

Lucrarea 6

Puntea Wheatstone

1. Obiectivul lucrării

Lucrarea dorește să prezinte metoda de măsurare în punte simplă de curent continuu (puntea Wheatstone), a rezistențelor în domeniul 1 - 10 MΩ. Se prevede, totodată, calculul erorii de măsurare a rezistenței, a sensibilității și a decrementului logaritm (convergenței) al punții.

2. Principii teoretice

Puntea Wheatstone, pentru măsurarea rezistențelor, caracterizată prin sensibilitate și precizie mari, are schema de principiu din figura 1, condiția de echilibru (deviație nulă a instrumentului de nul, $\alpha=0$), fiind:

$$R_x R_3 = R_2 R_4, \quad \text{sau} \quad R_x = R_4 \frac{R_2}{R_3} \quad (1)$$

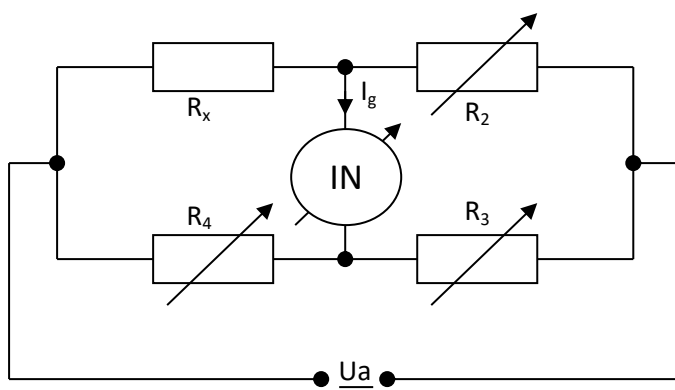


Fig. 1

În relația (1), R_2/R_3 constituie raportul de măsurare, modificabil la începutul măsurării (apropierea de domeniul de valori al lui R_x), iar R_4 , rezistența de echilibrare fină, până la realizarea unei indicații nule a instrumentului de nul, IN. R_x este rezistența de măsurat. Pornind de la ecuația ce descrie expresia deviației IN:

$$\alpha = S_I I_g = S_I U_a \frac{R_2 R_4 - R_x R_3}{R_4 A + B} = k \frac{R_2 R_4 - R_x R_3}{R_4 A + B} \quad (2)$$

în care A și B sunt expresii ce conțin parametrii din brațele punții, iar S_I , sensibilitatea față de curent a IN, se reprezintă grafic echilibrul punții (fig. 2), cu valorile caracteristice:

$$\begin{aligned} \alpha|_{R_4=0} &= -S_I U_a \frac{R_x R_3}{B} & \alpha|_{R_4=\infty} &= S_I U_a \frac{R_2}{A} \\ R_{4e} &= R_4|_{\alpha=0} = R_{4e} \end{aligned} \quad (3)$$

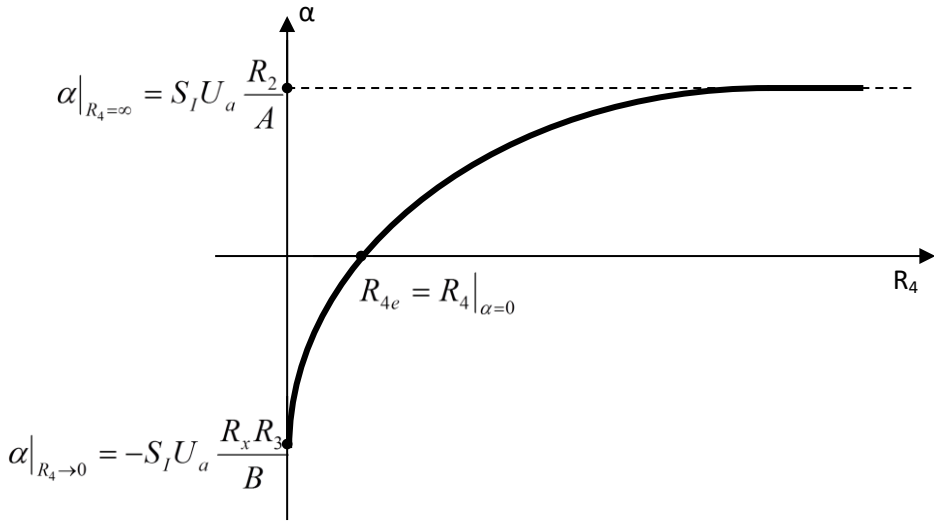


Fig. 2

În situația în care prin varierea fină a rezistenței R_4 , nu se obține o deviație a IN $\alpha=0$, ci pentru două valori succesive ale rezistenței de echilibrare, R_{4s} , R_{4d} , se obțin două deviații nenule, α_s la stânga, α_d la dreapta deviației nule, atunci valoarea exactă a rezistenței de echilibrare (fig. 3), se stabilește cu relația:

$$R_{4i} = R_{4s} + (R_d - R_{4s}) \frac{\alpha_s}{\alpha_s + \alpha_d} \quad (4)$$

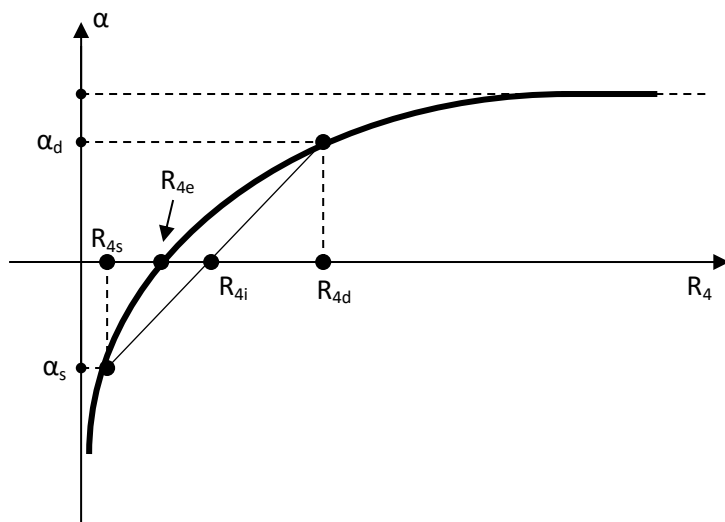


Fig. 3

Sensibilitatea punții Wheatstone în raport cu valoarea și variația rezistenței de echilibrare, R_4 , este:

$$S = \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta\alpha}{\frac{\Delta R_{4e}}{R_{4e}}} = \frac{d\alpha}{\frac{dR_{4e}}{R_{4e}}} \quad (5)$$

expresie valabilă în jurul valorii R_{4e} , unde curba $\alpha=f(R_4)$ se poate considera liniară pe porțiuni.

Calculul erorii de măsurare a rezistenței necunoscute și a valorii acesteia se face respectând următoarele considerente:

- eroarea relativă totală de măsurat este:

$$e_r = e_{rc} + e_{rd} \quad (6)$$

constituită din eroarea relativă constructivă a punții, e_{rc} , înscrisă pe punte, sau calculabilă, pentru punțile constituite din piese separate, cu relația:

$$e_{rc} = e_{r2} + e_{r3} + e_{r4} \quad (7)$$

unde e_{r2} , e_{r3} , e_{r4} sunt erorile relative de cunoaștere a rezistențelor din brațele punții, și eroarea relativă de determinare a rezistenței, e_{rd} , ce apare numai în cazul calculării rezistenței de echilibrare prin interpolare:

$$e_{rd} = \frac{R_{4d} - R_{4s}}{R_{4i}} \frac{\Delta\alpha}{\alpha_d + \alpha_s} \quad (8)$$

și în care $\Delta\alpha$, este fracțiunea de diviziune ce se poate aprecia pe scala instrumentului de nul IN, (în mm sau diviziuni; uzual 0,5).

- eroarea relativă de cunoaștere a rezistenței necunoscute măsurate:

$$e_a = R_{mas} e_r \quad (9)$$

- intervalul de valori în care este cuprinsă valoarea probabilă a rezistenței necunoscute măsurate:

$$R_X = R_{mas} \pm e_a \quad (10)$$

NOTĂ: Dacă se fac mai multe măsurări, în aceleași condiții și cu aceeași metodă de măsurare, asupra aceleiași rezistențe necunoscute, atunci în relațiile (9) și (10), în loc de R_{mas} , se ia valoarea medie a rezistențelor măsurate:

$$R_{med\ mas} = \frac{\sum_i^n R_{mas\ i}}{n} \quad (11)$$

Un alt element ce interesează, în principiu la orice punte, fie ea de curent continuu sau alternativ, este convergența. În cazul punții Wheatstone, studiată în această lucrare, problema se reduce la calculul variației decrementului logaritm al deviației IN, ale cărei valori ne transmit imaginea modului de echilibrare a punții (număr n de echilibrări, viteza de apropiere de echilibru) Prin definiție, decrementul logaritm se definește din raportul a două valori succesive de echilibrare la nivelul instrumentului de nul (diviziuni, intensități ale curentului, tensiuni):

$$\delta = \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 2,303 \lg \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad (12)$$

cu variația pentru întreg procesul de echilibrare a punții descrisă în figura 4:

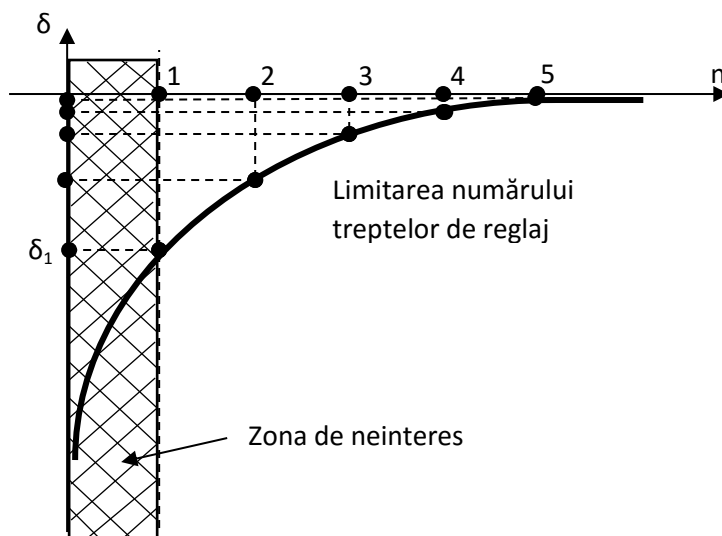


Fig. 4

Se consideră puntea echilibrată când curba $\delta=f(n)$ devine asimptotică la axa absciselor. Valoarea $\delta_{\max}$ ($\delta_{\max}=\ln\alpha_n/\alpha_1$) este determinată, de la caz la caz, în funcție de sensibilitatea și domeniul de măsurare al instrumentului de nul. În general, raportul α_n/α_1 nu se ia în practică mai mic de 10^{-3} , 10^{-4} , limitat fiind de domeniile de măsurare și sensibilitățile instrumentelor de nul uzuale, (multimetre, galvanometre, nano sau picoampermetre, microvoltmetre). Prin urmare, corespunzător, $\delta_{\max}$ are valori de ordinul (-6,909....-9,212)

3. Scheme de montaj

Pentru realizarea schemei de montaj aferente acestei lucrări de laborator se vor folosi:

- punte Wheatstone, ce conține trei rezistențe reglabile R_2 , R_3 , R_4 , clasă de precizie $c=0,05$;
- MN - multimetru numeric BK Precision 5491/5492 utilizat în regim de curent continuu și poziționat pe măsurarea tensiunii;
- STC - sursa de tensiune continuă BK Precision 9110, reglabilă, 0-60 V, 5 A;
- R_x - 10 rezistențe necunoscute.

Se execută motajul din figura 5:

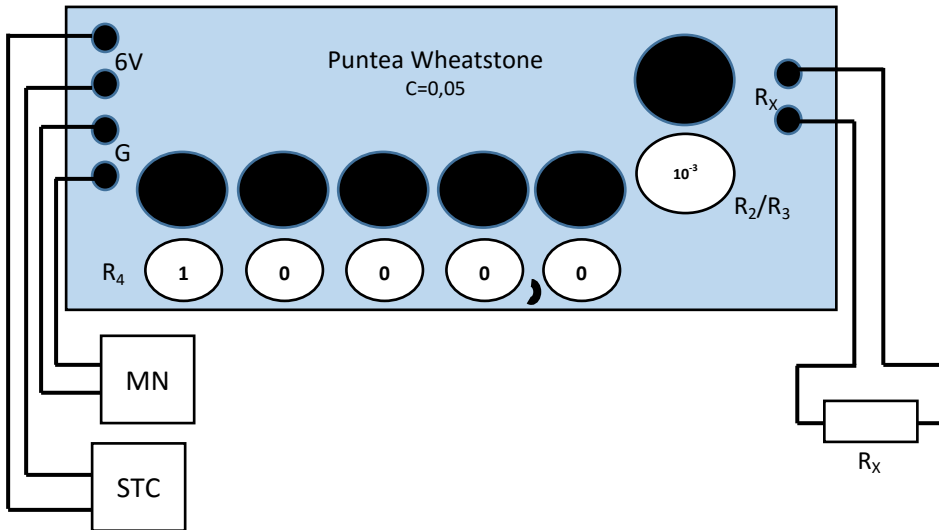


Fig. 5

4. Mersul lucrării. Valori măsurate și calculate

4.1 Determinarea valorii rezistenței necunoscute și a erorii de măsurare

Se execută montajul din figura 5, cu aparatura menționată.

Pentru fiecare rezistență necunoscută în parte se procedează în modul următor:

- se reglează instrumentul de nul pe treapta de sensibilitate minimă (mV, zeci de mV). Se alimentează puntea având grijă să nu avem rezistențe nule în brațele punții. Decada cea mai semnificativă a R_4 se reglează la valoarea de 1×10000 . Se modifică apoi raportul R_2/R_3 până la micșorarea la maxim a deviației IN (MN). Se notează valoarea, α_1 (dacă e cazul se modifică corespunzător domeniul de măsurare al IN, în sensul sensibilizării sale);
- se începe echilibrarea fină a punții prin variația rezistenței de echilibrare R_4 . La început din decadele cele mai semnificative, apoi pe rând cu decade din ce în ce mai puțin semnificative ($\times 1000$, $\times 100$, $\times 10$, $\times 1$, $\times 0,1$). Pentru fiecare decadă în parte se notează diviziunile inițiale și finale ale IN, rezultând astfel un șir de valori

$\alpha_1 \dots \alpha_n$ pentru cele n etape ale echilibrării (valoarea optimă a raportului R_2/R_3 și reglaje pentru fiecare decadă în parte; în cazul nostru $n=5$ sau 6 la interpolare). Dacă decadele cele mai puțin semnificative nu dau variații observabile la nivelul IN se renunță la ele ($n < 6$). Datele se trec în tabelul 1. După caz, în loc de α_1 se pot nota valorile de curenți prin IN.

- c) calculul valorii rezistenței necunoscute R_x se poate face după ce se consideră echilibrarea punții realizată în relația (1) se introduce valoarea R_{4e} , pentru cazul echilibrării exacte ($\alpha = 0$) sau R_{4i} pentru calculul rezistenței de echilibrare prin interpolare. Valoarea obținută este R_{mas} . Dacă este cazul mai multor măsurări asupra aceleiași rezistențe necunoscute, valoarea obținută este $R_{med\ mas}$.

Tabelul 1

Rez. Mas.	Deviația indicatorului nul, $\alpha(lg)$, după reglajul					
	Raportului R_2/R_3	Dec I (cea mai semnificativă)	Dec a II a	Dec a III a	Dec a IV a	Dec a V a
		α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
R_1						
R_2						
R_3						
R_4						
R_5						
R_6						
R_7						
R_8						
R_9						
R_{10}						

- d) calculul erorii de măsurare:
- se notează sau se calculează (rel. 6 și 7) eroarea relativă constructivă a punții, e_{rc} ;
 - dacă intervine interpolarea se determină eroarea e_{rd} , cu rel. (6);
 - se calculează eroarea absolută, e_a (9), cu R_{mas} sau $R_{med\ mas}$;
 - se completează cu aceste date tabelul 2.

Tabelul 2

Rez. Mas.	Valori măsurate						Valori calculate					
	R_2/R_3	R_{4e}	α_s	R_{4s}	α_d	R_{4d}	R_{4i}	R_{mas}	e_{rd}	e_r	e_a	R_x
	(Ω/Ω)	(Ω)	(div)	(Ω)	(div)	(Ω)	(Ω)	(Ω)	(%)	(%)	(%)	(Ω)
R_1												
R_2												
R_3												
R_4												
R_5												
R_6												
R_7												
R_8												
R_9												
R_{10}												

Notății:

R_{4e} - valoarea rezistenței R_4 la echilibrarea punții când $\alpha_s = \alpha_d = 0$;

α_s, α_d - deviația minimă a indicatorului de nul la stânga, respectiv la dreapta valorii de 0;

R_{4s}, R_{4d} - valorile rezistenței R_4 corespunzătoare deviațiilor α_s, α_d ;

R_{mas} – valoarea rezistenței măsurate;

e_r - eroarea relativă de determinare a rezistenței (prin interpolare);

e_{rd} - eroarea relativă totală de măsurare;

e_a - eroarea absolută de cunoaștere a rezistenței măsurate;

R_x - intervalul de valori în care este cuprinsă valoarea probabilă a rezistenței măsurate.

Se reprezintă grafic curbele $\alpha = f(R_4)$ conform figurii 2.

4.2 Determinarea sensibilității punții

Se evidențiază două situații:

- echilibrarea totală, la $\alpha = 0$, rezultă R_{4e} ;
- echilibrarea prin interpolare, α_1, α_d , rezultă R_{4i} ;

a) Echilibrarea totală.

Caracteristica $\alpha=f(R_4)$ din figura 2, se poate transcrie în vecinătatea rezistenței de echilibrare conform figurii 6.

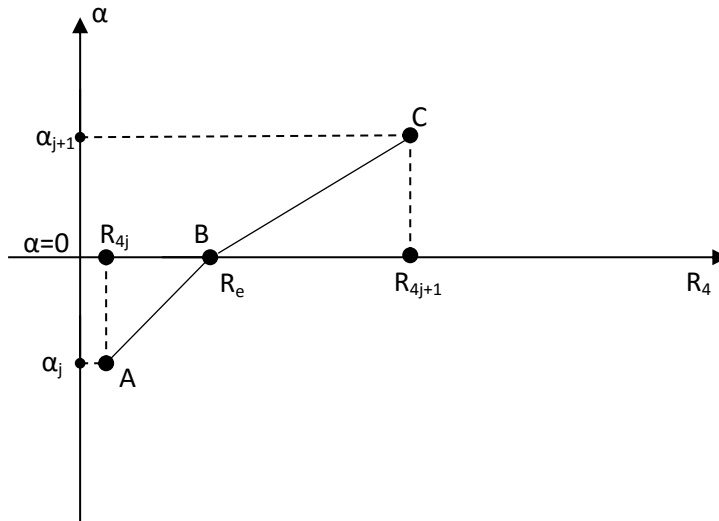


Fig. 6

Prin urmare în jurul rezistenței de echilibrare R_{4e} , se definesc două sensibilități, conform celor două pante ale segmentelor AB, respectiv BC. Determinarea celor două sensibilități (de convergență spre echilibrare din două sensuri de variație spre R_{4e}) se face pe baza relației (5), cu indicii stânga (s) și dreapta (d), față de echilibru, astfel:

$$S_s = \frac{d\alpha}{\frac{dR_{4e}}{R_{4e}}} = \frac{\alpha_j}{\frac{R_{4e} - R_{4j}}{R_{4e}}}; \quad S_d = \frac{d\alpha}{\frac{dR_{4e}}{R_{4e}}} = \frac{\alpha_{j+1}}{\frac{R_{4j+1} - R_{4e}}{R_{4e}}} \quad (13)$$

Practic se procedează în modul următor:

- Se ajunge la echilibru, $\alpha=0$, rezultă R_{4e} ;
- Se dă o variație în sens descrescător rezistenței R_{4e} (din una din decadele cele mai puțin semnificative) și se notează deviația α_j corespunzătoare lui R_{4j} . Cu relația (13) se calculează S_s ;
- Se procedează similar, dând o variație în sens crescător rezistenței R_{4e} , rezultă α_{j+1} , R_{4j+1} , apoi se calculează S_d (rel. 13).

Ceea ce s-a discutat mai sus la acest punct al lucrării se referă la o anumită valoare a raportului R_2/R_3 al punții. În principiu, valoarea acestuia se alege astfel încât să se utilizeze pe cât posibil cât mai multe din decadele rezistenței de echilibrare.

Pentru a observa influența raportului R_2/R_3 asupra sensibilității punții, pentru fiecare rezistență măsurată se va proceda la alegerea a două rapoarte R_2/R_3 , pentru unul astfel încât să se utilizeze cât mai multe din decadele rezistenței R_4 , iar pentru al doilea cu eliminarea uneia sau a două din decadele cele mai semnificative ale R_4 . Calculul sensibilităților se face conform metodologiei mai sus amintite, pentru cele două valori de raport, iar curbele de tipul celor din figura 6, se vor suprapune pe același grafic pentru a le putea compara între ele.

b) Echilibrarea prin interpolare.

Caracteristica (3) descrisă la secțiunea 2 a lucrării permite calculul sensibilității astfel:

$$S = \frac{d\alpha}{dR_e} = \frac{\alpha_d - \alpha_s}{\frac{R_{4d} - R_{4s}}{R_{4i}}} \quad (14)$$

Analog situației prezentate la punctul 4.2.a, se vor alege și aici două valori de raport pentru R_2/R_3 , comparându-se între ele valorile sensibilităților obținute.

NOTĂ: Sensibilitățile S_s , S_d , S , se determină pentru fiecare rezistență măsurată în parte. Se completează tabelul 3.

Tabelul 3

Rez. Mas.	Rap R_2/R_3	$\alpha_s (\alpha_j)$	$R_{4s}(R_{4j+1})$	$\alpha_d (\alpha_{j+1})$	$R_{4d}(R_{4j+1})$	S_s	S_d	S
R_1								
R_2								
R_3								
R_4								
R_5								
R_6								
R_7								
R_8								
R_9								
R_{10}								

4.3 Determinarea decrementului logaritm

Cu valorile utilizate la punctele 4.1.a și 4.1.b, și conform relației (12), se calculează valorile decrementului logaritm pentru fiecare rezistență necunoscută, în procesul de echilibrare al punții. Se completează tabelul 4. Se reprezintă apoi grafic curbele $\delta=f(n)$, unde $n=1...6$.

Tabelul 4

Rez. măs.	Valorile decrementului logaritm				
	$\delta_1=\ln \alpha_2/\alpha_1$	$\delta_2=\ln \alpha_3/\alpha_2$	$\delta_3=\ln \alpha_4/\alpha_3$	$\delta_4=\ln \alpha_5/\alpha_4$	$\delta_{n-1}=\ln \alpha_n/\alpha_{n-1}$
R ₁					
R ₂					
R ₃					
R ₄					
R ₅					
R ₆					
R ₇					
R ₈					
R ₉					
R ₁₀					

5. Analiza rezultatelor

În efectuarea lucrării se vor avea în vedere următoarele elemente:

- Manevrarea cu grijă și atenție a elementelor componente ale schemei și stabilirea cu cât mai multă precizie din parte operatorului a momentului echilibrării punții;
- Compararea alurii caracteristicii teoretice din figura 2 cu cele realizate pe baza datelor din tabele;
- Compararea alurii caracteristicii teoretice a decrementului logaritm din figura 4 cu cele realizate pe baza datelor din tabele;
- Interpretarea rezultatelor valorice din tabele și a comparării caracteristicilor de echilibrare și a decrementului logaritm mai sus menționate.
- Compararea valorilor sensibilității la valori diferite ale raportului de transformare și interpretarea rezultatelor.

NOTĂ: Pentru compararea curbelor, caracteristicile de același tip se trasează pe același grafic. Încercați un comentariu legat de aspectul teoretic-practic al caracteristicilor și de valorile rezistenței R_x , formulând concluziile corespunzătoare.

6. Notății

Tabelul 5 prezintă notațiile folosite în această lucrare.

Tabelul 5

Termen	Explicație
α	deviație a punții
α_d	deviație la dreapta a punții
α_s	deviație la stânga a punții
e_a	eroarea relativă de cunoaștere a rezistenței necunoscute
e_r	eroarea relativă
e_{rc}	eroarea relativă constructivă
e_{rd}	eroarea relativă de determinare
IN	indicatorul de nul
R_2, R_3, R_4	rezistențe
R_{mas}	rezistența măsurată
$R_{med\ mas}$	valoarea medie a rezistenței măsurate
R_x	rezistență necunoscută
S	sensibilitatea punții
S_I	sensibilitatea față de curent a IN
S_d	sensibilitatea la dreapta a punții
S_s	sensibilitatea la stânga a punții
δ	decrementul logaritm