

2. Unitatea aritmetică și logică

- Adunarea
- Înmulțirea
- Împărțirea
- Numere și operații în virgulă mobilă

Împărțirea

- Împărțirea

- Împărțirea cu refacerea restului parțial
- Împărțirea fără refacerea restului parțial

Împărțirea (1)

- Primul operand: **deîmpărțit** (X)
- Al doilea operand: **împărțitor** (Y)
- Rezultate: **câtul** (Q), **restul** (R)

$$X = Q \times Y + R, R < Y$$

- Algoritmul de **împărțire zecimală**:
 - Se alege o cifră și se scade produsul dintre această cifră și împărțitor din restul parțial
 - Dacă rezultatul este mai mic decât împărțitorul, cifra a fost aleasă corect

Împărțirea (2)

- În caz contrar, se alege o altă cifră și scăderea se repetă
- În fiecare pas se obține o cifră a câtului
- **Împărțirea binară**
 - Constă din scăderi repetate ale împărțitorului Y din restul parțial R
 - Scăderile se efectuează numai dacă $Y \leq R \rightarrow$ cifra câtului este 1
 - În caz contrar, cifra câtului este 0

Împărțirea (3)

- **Exemplu:** Împărțirea numerelor 74 (1001010_2) și 8 (1000_2)

$1001010 : 1000 = 0001001$ Cât

– 1000

10

Resturi parțiale

101

1010

– 1000

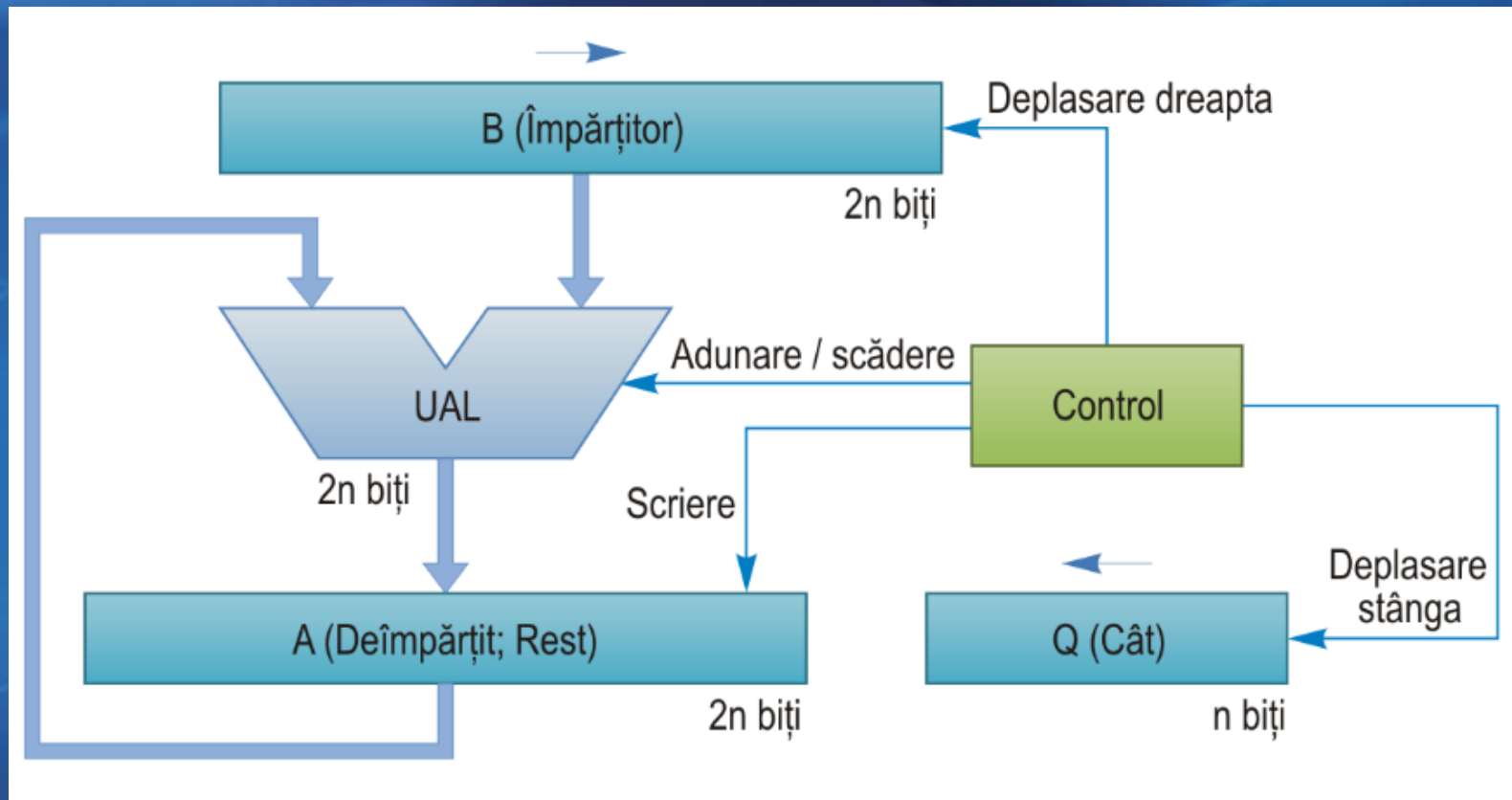
10

Rest

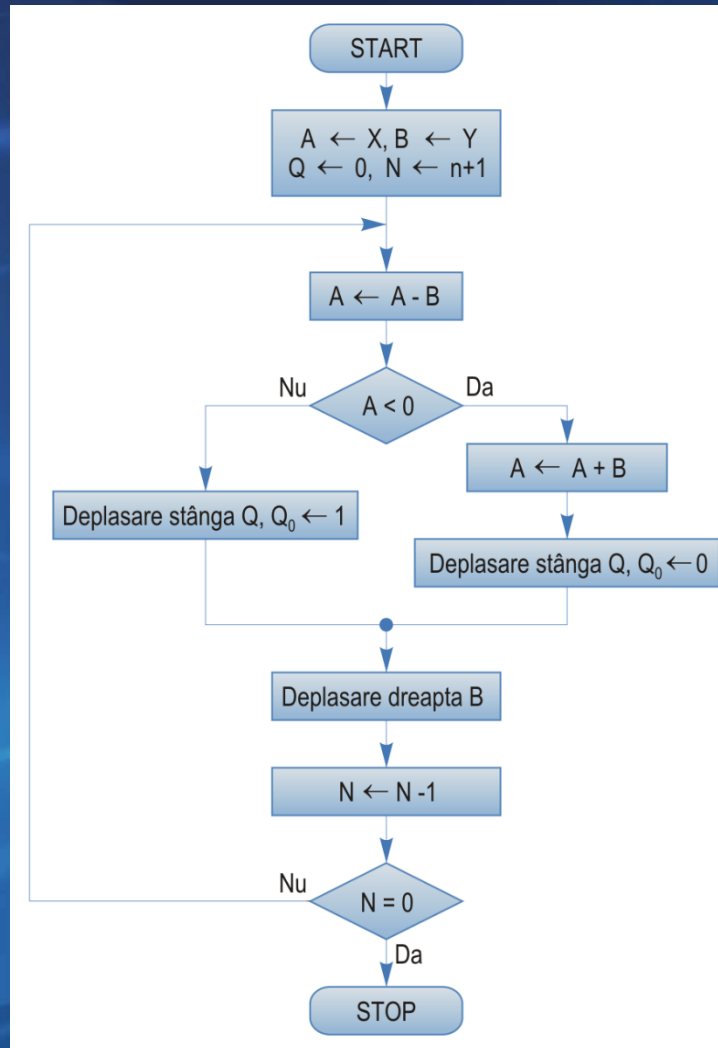
Împărțirea

- Împărțirea
 - Împărțirea cu refacerea restului parțial
 - Împărțirea fără refacerea restului parțial

Împărțirea cu refacerea restului parțial (1)



Împărțirea cu refacerea restului parțial (2)



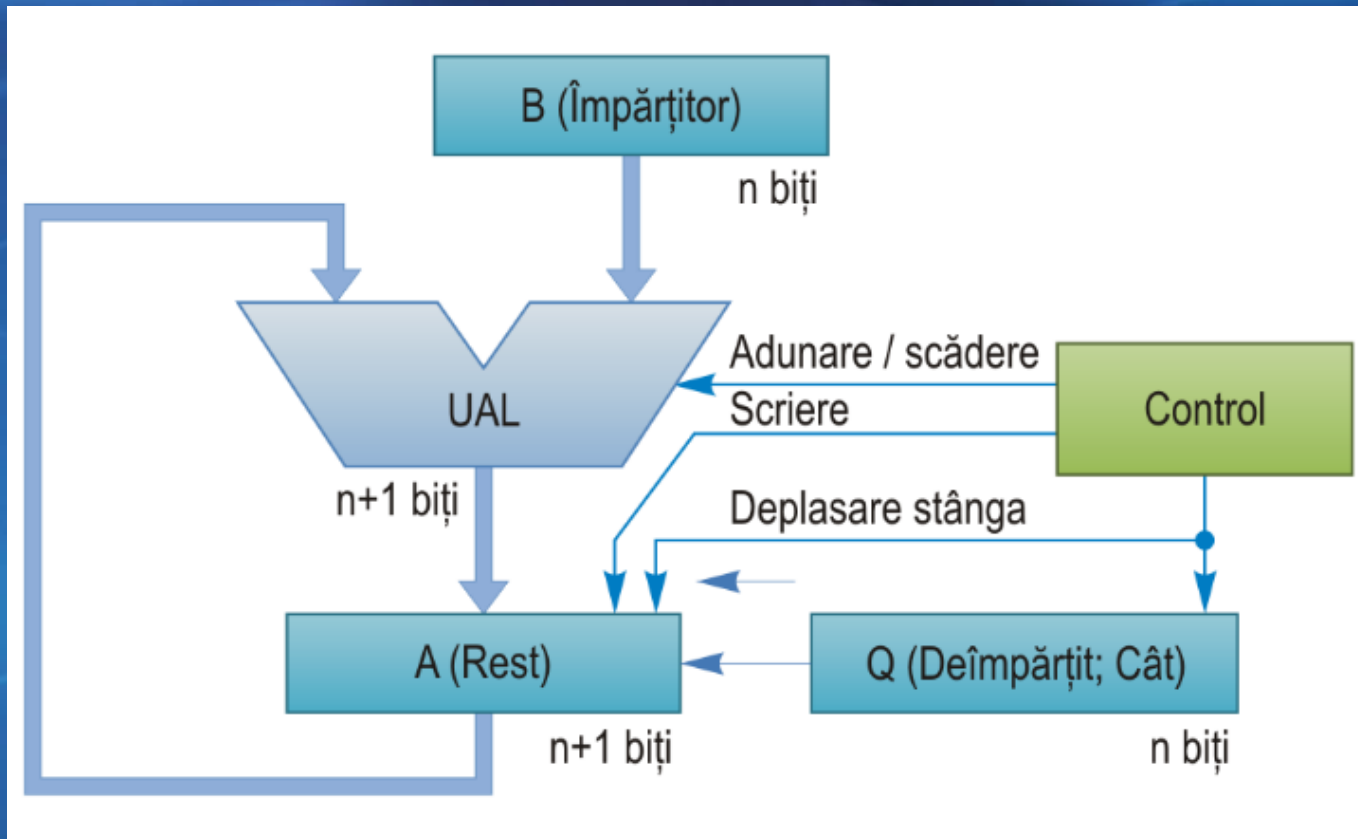
Împărțirea cu refacerea restului parțial (3)

- Deplasarea restului parțial la stânga în locul deplasării împărțitorului la dreapta:
 - Produce aceeași aliniere
 - Simplifică circuitele necesare pentru UAL și registrul împărțitorului (n biți în loc de $2n$)
- A doua îmbunătățire: primul pas nu poate genera o cifră de 1 în cadrul câtului
 - Inversarea ordinii operațiilor: deplasare, apoi scădere → se poate elimina o iterație

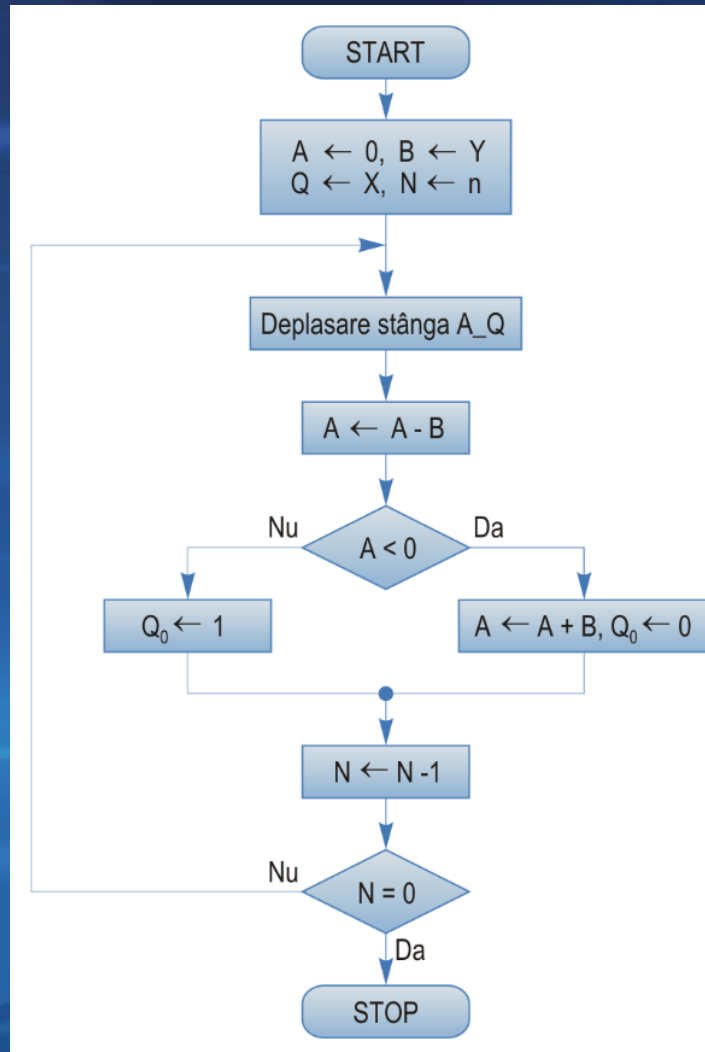
Împărțirea cu refacerea restului parțial (4)

- Dimensiunea registrului A poate fi redusă la jumătate
- Registrele A și Q pot fi combinate
 - Se deplasează biții deîmpărțitului în registrul A în loc de a deplasa zerouri
 - Registrele A și Q sunt deplasate la stânga împreună

Împărțirea cu refacerea restului parțial (5)



Împărțirea cu refacerea restului parțial (6)



Împărțirea cu refacerea restului parțial (7)

● Exemplul 2.3

- $X = 13, Y = 5$
- Împărțirea utilizând versiunea finală a algoritmului
- $X = 13 = 1101_2$
- $Y = 5 = 0101_2$
- $-Y = -5 = -0101_2 = 1\ 1011_2$
- Rest: $0\ 0011_2$ (3); Cât: 0010_2 (2)

Împărțirea cu refacerea restului parțial (8)

Pas	A	Q (X)	B (Y)	Operații
0	0 0000	1101	0101	Inițializare
1	0 0001+ <u>1 1011</u> 1 1100+ <u>0 0101</u> 0 0001	1010 <u>1010</u>	0101	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $A \leftarrow A + B$ $Q_0 \leftarrow 0$
2	0 0011+ <u>1 1011</u> 1 1110+ <u>0 0101</u> 0 0011	01 <u>00</u> <u>0100</u>	0101	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $A \leftarrow A + B$ $Q_0 \leftarrow 0$
3	0 0110+ <u>1 1011</u> 0 0001	1 <u>000</u> <u>1001</u>	0101	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $Q_0 \leftarrow 1$
4	0 0011+ <u>1 1011</u> 1 1110+ <u>0 0101</u> 0 0011	<u>0010</u> <u>0010</u>	0101	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $A \leftarrow A + B$ $Q_0 \leftarrow 0$

Împărțirea

- Împărțirea
 - Împărțirea cu refacerea restului parțial
 - Împărțirea fără refacerea restului parțial

Împărțirea fără refacerea restului parțial (1)

- Refacerea restului parțial determină creșterea timpului de execuție a operației
 - În medie, refacerea se efectuează în 50% din cazuri
- Fiecare adunare a împărțitorului la restul parțial este urmată de o scădere în pasul următor
 - Restul parțial este deplasat în prealabil la stânga cu o poziție → înmulțire cu 2

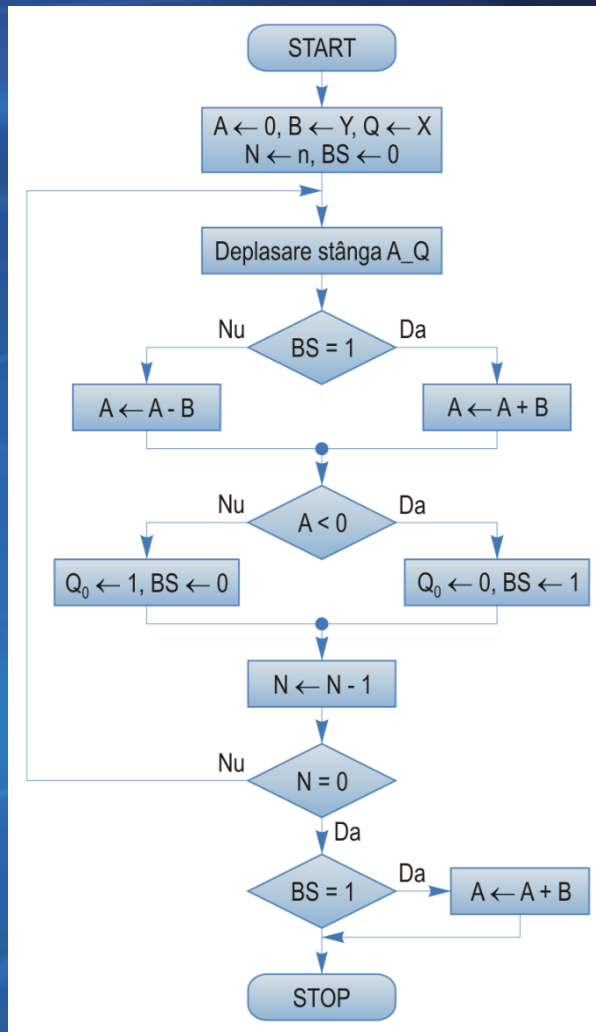
Împărțirea fără refacerea restului parțial (2)

- Împărțirea cu refacerea restului parțial:
 - $R \leftarrow R - Y$
 - $R \leftarrow R - Y + Y$
 - $R \leftarrow 2 \times R$
 - $R \leftarrow 2 \times R - Y$
- Împărțirea fără refacerea restului parțial:
 - $R \leftarrow R - Y$
 - $R \leftarrow 2 \times R - 2 \times Y$
 - $R \leftarrow 2 \times R - 2 \times Y + Y$

Împărțirea fără refacerea restului parțial (3)

- Algoritmul fără refacerea restului parțial:
 - Se deplasează registrele A_Q la stânga
 - Dacă în pasul precedent restul parțial a fost pozitiv, se scade împărțitorul din restul parțial
 - Dacă restul parțial a fost negativ, se adună împărțitorul la restul parțial
 - După ultimul pas, dacă restul parțial este negativ, restul trebuie refăcut

Împărțirea fără refacerea restului parțial (4)



- Se utilizează un **bistabil suplimentar BS**
- **BS** indică operația care trebuie efectuată:
 - **BS = 0**: scădere
 - **BS = 1**: adunare
- În prima etapă se efectuează o scădere → **BS** este inițializat cu 0

Împărțirea fără refacerea restului parțial (5)

● Exemplul 2.4

- $X = 14, Y = 3$
- Împărțirea utilizând metoda fără refacerea restului parțial
- $X = 14 = 1110_2$
- $Y = 3 = 0011_2$
- $-Y = -3 = -0011_2 = 1\ 1101_2$
- Rest: $0\ 0010_2$ (2); Cât: 0100_2 (4)

Împărțirea fără refacerea restului parțial (6)

Pas	A	Q (X)	B (Y)	BS	Operații
0	0 0000	1110	0011	0	Inițializare
1	0 0001 + <u>1 1101</u> 1 1110 +	1100 110 <u>0</u>	 0011	 1	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $Q_0 \leftarrow 0$
2	1 1101 + <u>0 0011</u> 0 0000 +	10 <u>00</u> 10 <u>01</u>	 0011	 0	shl (A_Q) $A \leftarrow A + B$ $Q_0 \leftarrow 1$
3	0 0001 + <u>1 1101</u> 1 1110	<u>0010</u> <u>0010</u>	 0011	 1	shl (A_Q) $A \leftarrow A - B$ $Q_0 \leftarrow 0$
4	1 1100 + <u>0 0011</u> 1 1111 +	<u>0100</u> <u>0100</u>	 0011	 1	shl (A_Q) $A \leftarrow A + B$ $Q_0 \leftarrow 0$
5	<u>0 0011</u> 0 0010	 0100	 0011	 0	$A \leftarrow A + B$

Rezumat

- Împărțirea cu refacerea restului parțial
 - În fiecare etapă, se efectuează **deplasarea la stânga** a restului parțial și **scăderea** împărțitorului din restul parțial
 - Dacă se obține un rezultat negativ, restul parțial trebuie refăcut
- Împărțirea fără refacerea restului parțial
 - După **deplasarea la stânga** a restului parțial, operația depinde de rezultatul din pasul precedent
 - Restul parțial a fost pozitiv: **scădere**
 - Restul parțial a fost negativ: **adunare**

Noțiuni, cunoștințe

- Versiunea finală a circuitului de împărțire cu refacerea restului parțial
- Versiunea finală a algoritmului de împărțire cu refacerea restului parțial
- Principiul metodei de împărțire fără refacerea restului parțial
- Algoritmul de împărțire fără refacerea restului parțial