



## Metode Numerice – Lucrarea nr. 2

# REZOLVAREA NUMERICĂ A ECUAȚIILOR ALGEBRICE ȘI TRANSCENDENTE – PARTEA I

### Modelul matematic și metodele numerice utilizate

#### *Metoda grafică de rezolvare implementată în programul MathCad*

Această metodă constă în utilizarea reprezentării grafice a funcției și citirea datelor direct de pe grafic. Cu ajutorul unui instrument numit **Zoom**, se mărește acea porțiune din grafic, și se citesc coordonatele punctului, în care funcția intersectează axa  $Ox$ .

Astfel, se determină o soluție pentru funcția reprezentată grafic. În această lucrare sunt tratate numai noțiunile de bază legate de utilizarea și citirea graficelor în softul *Mathcad*, metode și instrumente de soluționare a ecuațiilor cu ajutorul programului.

#### *Funcțiile built-in*

O altă metodă este utilizarea funcțiilor *built-in* (gata construite) ale programului *Mathcad*. De multe ori, software-ul poate oferi soluția unei ecuații în mod direct prin apelul la o singură comandă, sau printr-un șir de comenzi, ori instrumente.

### Funcții utilizate în programul *Mathcad*

#### *Funcția Symbolics – Solve*

Cu ajutorul instrucțiunii *Symbolics – Solve* se pot determina rădăcinile unei ecuații introduse în *Mathcad*. Se arată modul de aplicare a instrucțiunii care este prezentată pas cu pas:

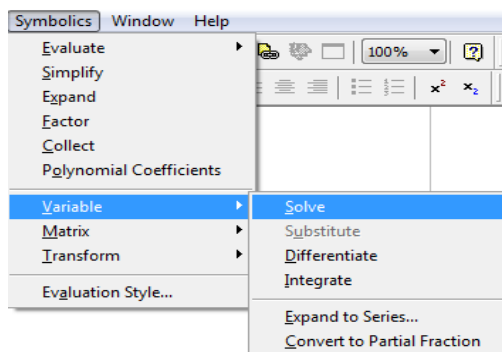
**Pasul 1.** Se introduce expresia ecuației în *Mathcad*, utilizând egalul boolean; (Ctrl =).

**Pasul 2.** Se selectează variabila în funcție de care se dorește rezolvarea.

**Pasul 3.** Din meniul principal se selectează *Symbolics – Variable – Solve*, așa cum se arată în captura din Fig. 1.

**Pasul 4.** Funcția *solve* se poate aplica și în mod direct, astfel: după introducerea ecuației, înainte de a ieși din zona de scriere, din toolbar-ul *Symbolics* se selectează instrumentul *Solve*, conform Fig. 3.

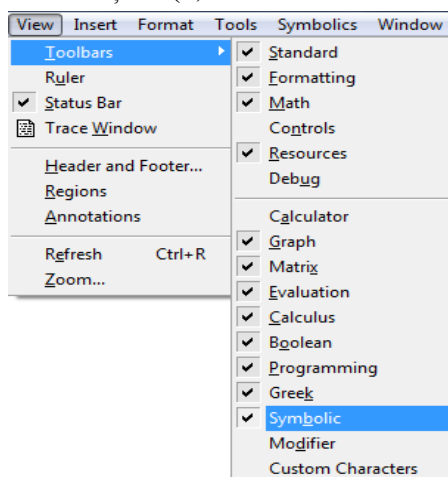
Dacă toolbar-ul *Symbolics* nu este vizibil, din meniul principal se bifează *View – Toolbars – Symbolics*, conform Fig. 2.



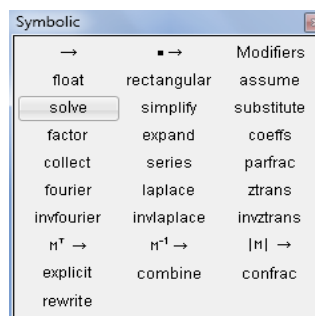
**Fig. 1:** Succesiune de comenzi aplicată pentru rezolvarea unei ecuații

După ecuație, în zona de scriere apare instrumentul *solve*. Dacă avem o ecuație cu o singură variabilă, se iese din zona de scriere apăsând tasta *Enter* sau un click în afara ferestrei. Se observă că rezultatul este automat afișat pe ecran.

Dacă în ecuație apar mai multe variabile, în fereastra de comandă, după comanda *solve* se introduce o virgulă și denumirea variabilei în funcție de care se dorește rezolvarea, după cum se prezintă în relațiile (1).



**Fig. 2:** Selecția toolbar-ului Symbolic



**Fig. 3:** Instrumentul solve

$$\frac{x+2}{3} = 5 \text{ solve} \rightarrow 13 \quad x+3y = 5 \text{ solve , } y \rightarrow \frac{5}{3} - \frac{x}{3} \quad (1)$$

### Funcția root

Funcția *root* permite determinarea unei soluții a unei ecuații algebrice  $f(x)=0$  în vecinătatea unui punct arbitrar fixat, considerat ca aproximație inițială. Sintaxa funcției este evidențiată în relația (2):

$$\text{solutie} := \text{root}(f(x), x) \quad \text{root}(\text{expresia sau numele funcției, variabila în raport cu care se rezolvă ecuația}) \quad (2)$$

Există cazuri când, datorită aproximației inițiale impuse, funcția *root* nu converge (apare mesajul de eroare "*cannot converge to a solution*"), adică în intervalul în care se caută rădăcina, ecuația nu are soluție, nu este monotonă sau are discontinuități.



Instrumentul *root* se poate utiliza și pentru determinarea rădăcinilor ecuațiilor polinomiale. Se știe că orice polinom de grad  $n$ , având rădăcinile  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , și coeficientul lui  $x^n$  este 1, se poate scrie sub forma:

$$P(x) = (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n) \quad (3)$$

Cunoscând o soluție  $x_1$  (obținută prin aplicarea funcției *root* pentru o valoare arbitrară), se poate obține o funcție  $f_2(x) = \frac{f(x)}{(x - x_1)}$ , la care aplicând din nou *root* se obține a doua rădăcină  $x_2$  a polinomului de rezolvat. În mod analog, în continuare se vor determina și restul soluțiilor.

### ***Instrumentul polyroots***

Cu ajutorul funcției *polyroots* se pot determina, într-un singur pas, toate rădăcinile unui polinom. Se consideră polinomul de grad  $n$ :

$$P(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_n \cdot x^n$$

Definim vectorul  $v$ , ca fiind vectorul coloană al coeficienților polinomului  $P(x)$ , prezentat în relația (4). Sintaxa funcției *polyroots* se prezintă în relația (5). Rezultatul obținut este tot un vector coloană, adică vectorul soluțiilor.

Vectorul  $v$  se introduce în fereastra de comandă ca un vector nou, sau se poate introduce și din meniul principal, prin succesiunea de comenzi: *Symbolics – Polynomial Coefficients*, atunci când cursorul este fixat pe variabila  $x$  în polinom.

$$v := \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} \quad (4) \quad \text{solutie} := \text{polyroots}(v) \quad (5)$$

### ***Instrucțiunea condițională if***

Instrucțiunea condițională *if* evaluează un enunț sau o expresie și decide dacă este adevărată sau falsă. În *MathCad* cu ajutorul instrucțiunii *if* avem posibilitatea de a atașa o valoare unei variabile, dacă o condiție prestabilită este satisfăcută, respectiv o altă valoare, dacă această condiție prestabilită este falsă. Sintaxa funcției este expusă în relația (6).

$$a := \text{if}(\text{cond1}, \text{val1}, \text{val2}) \quad (6)$$

Variabila  $a$  ia valoarea *val1* dacă condiția booleană *cond1* este adevărată, sau valoarea *val2* dacă condiția *cond1* este falsă.

### ***Instrucțiunea repetitivă for***

Comanda *for* execută un șir de operațiuni de un număr predefinit de ori. Pentru utilizarea instrucțiunii *for*, este necesar toolbar-ul *Programming*. În cazul în care toolbar-ul *Programming* nu este vizibil, din meniul principal se bifează *View – Toolbars – Programming*, conform Fig. 4. Apoi, se selectează butonul *for*, conform Fig. 5. Sintaxa funcției este prezentată în relația (7).

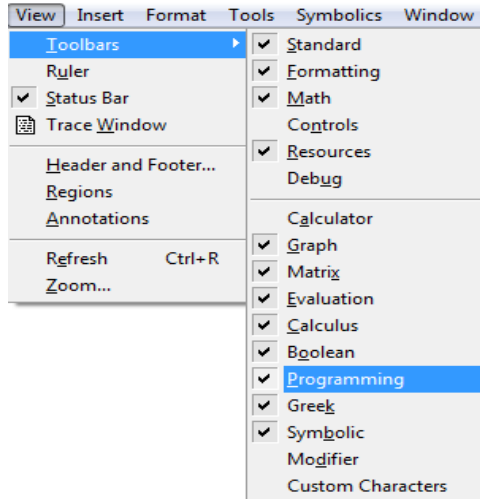


Fig. 4: Selecția toolbar-ului Programming

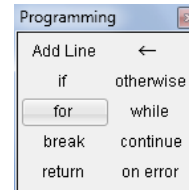


Fig. 5: Instrucțiunile de programare

$$\text{for } i \in [a, b] \quad (7)$$

În stânga operatorului  $\in$  se introduce variabila de iterat, iar în dreapta limitele intervalului care trebuie parcurs (numere întregi). În căsuța de de pe linia a doua se introduce expresia de calculat, dependentă de variabila iterativă. Când se lucrează cu operatori de programare, cum ar fi operatorul *for*, pentru atribuire se utilizează simbolul  $\leftarrow$  din toolbar-ul *Programming* în loc de operatorul  $:=$ . Pentru a introduce o nouă linie specială de programare, se apelează butonul *Add Line* din toolbar-ul de programare. În relația (8) se indică introducerea acestor operatori:

$$\text{for } i \in 0..7 \quad \left| \begin{array}{l} A_i \leftarrow 2 + i \\ A \end{array} \right. \quad (8)$$