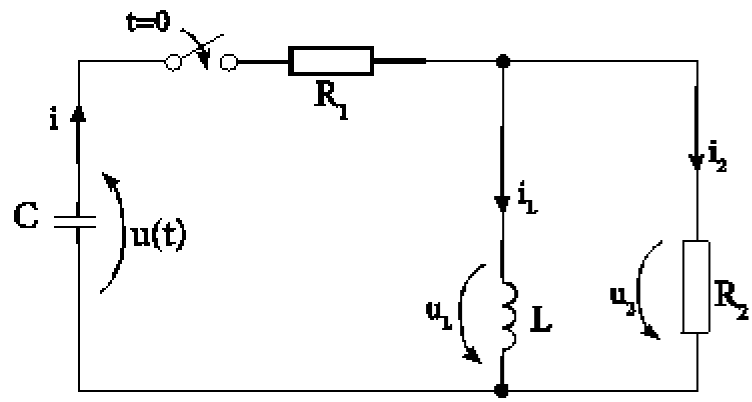
Circuite analogice liniare în regim tranzitoriu

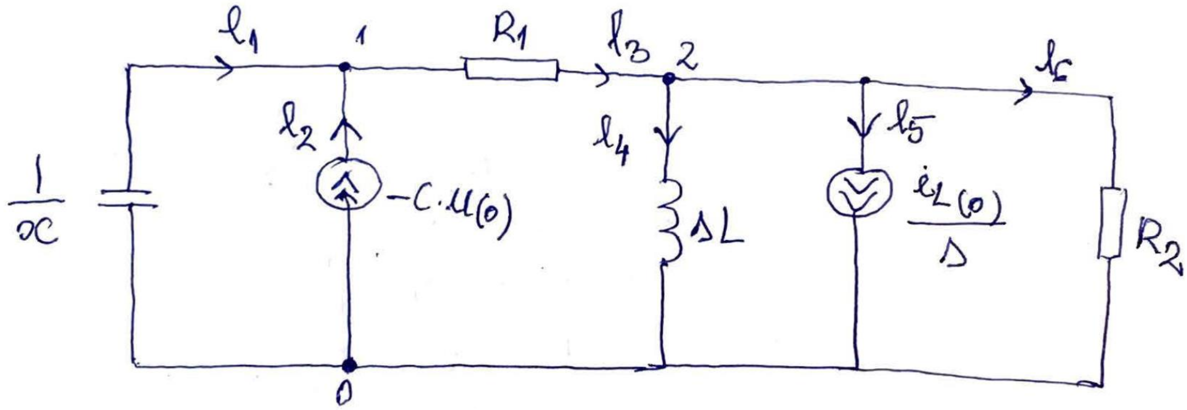
Exemplu de rezolvare

Să se determine curentul prin bobină şi tensiunea la bornele condensatorului după închiderea întrerupătorului K cunoscând: C=10[μF]; R_1=1[Ω]; u(0)=100[V]; i_L(0)=10[A]; L=100[mH]; R_2=100[kΩ].



În acest caz, problema specific valorile inițiale ale curentului prin bobină, i_L(0) =10[A] și a tensiunii pe condensator, u(0)=100[V]. Dacă nu se dau aceste valori inițiale, ele se calculează rezolvând circuitul înainte de comutație la t<0.

Schema operațională echivalentă (după comutație la t>0):



În cazul schemei operaționale echivalente, se preferă modelarea condițiilor inițiale prin surse de current, acestea se leagă în parale în circuit și nu introduce noduri suplimentare (spre deosebire de sursele de tensiune, care se leagă în serie și intriduc atât noduri cât și laturi suplimentare în circuit).

- Se scrie matricea de descriere a grafului de conexiune (MDGC)

$$
MDGC = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 13 & 7 & 9 & 13 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

- Se ordonează matricea MDGC crescător, în funcție de termenii liniei 2, obținându-se matricea ordonată (MDGO)

$$
MDGO = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 4 & 2 & 5 \\ 5 & 7 & 7 & 9 & 13 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
$$

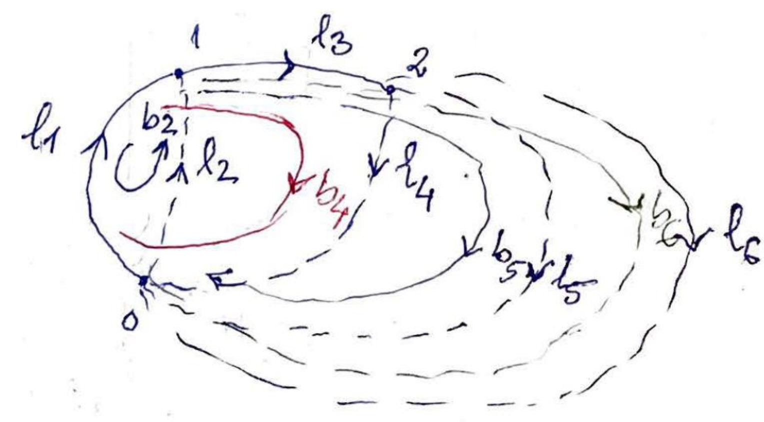
Se scrie matricea A, matricea de incidență laturi – noduri

$$
\begin{array}{rrrrrrr} & l_1 & l_3 & l_6 & l_4 & l_2 & l_5 \\ A = n_1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ n_2 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}
$$

Se poate observa direct din matricea A, care este arborele, respectiv co-arborele circuitului, astfel:

- arborele circuitului este format din: l_1, și l_3
- co-arborele circuitului este format din laturile l_2, l_4, l_5 și l_6.

În continuare se construiește graful circuitului:



Apoi se scrie matricea B – matricea de incidență laturi – bucle

$$
\begin{array}{c|cc|cccc}
 & l_1 & l_3 & l_2 & l_4 & l_5 & l_6 \\
b_2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
B = b_4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
b_5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
b_6 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

După definirea acestora, în continuare se partiționează matricile după l_p, l_E, l_J.

1. Metoda teoremelor lui Kirchhoff

$$
\begin{bmatrix} A_p & A_E & 0_{(n-1),l_J} \\ B_p \cdot Z(s) & 0_{b,l_E} & B_J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_p(s) \\ I_E(s) \\ U_J(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_J \cdot J(s) \\ B_E \cdot E(s) \end{bmatrix}
$$

unde $\underline{Z}(s)$=matricea impedanțelor din circuit (matrice pătratică)

J(s)=matricea surselor de curent din circuit (matrice coloană)

E(s)= matricea surselor de tensiune din circuit (matrice coloană)

$$
\begin{array}{ccccc}
 & l_1 & l_3 & l_4 & l_6 \\
A_p = n_1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
n_2 & 0 & -1 & 1 & 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
 & l_2 & l_5 \\
A_J = n_1 & -1 & 0 \\
n_2 & 0 & 1
\end{array}
\qquad A_E=0.
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
 & l_1 & l_3 & l_4 & l_6 \\
b_2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
B_p = b_4 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
b_5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
b_6 & 1 & 1 & 0 & 1
\end{array},
\qquad
\begin{array}{ccc}
 & l_2 & l_5 \\
b_2 & 1 & 0 \\
B_J = b_4 & 0 & 0 \\
b_5 & 0 & 1 \\
b_6 & 0 & 0
\end{array},
\qquad B_E=0.
$$

$$
Z(s) = \begin{array}{ccccc}
 & l_1 & l_3 & l_4 & l_6 \\
l_1 & \frac{1}{s \cdot C} & 0 & 0 & 0 \\
l_3 & 0 & R_1 & 0 & 0 \\
l_4 & 0 & 0 & s \cdot L & 0 \\
l_6 & 0 & 0 & 0 & R_2
\end{array},
\qquad
J(s) = \begin{bmatrix} -C \cdot u(0) \\ \frac{i_L(0)}{s} \end{bmatrix},
\qquad E(s)=0
$$

Se rescrie matricea corespunzătoare metodei Teoremelor lui Kirchhoff, adaptată circuitului:

$$
\begin{bmatrix} A_p & 0_{(n-1),l_J} \\ B_p \cdot Z(s) & B_J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_p(s) \\ U_J(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_J \cdot J(s) \\ 0_{b,1} \end{bmatrix}
$$