

# Sisteme de Recunoastere a Formelor – Laborator 5

## Analiza statistica a datelor

### 1. Obiective

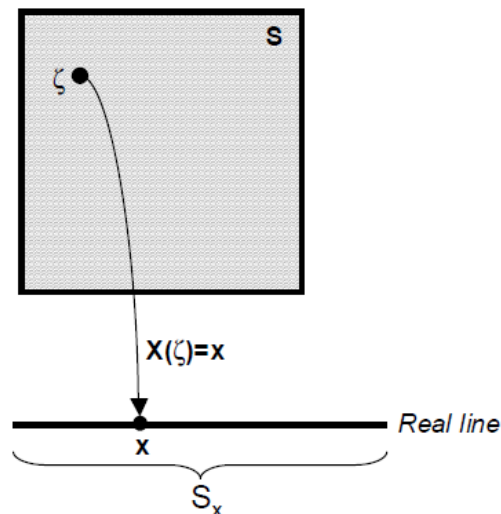
Scopul acestei lucrari este de a explora metodele de analiza statistica a datelor, folosite pentru clasificare si recunoastere. Vom studia media, deviatia standard si covarianta. Experimentele vor fi efectuate pe un set de imagini ce contin fete umane. Folosind matricea de covarianta, vom studia corelatia dintre diferiti pixeli.

### 2. Fundamente teoretice

#### 2.1 Definitii

O variabila aleatoare  $X$  este o functie care ataseaza un numar real  $X(\zeta)$  pentru fiecare posibil rezultat  $\zeta$  din spatiul posibilelor rezultate ale unui experiment aleator (vezi figura de mai jos). Aceasta functie  $X(\zeta)$  face o relationare a tuturor posibilelor elemente din spatiul rezultatelor (esantioanelor) cu domeniul numerelor reale (dreapta numerelor reale). Variabilele aleatoare pot fi:

- Discrete: numarul rezultat din aruncarea unui zar
- Continue: greutatea unui individ.



Un *vector de variabile aleatoare*  $X$  este o functie care ataseaza un vector de numere reale pentru fiecare rezultat  $X(\zeta)$  din spatiul esantioanelor  $S$ . Notiunea de vector aleator este o extensie a notiunii de variabila aleatoare.

$$X = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_N]^T$$

## 2.2 Caracterizarea statistica a variabilelor aleatoare

O variabila aleatoare poate fi caracterizata partial prin:

1. Expectation: reprezinta centrul de masa al unei densitati de probabilitate.

$$E[X] = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$$

2. Varianta: reprezinta "imprastierea" in jurul mediei

$$VAR[X] = E[(X - E[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx$$

3. Deviatia standard: Radacina patrata a variantei, se exprima in aceleasi unitati ca variabila aleatoare.

$$STD[X] = VAR[X]^{1/2}$$

$f(X)$  – functia de densitate a probabilitatii pentru variabila  $X$ .

## 2.3 Caracterizarea statistica a vectorilor aleatori

Putem descrie partial un vector aleator prin urmatoarele valori:

1. Vectorul mediu:

$$E[X] = [E[X_1] E[X_2] \dots E[X_N]]^T = [\mu_1 \mu_2 \dots \mu_N] = \mu$$

2. Matricea de covarianta:

$$\begin{aligned} COV[X] &= \Sigma = E[(X - \mu)(X - \mu)^T] \\ &= \begin{bmatrix} E[(x_1 - \mu_1)(x_1 - \mu_1)] & \dots & E[(x_1 - \mu_1)(x_N - \mu_N)] \\ \dots & \dots & \dots \\ E[(x_N - \mu_N)(x_1 - \mu_1)] & \dots & E[(x_N - \mu_N)(x_N - \mu_N)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & c_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{1N} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Matricea de covarianta indica tendinta fiecarei perechi de trasaturi (pozitii in vector) sa varieze impreuna, sau sa co-varieze. Covarianta are cateva proprietati importante:

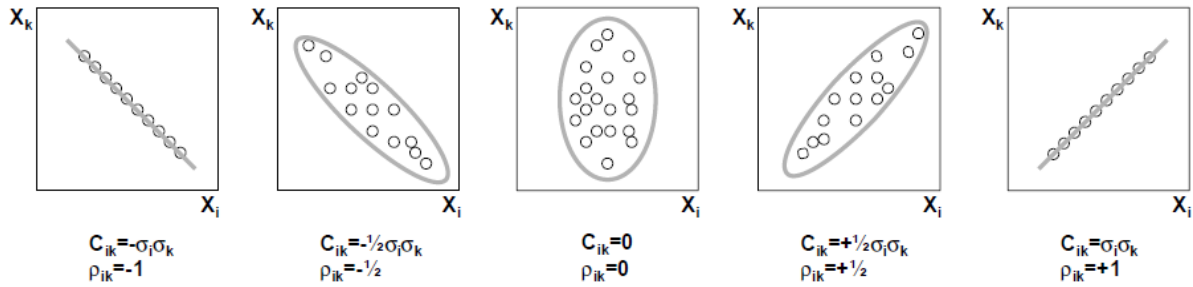
- Daca  $x_i$  si  $x_k$  cresc impreuna, atunci  $c_{ik} > 0$
- Daca  $x_i$  tinde sa descreasca atunci cand  $x_k$  creste, atunci  $c_{ik} < 0$
- Daca  $x_i$  si  $x_k$  sunt necorelate, atunci  $c_{ik} = 0$
- $|c_{ik}| \leq \sigma_i \sigma_k$ , unde  $\sigma_i$  este deviatia standard a lui  $x_i$
- $c_{ii} = VAR(x_i)$

Termenii matricii de covarianta pot fi scrisi ca:

$$\begin{aligned} c_{ik} &= E[(x_k - \mu_k)(x_i - \mu_i)] \\ c_{ii} &= \sigma_i^2 \text{ and } c_{ik} = \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k \end{aligned}$$

unde  $\rho_{ik}$  este numit **coeficientul de corelatie**.

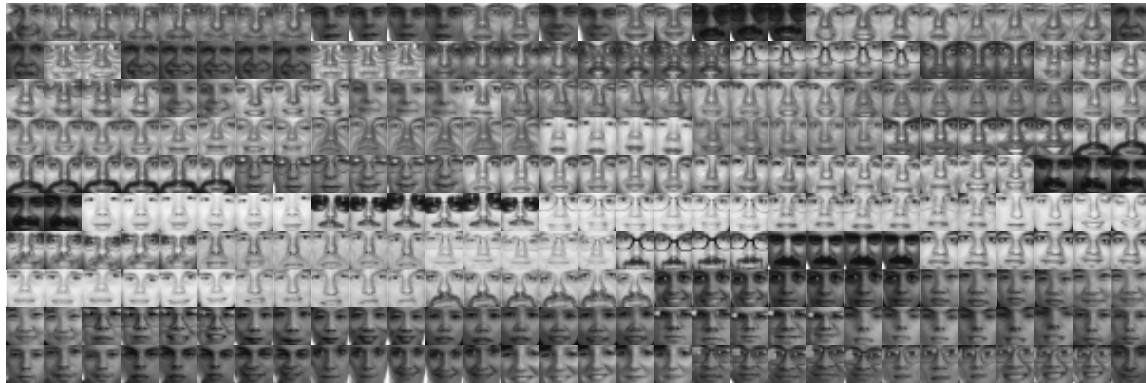
Figurile urmatoare prezinta **graficele de corelatie** dintre trasaturile  $x_i$  si  $x_k$ .



### 3. Aspecte practice

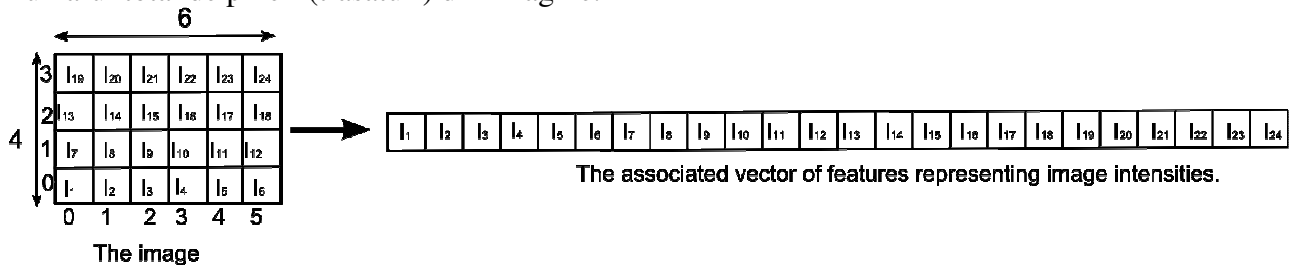
In sedinta de laborator va trebui sa studiat corelatia dintre pixeli apartinand unor fete umane.

Se dau  $p$  imagini, fiecare imagine continand o fata umana ( $p = 400$ ), ca in imaginile de mai jos.



Se formeaza vectorul  $X = (X_1, \dots, X_p)$ , unde  $X_k$  reprezinta o imagine.

Fiecare imagine este caracterizata de un set de trasaturi reprezentand intensitatea pixelilor, deci  $X_k = (I_{1k}, \dots, I_{Nk})$ , unde  $N = \text{image\_width} * \text{image\_height}$ , deci  $N$  reprezinta numarul total de pixeli (trasaturi) din imagine.



Fiecare imagine din set are dimensiunea 19x19 pixeli.

Sarcina dumneavoastra este sa calculate matricea de covarianta pentru un set dat de imagini, si sa studiat cum variaza diferite trasaturi impreuna.

Valoarea medie a unei trasaturi,  $I_i$  ( $i$  – pozitia in imagine) este:

$$\mu_i = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p I_{ik}$$

Unde  $I_{ik}$  reprezinta valoarea trasaturii  $i$  din imaginea  $k$ .

Deviatia standard a unei trasaturi,  $I_i$  este:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (I_{ik} - \mu_i)^2}$$

Elementele unei matrici de covarianta  $c_{ij}$  pot fi calculate ca:

$$c_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (I_{ik} - \mu_i)(I_{jk} - \mu_j)$$

Iar coeficientul de corelatie este:

$$\rho_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

Graficul de corelatie dintre trasaturile  $I_i$  si  $I_k$  este o imagine de 255x255 pixeli, unde un punct va fi marcat la pozitia  $(x,y)$  daca exista o imagine din setul de  $p$  imagi unde se gaseste have  $I_i=x$  si  $I_k=y$ .

## 4. Activitate practica

1. Incarcati cele 400 de imagini si calculati matricea de covarianta, pe care o veti salva intr-un fisier text.

Codul care incarca un set de imagini este:

```
// In the include section please add:
// #include <afxdisp.h>
BEGIN_PROCESSING();

BYTE *lpSI, *lpSrcI;
DWORD dwWidthI, dwHeightI, wI;
HDIB hBmpSrcI;
CFile fileIn;
CFileException fE;

AfxEnableControlContainer();
char buffer[MAX_PATH];
BROWSEINFO bi;
ZeroMemory(&bi, sizeof(bi));
SHGetPathFromIDList(SHBrowseForFolder(&bi), buffer);
if (strcmp(buffer, "")==0) return;

char directoryPath[MAX_PATH];
CFileFind fFind;
int nextFile;
```

```

CString msg;
strcpy(directoryPath,buffer);
strcat(directoryPath,"\\face*.bmp"); // search files with the name
face* and having the extension .bmp
nextFile=fFind.FindFile(directoryPath);
int nrImages=0;

while (nextFile)
{
    nrImages++;
    nextFile=fFind.FindNextFile();
    CString fnIn=fFind.GetFilePath();
    fileIn.Open(fnIn, CFile::modeRead | CFile::shareDenyWrite, &fE);
    hBmpSrcI = (HDIB)::ReadDIBFile(fileIn);
    fileIn.Close();
    lpSI = (BYTE*)::GlobalLock((HGLOBAL)hBmpSrcI);
    dwWidthI = ::DIBWidth((LPSTR)lpSI);
    dwHeightI = ::DIBHeight((LPSTR)lpSI);
    lpSrcI=(BYTE*)::FindDIBBits((LPSTR)lpSI);
    DWORD wI=WIDTHBYTES(dwWidthI*8);

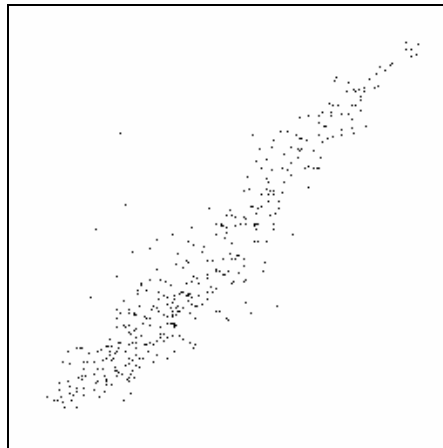
    //////////// DO THE PROCESSING HERE

    ::GlobalUnlock((HGLOBAL)hBmpSrcI);
}
msg.Format("Found and processed %d images",nrImages);
AfxMessageBox(msg);

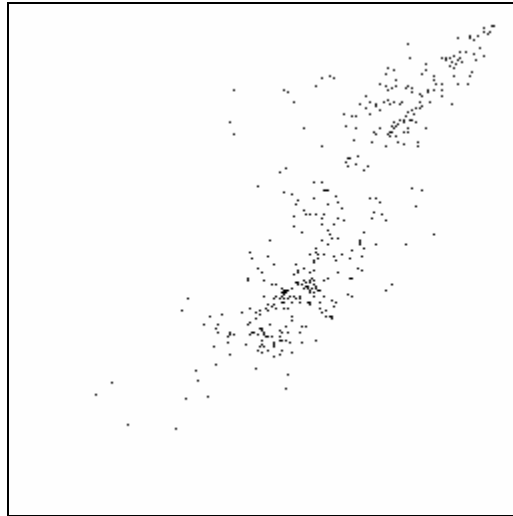
END_PROCESSING("Covariance");

```

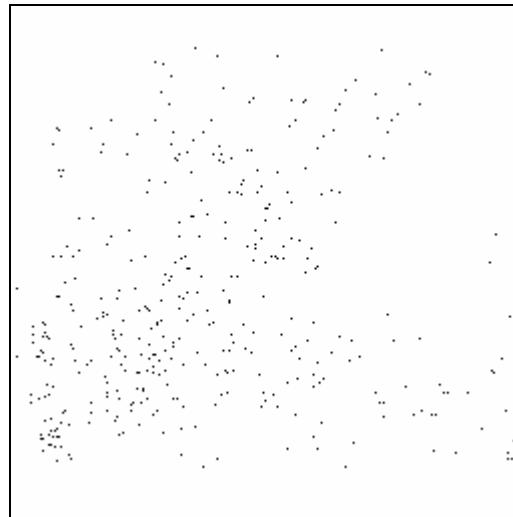
2. Calculati matricea coeficientilor de corelatie, si salvati-o intr-un fisier text.
3. Calculati coeficientul de corelatie si afisati graficul de corelatie (incarcati inainte fundalul, *background\_white.bmp*) intre trasaturile de intensitate corespunzand urmatoarelor pozitii (linie, coloana):
  - a. (13,4) si (13,14). Aceste puncte corespund cu pixelii apartinand ochiului stand si drept. Rezultatul trebuie sa semene cu cel din figura de mai jos, si coeficientul de corelatie trebuie sa fie  $\sim 0.94$ .



- b. (8,3) si (9,15). Aceste puncte corespund pixelilor de pe obrazul stang si obrazul drept. Rezultatul trebuie sa arate ca in figura de mai jos, cu un coeficient de corelatie ~ 0.84.



- c. (13,4) si (0,0). Aceste puncte corespund cu pixelii apartinand ochiului stang si coltul cel mai din stanga al imaginii – deci puncte necorelate logic. Rezultatul ar trebui sa arate ca in figura de mai jos, avand coeficientul de corelatie ~ 0.07.



## 5. Bibliografie

R.Gutierrez-Osuna – *Introduction to Pattern Recognition*, Wright State University  
[http://www.engr.sjsu.edu/~knapp/HCIRODPR/PR\\_home.htm](http://www.engr.sjsu.edu/~knapp/HCIRODPR/PR_home.htm)