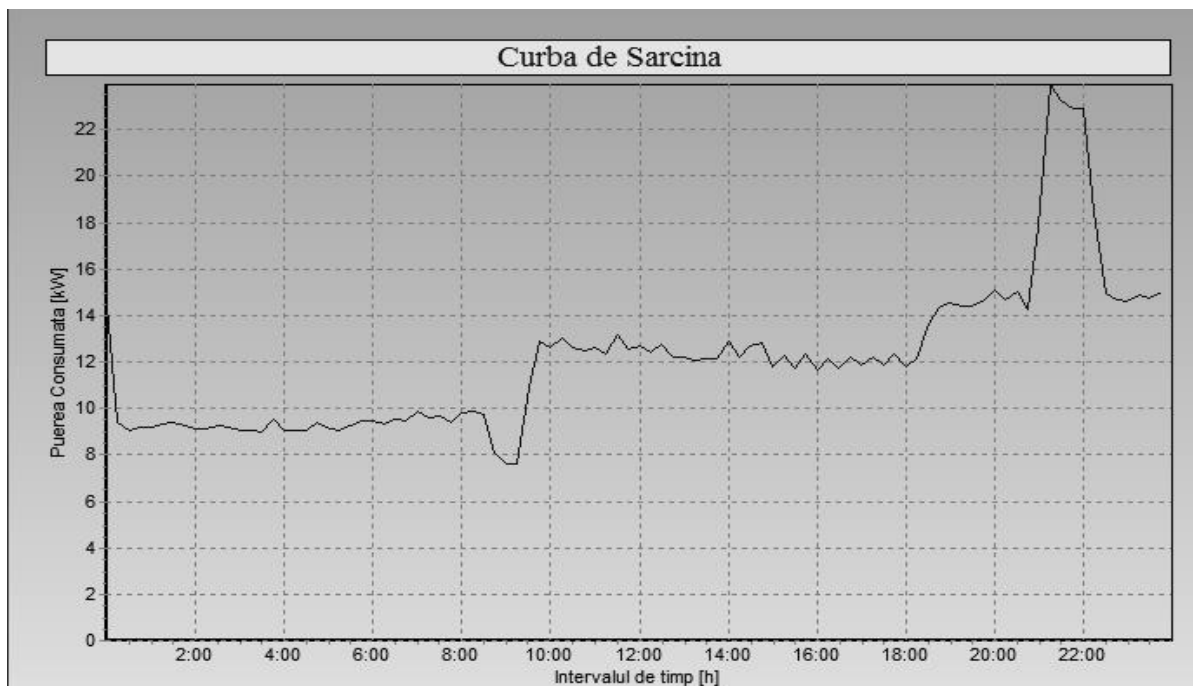
Energia activă



Stabilirea cantităților de energie consumate, pe baza înregistrărilor de putere – curba de sarcină zilnică (prelucrarea curbelor de sarcină prin integrare numerică)

Se consideră un receptor de energie electrică pentru care se cunoaște curba de sarcină zilnică referitoare la puterea activă consumată.

Se cere să se determine energia activă zilnică consumată de receptor, pe baza prelucrării curbei de sarcină prin integrare numerică



$$W_{zi} = \int_0^{24} P(t) \cdot dt$$

t [h]	P [MW]
0	1,42
2	1,06
4	2,17
6	2,83
8	2,75
10	2,67
12	2,59
14	2,55
16	2,57
18	2,84
20	3,43
22	3,02
24	1,53

ENGINEERING FACT

**LONG TIME AGO, PEOPLE WHO
SACRIFICED THEIR SLEEP, FAMILY,
FOOD, LAUGHTER AND OTHER JOYS
OF LIFE WERE CALLED**

SAINTS

NOW, THEY ARE CALLED

ENGINEERS