

Tehnologii avansate de proiectare a circuitelor electrice și electronice

S.I. dr. ing. Mihaela CREȚU
Mihaela.Cretu@ethm.utcluj.ro

CURS 3

SURSE COMANDATE

Modele matematice pentru
circuite nereziproce în regim
permanent periodic sinusoidal

Cuprinsul cursului 3

- **Circuite în regim sinusoidal**
 - ✓ **Modele matematice pentru circuite nereziproce în regim sinusoidal**
 - ✓ **Metoda teoremelor lui Kirchhoff**
 - ✓ **Metoda nodală modificată**
 - ✓ **Metoda hibridă**

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

Laturile circuitului, matricile de conexiune, vectorii curenților și tensiunilor laturilor se partiționează similar circuitelor în regim staționar:

I_p – laturi pasive,

I_E – laturi cu surse independente de tensiune (inclusiv porțile de comandă în curent),

I_J – laturi cu surse independente de curent (inclusiv porțile de comandă în tensiune),

I_{Ec} – laturi cu surse de tensiune comandate,

I_{Jc} – laturi cu surse de curent comandate.

$$A = \begin{bmatrix} A_p & A_E & A_J & A_{Ec} & A_{Jc} \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} B_p & B_E & B_J & B_{Ec} & B_{Jc} \end{bmatrix}$$

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} \underline{I}_p^t & \underline{I}_E^t & \underline{I}_J^t & \underline{I}_{Ec}^t & \underline{I}_{Jc}^t \end{bmatrix}^t ; \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_p^t & \underline{U}_E^t & \underline{U}_J^t & \underline{U}_{Ec}^t & \underline{U}_{Jc}^t \end{bmatrix}^t$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Se construiesc ecuațiile caracteristice ale surselor de tensiune și de curent comandate:

$$\underline{U}_{Ec} = -\underline{E}_c = -\begin{bmatrix} \underline{A}_c & \underline{R}_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_J \\ \underline{I}_E \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_{Jc} = \underline{J}_c = \begin{bmatrix} \underline{G}_c & \underline{B}_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_J \\ \underline{I}_E \end{bmatrix}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Modelul matematic general al circuitelor nereciproce este (în total 2/ ecuații):

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\underline{A}_p \quad \underline{A}_E \quad \underline{A}_J \quad \underline{A}_{Ec} \quad \underline{A}_{Jc} \right] \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_E \\ \underline{I}_J \\ \underline{I}_{Ec} \\ \underline{I}_{Jc} \end{bmatrix} = 0_{(n-1),1} \\ \left[\underline{B}_p \quad \underline{B}_E \quad \underline{B}_J \quad \underline{B}_{Ec} \quad \underline{B}_{Jc} \right] \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{U}_E \\ \underline{U}_J \\ \underline{U}_{Ec} \\ \underline{U}_{Jc} \end{bmatrix} = 0_{b,1} \\ \underline{Z} \cdot \underline{I}_p - \underline{U}_p = 0_{l_p,1} \text{ sau } \underline{I}_p - \underline{Y} \cdot \underline{U}_p = 0_{l_p,1} \\ \underline{U}_E = -\underline{E}_{l_E,1} \text{ si } \underline{I}_J = \underline{J}_{l_J,1} \\ \underline{U}_{Ec} = -\underline{E}_c = -\left[\underline{A}_c \quad \underline{R}_c \right] \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_J \\ \underline{I}_E \end{bmatrix} \\ \underline{I}_{Jc} = \underline{J}_c = \left[\underline{G}_c \quad \underline{B}_c \right] \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_J \\ \underline{I}_E \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

3.3.1 Metoda teoremelor lui Kirchhoff

Eliminând variabilele $\underline{U}_E$, $\underline{I}_J$, $\underline{U}_p$, $\underline{U}_{Ec}$, $\underline{I}_{Jc}$ din modelul matematic general rezultă modelul matematic echivalent (în total / ecuații):

$$\begin{cases} A_p \cdot \underline{I}_p + A_E \cdot \underline{I}_E + A_J \cdot \underline{J} + A_{Ec} \cdot \underline{I}_{Ec} + A_{Jc} \cdot (G_c \cdot \underline{U}_J + B_c \cdot \underline{I}_E) = 0 \\ B_p \cdot \underline{Z} \cdot \underline{I}_p - B_E \cdot \underline{E} + B_J \cdot \underline{U}_J + B_{Ec} \cdot (-A_c \cdot \underline{U}_J - R_c \cdot \underline{I}_E) + B_{Jc} \cdot \underline{U}_{Jc} = 0 \end{cases}$$

Rearanjând termenii rezultă:

$$\Rightarrow \begin{cases} A_p \cdot \underline{I}_p + (A_E + A_{Jc} \cdot B_c) \cdot \underline{I}_E + A_{Ec} \cdot \underline{I}_{Ec} + A_{Jc} \cdot G_c \cdot \underline{U}_J = -A_J \cdot \underline{J} \\ B_p \cdot \underline{Z} \cdot \underline{I}_p + (B_J - B_{Ec} \cdot A_c) \cdot \underline{U}_J - B_{Ec} \cdot R_c \cdot \underline{I}_E + B_{Jc} \cdot \underline{U}_{Jc} = B_E \cdot \underline{E} \end{cases}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Acesta se poate scrie sub formă matricială (compactă) astfel:

$$\begin{bmatrix} A_p & A_E + A_{Jc} \cdot B_c & A_{Jc} \cdot G_c & A_{Ec} & 0_{(n-1), I_{Jc}} \\ B_p \cdot \underline{Z} & -B_{Ec} \cdot R_c & B_J - B_{Ec} \cdot A_c & 0_{b, I_{Ec}} & B_{Jc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_E \\ \underline{U}_J \\ \underline{I}_{Ec} \\ \underline{U}_{Jc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_J \cdot \underline{J} \\ B_E \cdot \underline{E} \end{bmatrix}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

3.3.2 Metoda nodală modificată

Principiul metodei este același cu cel expus pentru circuitele reciproce (tensiunile laturilor se exprimă în funcție de potențialele nodurilor):

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{U}_E \\ \underline{U}_J \\ \underline{U}_{Ec} \\ \underline{U}_{Jc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_p^t \\ \underline{A}_E^t \\ \underline{A}_J^t \\ \underline{A}_{Ec}^t \\ \underline{A}_{Jc}^t \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{A}_p^t \cdot \underline{V} \\ \underline{A}_E^t \cdot \underline{V} \\ \underline{A}_J^t \cdot \underline{V} \\ \underline{A}_{Ec}^t \cdot \underline{V} \\ \underline{A}_{Jc}^t \cdot \underline{V} \end{bmatrix}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

Prima teoremă a lui Kirchhoff se scrie desfășurat astfel:

$$\mathbf{A}_p \cdot \underline{\mathbf{I}}_p + \mathbf{A}_E \cdot \underline{\mathbf{I}}_E + \mathbf{A}_J \cdot \underline{\mathbf{I}}_J + \mathbf{A}_{Ec} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{Ec} + \mathbf{A}_{Jc} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{Jc} = \mathbf{0}_{(n-1),1}$$

Exprimând curenții laturilor pasive, ai laturilor cu surse de curent și ai laturilor cu surse de curent comandate cu relațiile cunoscute, ecuația se rescrie astfel:

$$\left(\mathbf{A}_p \cdot \underline{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{A}_p^t + \mathbf{A}_{Jc} \cdot \underline{\mathbf{G}}_c \cdot \mathbf{A}_J^t \right) \cdot \underline{\mathbf{V}} + \left(\mathbf{A}_E + \mathbf{A}_{Jc} \cdot \underline{\mathbf{B}}_c \right) \cdot \underline{\mathbf{I}}_E + \mathbf{A}_{Ec} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{Ec} = -\mathbf{A}_J \cdot \underline{\mathbf{J}}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

La această ecuație se adaugă ecuațiile caracteristice ale laturilor de rezistență nulă (laturi ce conțin surse de tensiune), în care tensiunile se exprimă prin potențiale:

$$\underline{A}_E^t \cdot \underline{V} = -\underline{E}$$

$$\left(\underline{A}_{Ec}^t + \underline{A}_c \cdot \underline{A}_J^t \right) \cdot \underline{V} + \underline{R}_c \cdot \underline{I}_E = 0_{l_{Ec},1}$$

Rezultă sistemul corespunzător metodei, în formă compactă:

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_p \cdot \underline{Y} \cdot \underline{A}_p^t + \underline{A}_{Jc} \cdot \underline{G}_c \cdot \underline{A}_J^t & \underline{A}_E + \underline{A}_{Jc} \cdot \underline{B}_c & \underline{A}_{Ec} \\ \underline{A}_E^t & 0_{l_E, l_E} & 0_{l_{Ec}, l_{Ec}} \\ \underline{A}_{Ec}^t + \underline{A}_c \cdot \underline{A}_J^t & \underline{R}_c & 0_{l_{Ec}, l_{Ec}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{I}_E \\ \underline{I}_{Ec} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{A}_J \cdot \underline{J} \\ -\underline{E} \\ 0_{l_{Ec}, 1} \end{bmatrix}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

3.3.3 Metoda hibridă

- Este un model de dimensiuni mai reduse, având ca variabile: curenții coardelor pasive, tensiunile ramurilor pasive, curenții laturilor cu surse independente de tensiune și tensiunile laturilor independente de curent;
- Se construiește arborele normal și se partiționează laturile circuitului în:
 - laturi pasive ale arborelui I_{pa} (sunt ramuri);
 - laturi pasive ale co-arborelui I_{pc} (sunt coarde);
 - laturi cu surse independente de tensiune I_E (sunt ramuri);
 - laturi cu surse independente de curent I_J (sunt coarde);
 - laturi cu porți comandate ale surselor de tensiune comandate I_{Ec} (sunt ramuri);
 - laturi cu porți comandate ale surselor de curent comandate I_{Jc} (sunt coarde);
- Alegerea arborelui normal trebuie să evite cuplajele magnetice între ramuri și coarde, altfel metoda nu este aplicabilă.

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Se partiționează matricea incidențelor esențiale și vectorii curenților și tensiunilor laturilor după aceeași logică:

$$D = \begin{array}{c|ccc} \mathbf{a} \setminus \mathbf{c} & \mathbf{l}_{pc} & \mathbf{l}_{Jc} & \mathbf{l}_J \\ \hline \mathbf{l}_{pa} & \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pJc} & \mathbf{D}_{pJ} \\ \mathbf{l}_{Ec} & \mathbf{D}_{Ecp} & \mathbf{D}_{EcJc} & \mathbf{D}_{EcJ} \\ \mathbf{l}_E & \mathbf{D}_{Ep} & \mathbf{D}_{EJc} & \mathbf{D}_{EJ} \end{array}$$

$$\underline{I} = \left[\underbrace{\begin{array}{c|c|c} \underline{I}_{pa}^t & \underline{I}_{Ec}^t & \underline{I}_E^t \end{array}}_{\text{ramuri}} \mid \underbrace{\begin{array}{c|c|c} \underline{I}_{pc}^t & \underline{I}_{Jc}^t & \underline{I}_J^t \end{array}}_{\text{coarde}} \right]^t$$

$$\underline{U} = \left[\underbrace{\begin{array}{c|c|c} \underline{U}_{pa}^t & \underline{U}_{Ec}^t & \underline{U}_E^t \end{array}}_{\text{ramuri}} \mid \underbrace{\begin{array}{c|c|c} \underline{U}_{pc}^t & \underline{U}_{Jc}^t & \underline{U}_J^t \end{array}}_{\text{coarde}} \right]^t$$

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Se exprimă curenții ramurilor în funcție de curenții coardelor și tensiunile coardelor în funcție de tensiunile ramurilor, matricial:

$$\underline{I}_r = -D \cdot \underline{I}_c : \begin{bmatrix} \underline{I}_{pa} \\ \underline{I}_{Ec} \\ \underline{I}_E \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{pp} & D_{pJc} & D_{pJ} \\ D_{Ecp} & D_{EcJc} & D_{EcJ} \\ D_{Ep} & D_{EJc} & D_{EJ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{pc} \\ \underline{I}_{Jc} \\ \underline{I}_J \end{bmatrix} \quad (1)$$

și

$$\underline{U}_c = D^t \cdot \underline{U}_r : \begin{bmatrix} \underline{U}_{pc} \\ \underline{U}_{Jc} \\ \underline{U}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{pp}^t & D_{Ecp}^t & D_{Ep}^t \\ D_{pJc}^t & D_{EcJc}^t & D_{EJc}^t \\ D_{pJ}^t & D_{EcJ}^t & D_{EJ}^t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{Ec} \\ \underline{U}_E \end{bmatrix} \quad (2)$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

Se țin cont de ecuațiile:

$$\underline{I}_{pa} = \underline{Y}_a \cdot \underline{U}_{pa} \quad \text{și:} \quad \underline{U}_{pc} = \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_{pc}$$

Și de ecuațiile surselor comandate și ale surselor independente:

$$\underline{I}_J = \underline{J}$$

$$\underline{U}_E = -\underline{E}$$

$$\underline{I}_{Jc} = \underline{G}_c \cdot \underline{U}_J + \underline{B}_c \cdot \underline{I}_E$$

$$\underline{U}_{Ec} = -\underline{A}_c \cdot \underline{U}_J - \underline{R}_c \cdot \underline{I}_E$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

Prima și ultima ecuație, atât din sistemul (1) cât și din sistemul (2), se scriu desfășurate (după ordonarea convenabilă a termenilor):

$$\begin{cases} \underline{Y}_a \cdot \underline{U}_{pa} + \underline{D}_{pp} \cdot \underline{I}_{pc} + \underline{D}_{pJc} \cdot \underline{G}_c \cdot \underline{U}_J + \underline{D}_{pJc} \cdot \underline{B}_c \cdot \underline{I}_E = -\underline{D}_{pJ} \cdot \underline{J} \\ \dots \\ (1 + \underline{D}_{EJc} \cdot \underline{B}_c) \cdot \underline{I}_E + \underline{D}_{EJc} \cdot \underline{G}_c \cdot \underline{U}_J + \underline{D}_{Ep} \cdot \underline{I}_{pc} = -\underline{D}_{EJ} \cdot \underline{J} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_{pc} - \underline{D}_{pp}^t \cdot \underline{U}_{pa} + \underline{D}_{Ecp}^t \cdot \underline{A}_c \cdot \underline{U}_J + \underline{D}_{Ecp}^t \cdot \underline{R}_c \cdot \underline{I}_E = -\underline{D}_{Ep}^t \cdot \underline{E} \\ \dots \\ (1 + \underline{D}_{EcJ}^t \cdot \underline{A}_c) \cdot \underline{U}_J + \underline{D}_{EcJ}^t \cdot \underline{R}_c \cdot \underline{I}_E - \underline{D}_{pJ}^t \cdot \underline{U}_{pa} = -\underline{D}_{EJ}^t \cdot \underline{E} \end{cases}$$

3.3. Modele matematice pentru circuite neregiproce în regim sinusoidal

Modelul matematic compact rezultă după asamblarea ecuațiilor matriciale corespunzătoare :

$$\begin{bmatrix} D_{pp} & \underline{Y}_a & D_{pJc} \cdot B_c & D_{pJc} \cdot G_c \\ \underline{Z}_c & -D_{pp}^t & D_{Ecp}^t \cdot R_c & D_{Ecp}^t \cdot A_c \\ D_{Ep} & 0 & (1 + D_{EJc} \cdot B_c) & D_{EJc} \cdot G_c \\ 0 & -D_{pJ}^t & D_{EcJ}^t \cdot R_c & (1 + D_{EcJ}^t \cdot A_c) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{pc} \\ \underline{U}_{pa} \\ \underline{I}_E \\ \underline{U}_J \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{pJ} & 0 \\ 0 & D_{Ep}^t \\ D_{EJ} & 0 \\ 0 & D_{EJ}^t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{J} \\ \underline{E} \end{bmatrix}$$

Mărimile complementare ale surselor comandate se calculează cu ecuațiile neutilizate din sistemele (1) și (2).

3.3. Modele matematice pentru circuite nereciproce în regim sinusoidal

Metoda poate fi adaptată pentru circuite reciproce, caz în care variabilele aferente surselor comandate nu mai sunt necesare și modelul matematic devine:

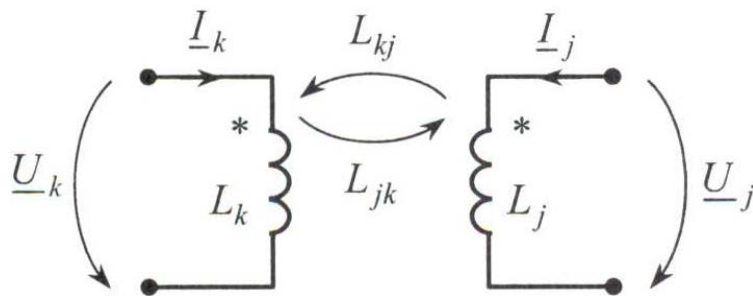
$$\begin{bmatrix} \underline{D}_{pp} & \underline{Y}_a \\ \underline{Z}_c & -\underline{D}_{pp}^t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{pc} \\ \underline{U}_{pa} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{D}_{pJ} & 0 \\ 0 & \underline{D}_{Ep}^t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{J} \\ \underline{E} \end{bmatrix}$$

3.4. Modelarea cu surse comansate

3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

Pentru circuitele ce conțin bobine cuplate magnetic, acestea se modelează în prealabil prin scheme echivalente cu surse comandate.

3.4.1.1. Cuplaje magnetice simple



$$\underline{U}_k = j\omega L_k \cdot \underline{I}_k \pm j\omega L_{kj} \cdot \underline{I}_j$$

$$= \underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k \pm \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j$$

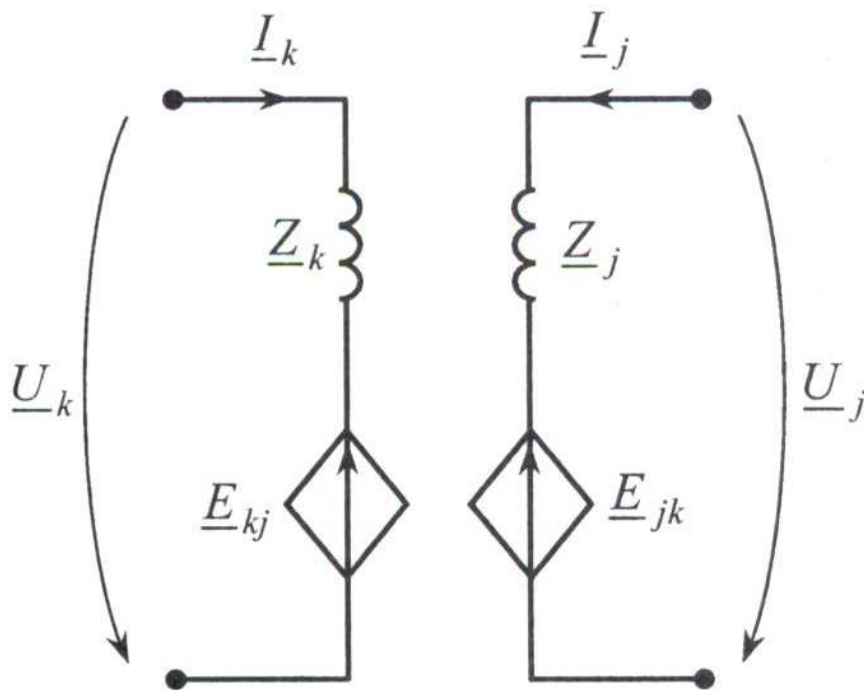
$$\underline{U}_j = j\omega L_j \cdot \underline{I}_j \pm j\omega L_{jk} \cdot \underline{I}_k$$

$$= \underline{Z}_j \cdot \underline{I}_j \pm \underline{Z}_{jk} \cdot \underline{I}_k$$

Semnul + corespunde cuplajului magnetic simplu, pozitiv
Semnul - corespunde cuplajului magnetic simplu, negativ

3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

Schema echivalentă cu surse de tensiune comandate în curent:



$$\underline{E}_{kj} = j\omega L_{kj} \cdot \underline{I}_j = \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j$$

$$\underline{E}_{jk} = j\omega L_{jk} \cdot \underline{I}_k = \underline{Z}_{jk} \cdot \underline{I}_k$$

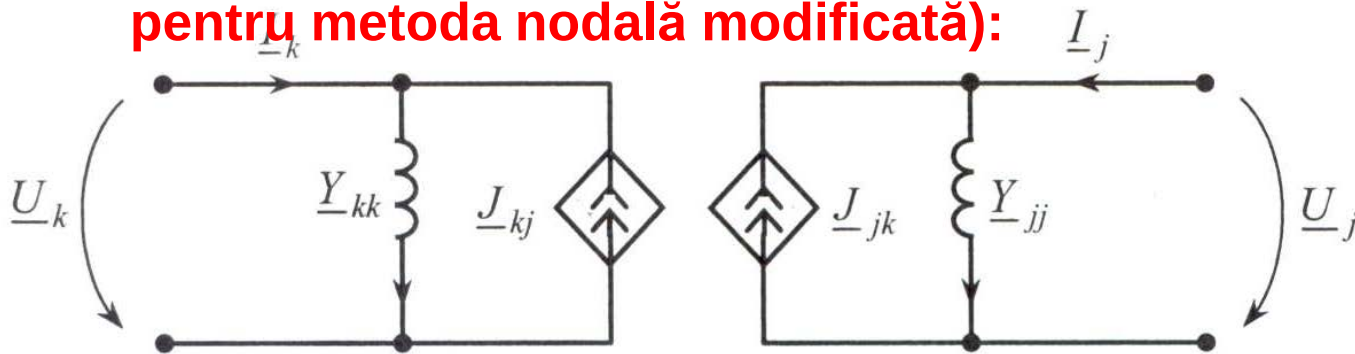
3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

Rezolvând sistemul de ecuații în raport cu curenții rezultă:

$$\underline{I}_k = \frac{\underline{Z}_j}{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_j - \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{Z}_{jk}} \cdot \underline{U}_k \mp \frac{\underline{Z}_{kj}}{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_j - \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{Z}_{jk}} \cdot \underline{U}_j = \underline{Y}_{kk} \cdot \underline{U}_k \mp \underline{Y}_{kj} \cdot \underline{U}_j$$

$$\underline{I}_j = \mp \frac{\underline{Z}_{jk}}{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_j - \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{Z}_{jk}} \cdot \underline{U}_k + \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_j - \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{Z}_{jk}} \cdot \underline{U}_j = \mp \underline{Y}_{jk} \cdot \underline{U}_k + \underline{Y}_{jj} \cdot \underline{U}_j$$

relații ce corespund schemei echivalente paralel, cu surse de curent comandate în tensiune (care are avantajul de a nu introduce noduri suplimentare și nici laturi de impedanță nulă, fiind astfel potrivită pentru metoda nodală modificată):



$$\underline{J}_{kj} = \underline{Y}_{kj} \cdot \underline{U}_j$$
$$\underline{J}_{jk} = \underline{Y}_{jk} \cdot \underline{U}_k$$

3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

3.4.1.2 Cuplaje magnetice multiple

Se consideră cazul general, când toate bobinele din circuit sunt cuplate magnetic cu toate celelalte bobine din circuit.

Tensiunea la bornele bobinei din latura k , cuplată magnetic cu bobinele plasate în laturile j se scrie (considerând toate cuplajele pozitive):

$$\underline{U}_k = \sum_{j=1}^{l_L} j\omega L_{kj} \cdot \underline{I}_j = \sum_{j=1}^{l_L} \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j, \quad k = 1, \dots, l_L$$

unde l_L reprezintă numărul de laturi cu bobine din circuit.

3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

În forma compactă (matricială), relația precedentă se scrie:

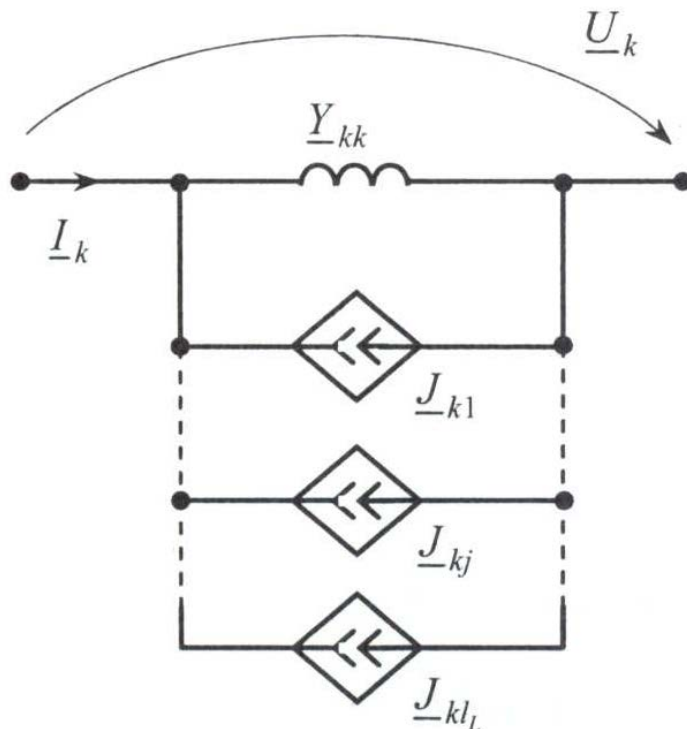
$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_L, \quad \text{cu} \quad \underline{Z}_L = j\omega \cdot \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1k} & \dots & L_{1l_L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{k1} & \dots & L_{kk} & \dots & L_{kl_L} \\ L_{l_L 1} & \dots & L_{l_L k} & \dots & L_{l_L l_L} \end{bmatrix} \quad \text{și} \quad \underline{I}_L = \begin{bmatrix} I_1 \\ \dots \\ I_k \\ \dots \\ I_{l_L} \end{bmatrix}$$

Rezolvând sistemul de ecuații $\underline{U}_L = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_L$ în raport cu curenții, rezultă $\underline{I}_L = \underline{Y}_L \cdot \underline{U}_L$, unde $\underline{Y}_L$ reprezintă matricea admitanțelor echivalente. Elementul k al vectorului $\underline{I}_L$ are forma:

$$\underline{I}_k = \underline{Y}_{kk} \cdot \underline{U}_k - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{l_L} \underline{J}_{kj}, \quad \text{unde} \quad \underline{J}_{kj} = \underline{Y}_{kj} \cdot \underline{U}_j$$

3.4.1. Strategii de modelare a cuplajelor magnetice

Schema echivalentă paralel a bobinei din latura k (cu cuplaj magnetic pozitiv) este următoarea:

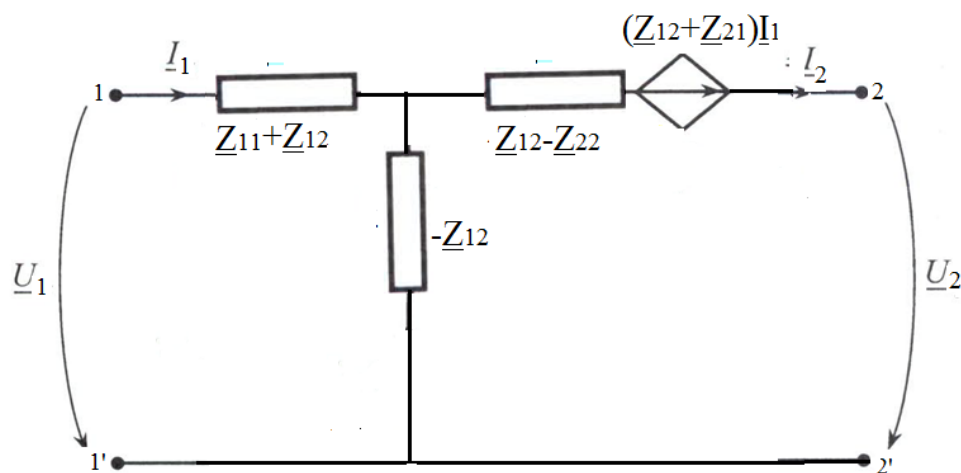


În cazul cuplajelor magnetice negative se inversează sensurile surselor comandate.

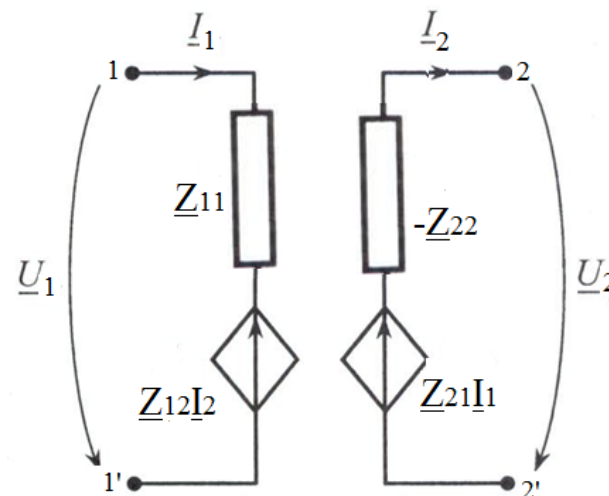
3.4.2. Cuadripoli-scheme echivalente cu surse comandate [2]

3.4.2.1 Circuite echivalente în funcție de parametrii impedanță

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = [\underline{Z}] \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$



Cu sarcina $\underline{Z}_s$ conectată la poarta de ieșire:

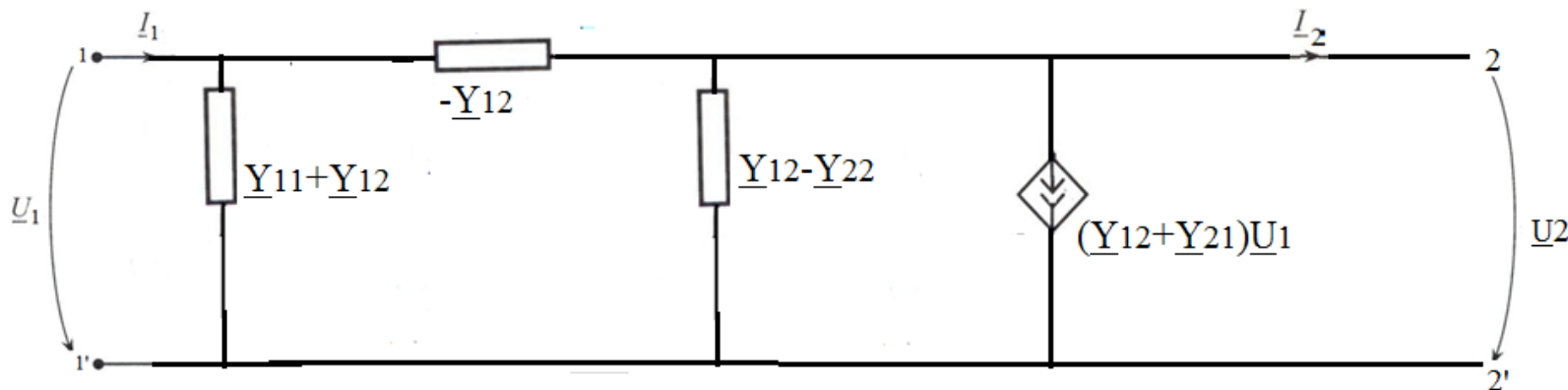
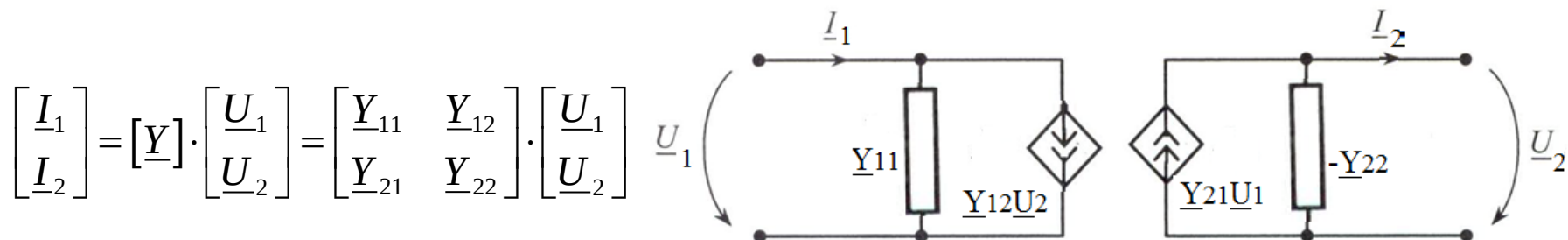


În gol: $\underline{I}_2 = 0$ $\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \right)_{\underline{I}_2=0} = \underline{Z}_{11}$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_{11} - \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_s}$$

3.4.2. Cuadripoli-scheme echivalente cu surse comandate

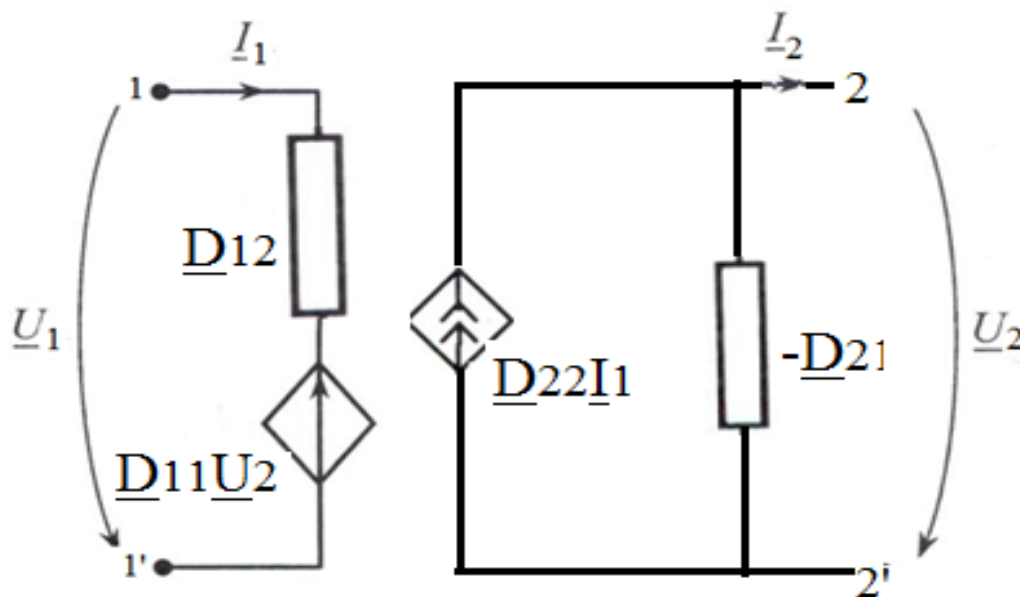
3.4.2.2 Circuite echivalente în funcție de parametrii admitanță



3.4.2. Cuadripoli-scheme echivalente cu surse comandate

3.4.2.3 Circuit echivalent în funcție de parametrii hibridi

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = [\underline{D}] \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{D}_{11} & \underline{D}_{12} \\ \underline{D}_{21} & \underline{D}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix}$$



3.4.3. Modelarea amplificatoarelor operaționale cu surse comandate [2]

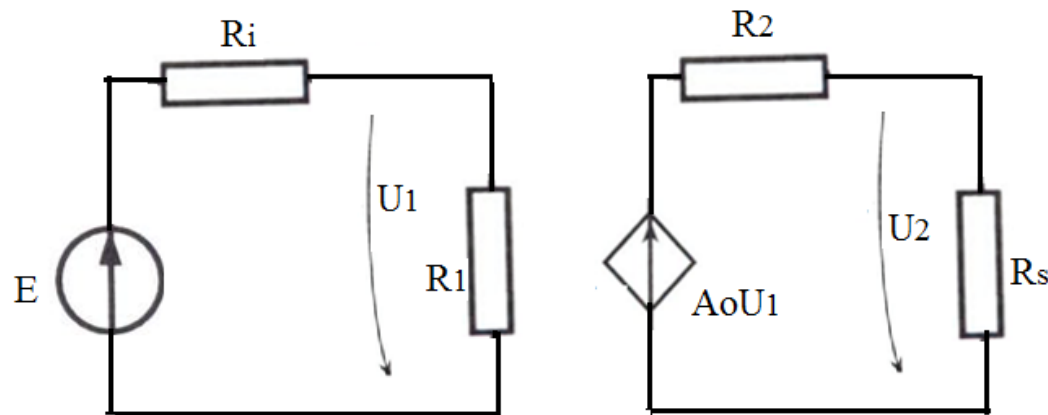
3.4.3.1 Amplificatorul de tensiune

- se modelează cu sursă de tensiune comandată în tensiune

$$U_2 = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot A_0 \cdot U_1; \quad U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_i} \cdot E \Rightarrow \frac{U_2}{E} = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i} \cdot A_0$$

Dacă $R_1 \rightarrow \infty, R_s \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{U_2}{E} = A_0 - \text{max.}$

În sarcină: $|U_2/E| \leq |A_0|$, dacă $R_1 \gg R_i$ și $R_2 \ll R_s$



3.4.3. Modelarea amplificatoarelor operaționale cu surse comandate [2]

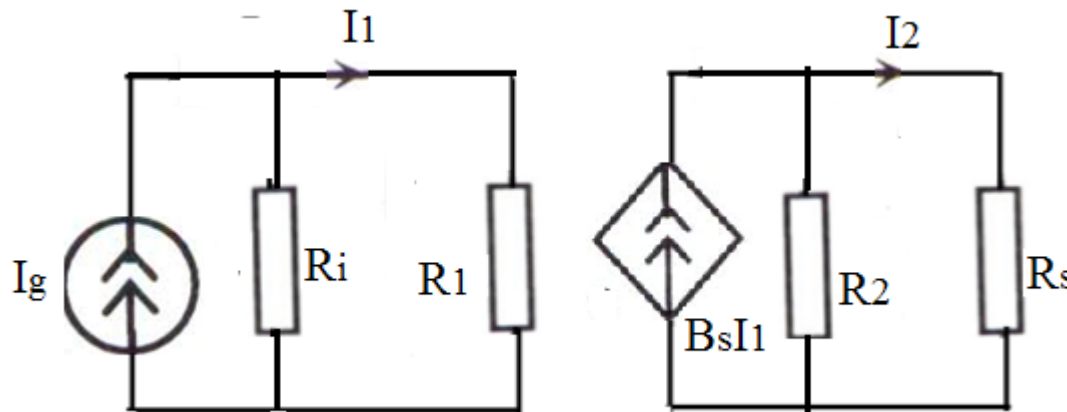
3.4.3.2 Amplificatorul de curent

- se modelează cu sursă de curent comandată în curent

$$I_2 = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot B_s \cdot I_1; \quad I_1 = \frac{R_i}{R_i + R_1} \cdot I_g \Rightarrow \frac{I_2}{I_g} = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_1} \cdot B_s$$

Dacă $R_1 = 0, R_s = 0 \Rightarrow \frac{I_2}{I_g} = B_s - \text{max.}$

În sarcină: $\left| I_2 / I_g \right| \leq |B_s|$, dacă $R_1 \ll R_i$ și $R_2 \gg R_s$



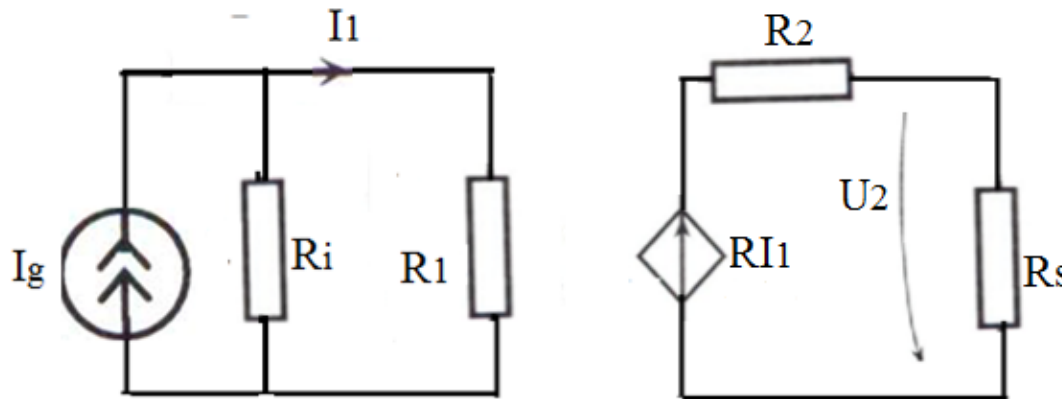
3.4.3. Modelarea amplificatoarelor operaționale cu surse comandate [2]

3.4.3.3 Amplificatorul transrezistență

- se modelează cu sursă de tensiune comandată în curent, se poate utiliza ca și convertor I-U

$$U_2 = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot R \cdot I_1; \quad I_1 = \frac{R_i}{R_i + R_1} \cdot I_g \Rightarrow \frac{U_2}{I_g} = \frac{R_s}{R_s + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_1} \cdot R$$

Amplificarea maximă R se obține la $R_1 \ll R_i$ și $R_2 \ll R_s$



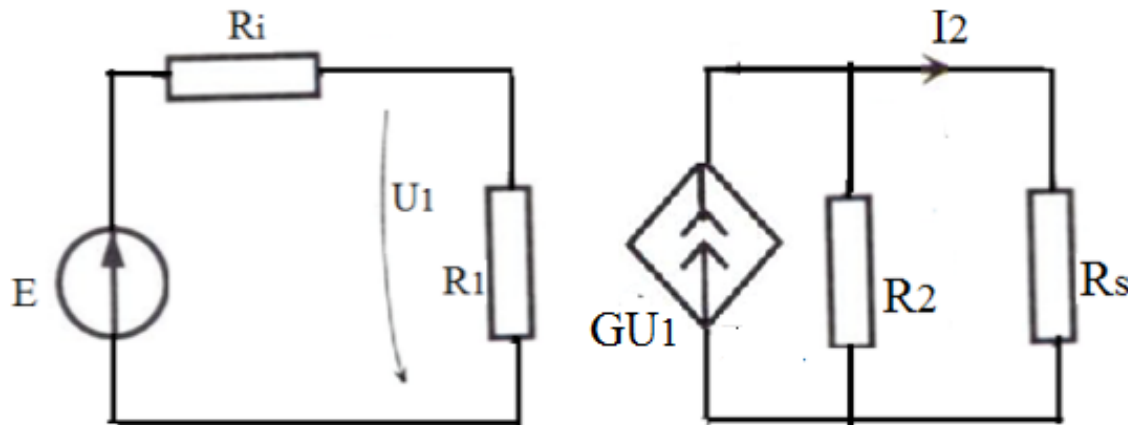
3.4.3. Modelarea amplificatoarelor operaționale cu surse comandate [2]

3.4.3.4 Amplificatorul transconductanță

- se modelează cu sursă de curent comandată în tensiune, se poate utiliza ca și convertor U-I

$$I_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_s} \cdot G \cdot U_1; \quad U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_i} \cdot E \Rightarrow \frac{I_2}{E} = \frac{R_2}{R_2 + R_s} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i} \cdot G$$

Amplificarea maximă G se obține la $R_1 \ll R_i$ și $R_2 \ll R_s$



BIBLIOGRAFIE

- [1] Iordache M., Mandache L., “Analiza asistată de calculator a circuitelor analogice neliniare”, Ed. Politehnica Press, București 2004, ISBN 973-8449-36-7.**
- [2] Mandache L., Topan D., “Simularea circuitelor electrice. Algoritmi și programe de calcul”. Ed. Universitaria, Craiova, 2009.**