

Modulația ASK

- *modulația cu salt de amplitudine* (Amplitude Shift Keying – ASK) este o modulație de amplitudine care implică modificarea amplitudinii unui semnal purtător (de obicei cosinusoidal), la începutul fiecărei perioade de simbol, cu o valoare ce depinde de combinația de biți de date (multibit) ce trebuie transmis.

- expresia semnalului modulat este:

$$s_{ASK}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(2\pi f_p t) \cdot u_T(t - kT_s) \quad (1)$$

unde $u_T(t)$ este impulsul treaptă-unitate cu durata de o perioadă de simbol, T_s , și este descrisă de.

$$u_T(t - kT_s) = \begin{cases} 1; & t \in [kT_s; (k+1)T_s) \\ 0; & t \notin [kT_s; (k+1)T_s) \end{cases} \quad (2)$$

punând ecuația (1) în forma

$$\begin{aligned} s_{ASK}(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot u_T(t - kT_s) \cdot \cos(2\pi f_p t) = \\ &= s_{PAM}(t) \cdot \cos(2\pi f_p t) \end{aligned} \quad (3)$$

semnalul ASK este de fapt o modulație cu bandă laterală dublă, unde semnalul modulator este un semnal PAM.

- datorită faptului că semnalul modulator, $u_T(t - kT_s)$ are forma rectangulară și durată finită în timp, transformata sa Fourier are expresia (4), care indică o lărgime de bandă teoretic infinită.

$$u_T(f) = T_s \frac{\sin \frac{\pi f}{f_s}}{\frac{\pi f}{f_s}} \quad (4)$$

- prin modularea pe semnalul purtător, de frecvență f_p , acest spectru se translatează în jurul frecvenței purtătoare. Expresia spectrului este dată în (5). *Vezi Figura 1!*

$$u_T(f - f_p) = T_s \frac{\sin \left(\frac{\pi(f - f_p)}{f_s} \right)}{\frac{\pi(f - f_p)}{f_s}} \quad (5)$$

- aceste considerații indică necesitatea filtrării semnalului modulat, pentru a-l încadra în banda de frecvență limitată a canalului de transmisie.

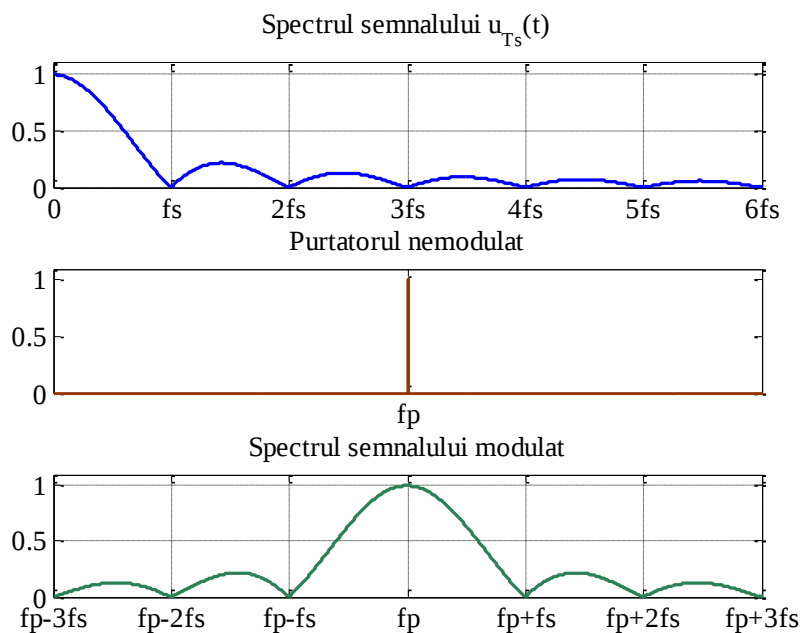


Figura 1. Spectrul semnalului ASK

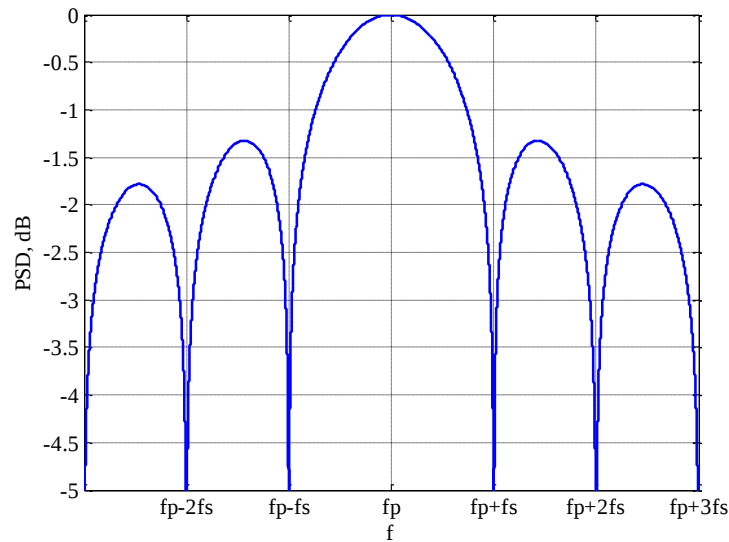


Figura 2. Distribuția spectrală de putere a semnalului ASK

- datorită limitării benzii de frecvență a impulsului treaptă unitate acesta se “dilată” în timp, generând interferența intersimbol, ISI.
 - pentru eliminarea ISI în momentele de sondare, filtrarea trebuie să se facă cu o caracteristică de filtrare de tip cosinus ridicat cu factor de exces de bandă α , conformă cu criteriul I de filtrare a lui Nyquist
 - filtrarea semnalului ASK poate fi realizată în două feluri:
 - după modularea BLD (trecere pe purtătoare) utilizând o caracteristică RRC trece-bandă, axată pe frecvența purtătoare
 - înainte de trecere pe purtătoare (în banda de bază), utilizând o caracteristică RRC trece jos. În acest caz semnalul modulator al modulației BLD este un semnal PAM cu bandă de frecvență limitată.
 - în practică este de preferat utilizarea filtrelor formatoare de tip trece jos
- schema bloc a emițătorului este prezentat în Figura 3. , iar schema bloc a demodulatorului în Figura 4.

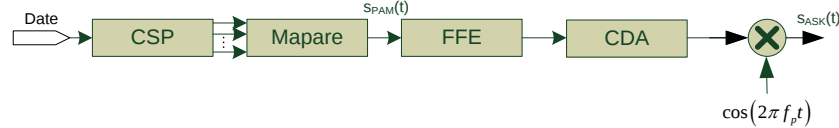


Figura 3. Schema bloc a modulatorului ASK

Expresia semnalului ASK cu banda de frecvență limitată este:

$$s_{ASK}(t) = \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot h_{FFE}(t - kT_S) \right] \cdot \cos(\omega_p t) \quad (6)$$

semnalul recepționat din canal este:

$$r_{ASK}(t) = s_{ASK}(t) + n(t) \quad (7)$$

unde $n(t)$ este zgomotul aditiv din canal.

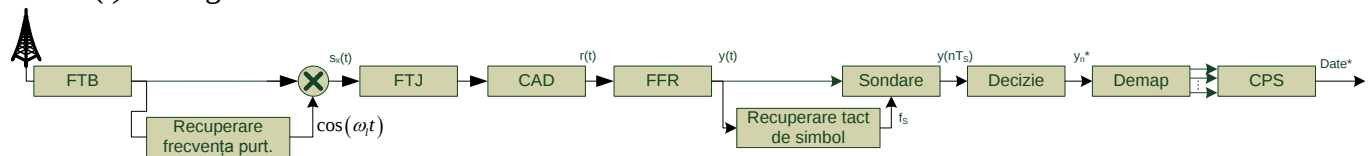


Figura 4. Schema bloc a receptorului ASK

expresia semnalului după demodularea coerentă BLD este (vezi cursul ML):

$$r(t) = \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot h_{FFE}(t - kT_S) + n(t) \right] \cdot \cos(\Delta\omega t) \quad (8)$$

unde $\Delta\omega$ este eroarea de recuperare a purtătorului local, dacă această eroare tinde la zero semnalul la intrarea demodulatorului PAM este semnal PAM afectat de zgomot aditiv. Demodularea acestui semnal este descris în cursul PAM.

Ținând cont de proprietățile zgomotului Gaussian (vezi cursul ML), performanțele modulației ASK în funcție de raportul semnal zgomot sunt identice cu performanțele modulației PAM.

Modulația de amplitudine în cuadratură – MAQ (QAM). Cu semnale modulatorie digitale

- pe lângă utilizarea sa ca atare, modulația de amplitudine în cuadratură (MAQ) s-a impus și ca o metodă (tehnică) de implementare a modulării-demodulării a altor tipuri de modulații, de amplitudine, frecvență sau fază.

Modulația de amplitudine în cuadratură - MAQ

- ecuația unui semnal modulat MAQ este de forma:

$$s_{MAQ}(t) = d_1(t) \cdot \cos(\omega_c t) - d_2(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (9)$$

în care $d_1(t)$, $d_2(t)$ sunt două semnale independente cu bandă de frecvență finită. Dacă MAQ este utilizat pentru producerea modulațiilor digitale $d_1(t)$ și $d_2(t)$ sunt două semnale obținute prin filtrarea cu un filtru formator a două semnale independente, $d_{1,k}u_{Ts}(t-kT_s)$ și $d_{2,k}u_{Ts}(t-kT_s)$ dreptunghiulare cu mai multe nivele (cum ar fi de exemplu PAM), având perioada de simbol T_s ;

- semnalele $d_1(t)$ și $d_2(t)$ sunt modulate pe purtătoare sinusoidale ortogonale (având aceeași frecvență f_c) utilizând câte o modulație BLD-PS.

- schema bloc de producere a semnalului MAQ este prezentată în Figura 5.

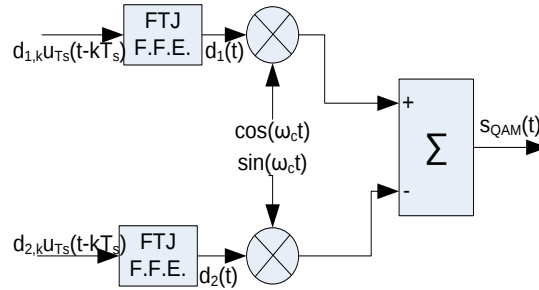


Figura 5 Schema bloc a modulatorului QAM

- semnalele modulatorie trebuie filtrate cu o caracteristică RRC-TJ, pentru a asigura (după filtrarea complementară RRC de la recepție) ISI = 0, la $t = kT_s$, și pentru a asigura performanțe optime în prezența zgomotului.

$$N_E(\omega) = N_R(\omega) = \sqrt{N(\omega)} = \begin{cases} 1; & \omega \in [0, \omega_N(1-\alpha)]; \\ \cos\left(\frac{\pi\omega}{4\omega_N\alpha} - \frac{\pi(1-\alpha)}{4\alpha}\right); & \omega \in [\omega_N(1-\alpha), \omega_N(1+\alpha)]; \\ 0; & \omega > \omega_N(1+\alpha) \end{cases} \quad (10)$$

- filtrarea, cu filtre formatoare TJ având $f_t = f_N(1+\alpha)$, furnizează semnalele modulatorie ale celor două ramuri, $d_1(t)$ și $d_2(t)$ din (9). Lărgimea de bandă și bandă de frecvență ale semnalului modulat QAM sunt date în (11) respectiv (12),

$$BF = [f_c - f_N(1+\alpha); f_c + f_N(1+\alpha)] \quad (11)$$

$$LB = 2 \cdot f_N(1+\alpha) = f_s(1+\alpha) \quad (12)$$

- pentru descrierea principiului de demodulare vom presupune că relația de fază între semnalul purtător de la emisie, de pulsație ω_p , și un semnal purtător generat local la recepție, cu pulsația ω_L , este:

$$\omega_L(t) = \omega_c t + \Delta\omega t + \Theta_0 = \omega_c t + \theta(t) \quad (13)$$

- schema bloc a receptorului MAQ este prezentată în Figura 6.

- ecuațiile ce descriu demodularea pentru cele două căi I- calea în fază, și Q- calea în cuadratură, sunt (14) și (15). Prin $i_x(t)$ și, respectiv, $q_x(t)$ s-au notat semnalele la ieșirile circuitelor multiplicatoare, iar prin $i(t)$ și $q(t)$, semnalele de la ieșirile filtrelor trece-jos, de pe cele două căi.

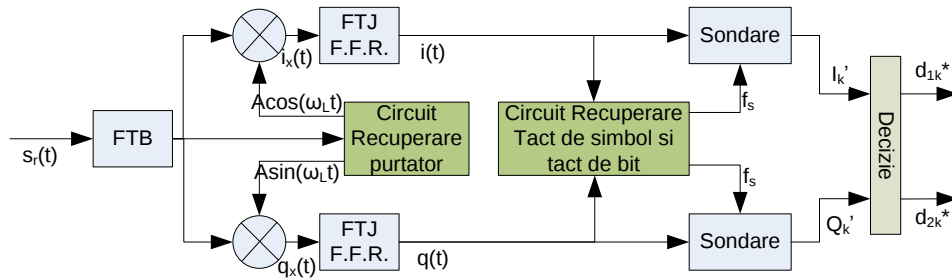


Figura 6 Schema bloc a receptorului MAQ

$$i_x(t) = \frac{r(t) A \cos(\omega_L t)}{K} = \frac{A \cdot d_1(t)}{2K} \{ \cos[\theta(t)] + \cos[2\omega_L t + \theta(t)] \} - \frac{A \cdot d_2(t)}{2K} \{ -\sin[\theta(t)] + \sin[2\omega_L t + \theta(t)] \} \quad (14)$$

$$q_x(t) = \frac{r(t) A \sin(\omega_L t)}{K} = \frac{A \cdot d_1(t)}{2K} \{ \sin(\theta(t)) + \sin[2\omega_L t + \theta(t)] \} - \frac{A \cdot d_2(t)}{2K} \{ \cos(\theta(t)) - \cos[2\omega_L t + \theta(t)] \} \quad (15)$$

- filtrele TJ suprimă componentele spectrale axate pe $2\omega_c$ iar semnalele la ieșirile lor sunt:

$$i(t) = \frac{A}{2K} \{ d_1(t) \cos[\theta(t)] + d_2(t) \sin[\theta(t)] \} \quad (16)$$

$$i(t) \rightarrow \frac{A}{2K} \cdot d_1(t) \quad \text{daca } \theta(t) \rightarrow 0$$

$$q(t) = \frac{A}{2K} \{ d_1(t) \sin[\theta(t)] - d_2(t) \cos[\theta(t)] \} \quad (17)$$

$$q(t) \rightarrow -\frac{A}{2K} \cdot d_2(t) \quad \text{daca } \theta(t) \rightarrow 0$$

- dacă circuitul de recuperare a purtătorului asigură un defazaj $\theta(t) \rightarrow 0$, atunci la ieșirile filtrelor formatoare se vor obține semnale ce au, în momentele de sondare, valori proporționale cu semnalele de date modulate.
- efectele recuperării incorecte a purtătorului pot fi deduse din relațiile (16), (17) și constau în apariția unei modulații "parazite" de amplitudine a semnalului util demodulat și sumarea, peste acesta, a semnalului modulator al canalului în cuadratură (o interferență interpuțătoare), având și el o modulație de amplitudine. De aceea, se impune ca $\theta(t) \rightarrow 0$.

- circuitul de recuperare al semnalului de tact de simbol are rolul de a sincroniza semnalele generat local, pentru canalele în fază și în cuadratură, f_{si} , f_{sc} , cu semnalele de date demodate.

- folosind tactul de simbol sincronizat, semnalele $d_1(t)$ și $d_2(t)$ sunt "citite" în momentele de sondare, momente în care nu sunt afectate de ISI, obținându-se nivelele d_{1k} și respectiv d_{2k} ,

- apoi, nivelele sunt introduse în circuitele de decizie, care comparându-le cu nivele permise, decid care din nivele permise a fost recepționat, furnizând nivele estimate d_{1k}^* și d_{2k}^*

Modulația PSK

- *modulația cu salt de fază* (Phase Shift Keying – PSK) este o modulație de fază care implică modificarea fazei unui semnal purtător, la începutul fiecărei perioade de simbol, cu o valoare ce depinde de combinația de biți de date (multibit) ce trebuie transmis.
- această modulație prezintă o bună imunitate la perturbații și distorsiuni, ocupând o bandă de frecvență relativ redusă pentru un debit binar dat.

Constelații de semnale utilizate

- Deoarece faza **nu** este o mărime absolută, fiind definită în raport cu o referință, modulația de fază este, în funcție de referința utilizată, de două tipuri:

- modulație de fază absolută, Absolute PSK (APSK), în care salturile de fază ale semnalului modulat, specifice fiecărei perioade de simbol, se fac în raport cu faza unui semnal de referință; de obicei, semnalul de referință este semnalul purtător nemodulat.
 - modulație diferențială de fază, Differential PSK (DPSK), în care salturile de fază ale semnalului modulat, specifice fiecărei perioade de simbol, se fac în raport cu faza semnalului modulat pe durata simbolului anterior.
- în Figura 7 sunt prezentate formele de undă ale unui semnal purtător cosinusoidal, cu modulație PSK în ambele variante, pentru salturile de fază de $\pi/2$, π , $\pi/2$, $3\pi/2$ și 0. Semnalul de referință pentru APSK este semnalul purtător nemodulat.

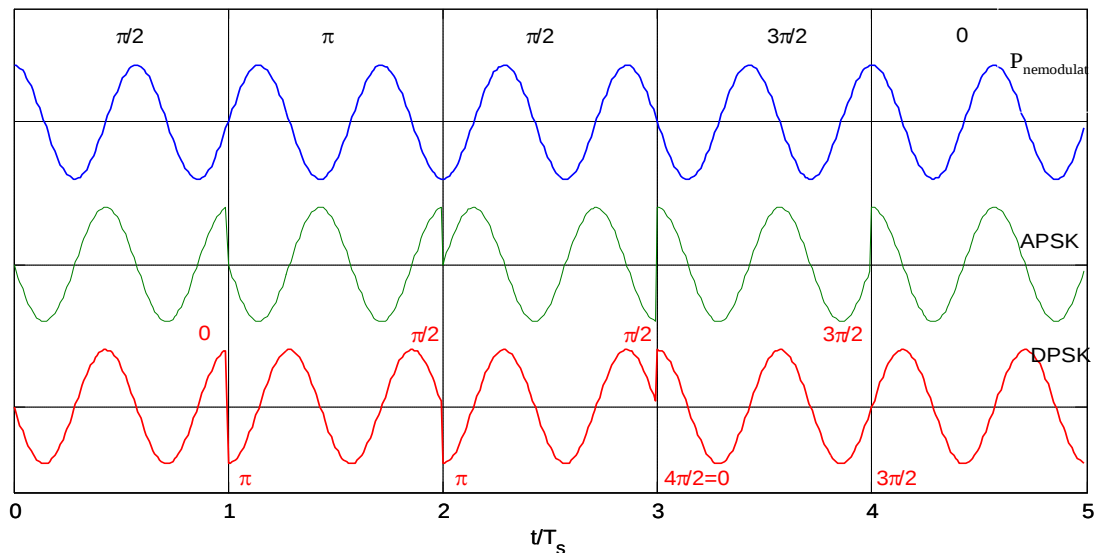


Figura 7 APSK și DPSK

- biții de date sunt grupați câte p , formând un multibit; fiecare multibit este transmis într-o perioadă de simbol, T_s .
- relațiile între perioadele de simbol și de bit respectiv între frecvențele de semnalizare (simbol) și de date (bit) sunt date de (18) respectiv (19).

$$T_s = T_{bit} \cdot p \quad (18)$$

$$f_s = \frac{f_{bit}}{p} \quad (19)$$

- numărul de nivele de fază (stări) ale semnalului modulat este:

$$M = 2^p \quad (20)$$

- viteza de semnalizare v_s , numărul de variații/secundă ale parametrului (ilor) modulat (ți) ai semnalului purtător, se măsoară în Bauds, [simboluri/sec], iar debitul D este:

$$D = v_s \cdot p; \left[\frac{\text{simboluri}}{s} \cdot \frac{\text{biti}}{\text{simbol}} = \frac{\text{biti}}{s} \right] \quad (21)$$

- mulțimea fazorilor rezultați prin modularea PSK a tuturor multibiților posibili de p biți este reprezentată în planul OXY sub forma unor constelații de semnale, vezi Figura 8.

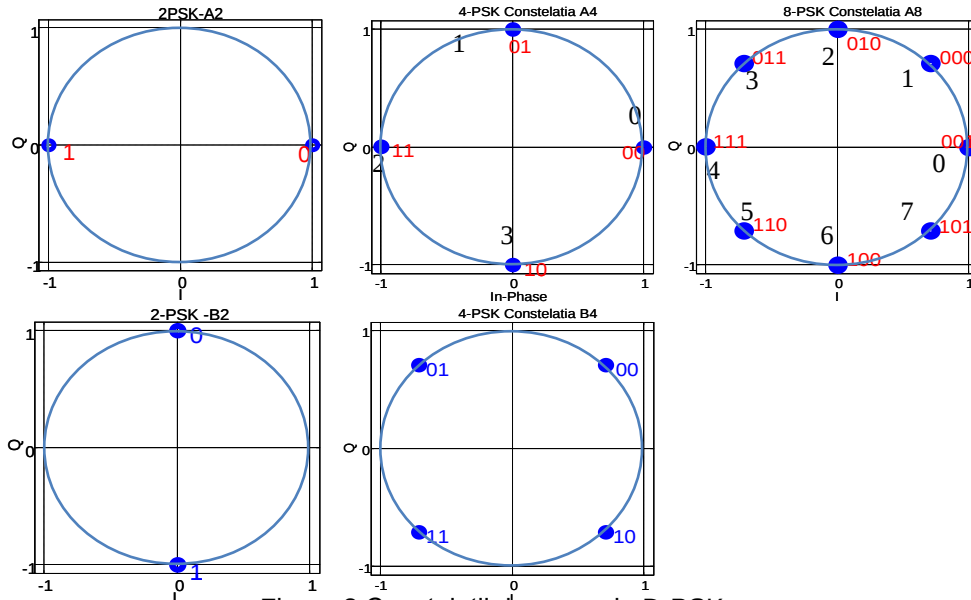


Figura 8 Constelații de semnale D-PSK

dacă privim fazorii în coordonate polare, atunci raza lor este unitară, ei fiind diferențiați de saltul de fază, $\Delta\varphi_k$, specific fiecărui multibit transmis pe durata unui simbol.

- există două tipuri de constelații utilizate pentru $p = 1$ și $p = 2$;
 - constelațiile de tip A, ce conțin saltul de fază $\Delta\varphi_k = 0^\circ$
 - constelațiile de tip B, care nu conțin acest salt de fază.
- constelațiile de tip B se obțin prin rotirea, în sens trigonometric pozitiv, a constelațiilor de tip A cu același număr de fazori, cu jumătate din diferența minimă de fază dintre fazorii acestora. În fig. 6 fiecare fazor este notat cu o etichetă zecimală, $k = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$.
- alocarea multibiților la fazorii constelației, pentru constelațiile cu 4 sau 8 fazori, se face în conformitate cu codul binar Gray, asigurându-se o distanță Hamming de 1 bit între multibiții alocați la doi fazori învecinați.
- maparea Gray reduce probabilitatea medie de eroare de bit, pentru o probabilitate de eroare de simbol dată.

Ex:- dacă considerăm în constelația A4, că eronarea fazorului 0 în fazorii 1 și 3 are loc cu aceeași probabilitate p_1 , iar eronarea fazorului 0 în fazorul 2 are loc cu probabilitatea p_2 , atunci $p_1 > p_2$. La o mapare Gray, probabilitatea medie de eronare a unui bit este dată de:

$$p_{bG} = 2 \cdot p_1 \cdot 1 + p_2 \cdot 2 \quad (22)$$

Iar probabilitatea de eronare a unui bit în cazul mapării binar-natural ($0 \leftrightarrow 00$; $1 \leftrightarrow 01$; $2 \leftrightarrow 10$; $3 \leftrightarrow 11$) este:

$$p_{bn} = p_1 \cdot 1 + p_1 \cdot 2 + p_2 \cdot 1 \quad (23)$$

- pentru o alocare multibit-fazor după codul binar natural probabilitățile p_1 și p_2 au aceleași valori ca și pentru alocarea după codul Gray.
- comparând probabilitățile de eroare de bit ale celor două modalități de mapare obținem:

$$p_{bG} - p_{bn} = p_2 - p_1 \Rightarrow p_{bG} < p_{bn} \quad (24)$$

- o demonstrație similară se poate face și pentru constelația A8.
- modul de alocare multibit-fazor poate conduce la scăderea, uneori considerabilă, a probabilității medii de eroare de bit, în condițiile aceleași complexități de realizare a echipamentului
- constelația B8, care ar implica o rotație de fază cu $45^\circ/2 = 22,5^\circ$ a fazorilor constelației A8, nu este utilizată.

Expresia semnalului modulat PSK

- expresia semnalului modulat PSK este dată de (25), în care $u_{Ts}(t-nT_s)$ reprezintă un impuls dreptunghiular de amplitudine unitară și durată T_s , indicând faptul că faza inițială a semnalului purtător $A\cos(\omega_p t)$ este φ_n pe durata celei de-a n -a perioade de simbol și numai a acesteia.

$$s_{PSK}(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} \cos(\omega_p t + \Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s); \quad (25)$$

- semnalul modulat PSK este o succesiune de semnale modulate pe câte o perioadă de simbol, salturile de

fază ale fiecărei perioade de simbol neinterferând între ele.

- modul de calcul a defazajului ϕ_n , indică tipul modulației: absolută, APSK, sau diferențială, DPSK. Expresia semnalului modulat DPSK este:

$$\begin{aligned} s_{DPSK}(t) &= A \sum_{k=0}^{\infty} \cos(\omega_p t + \sum_{q=0}^{k-1} \Delta\Phi_q + \Delta\Phi_k) \cdot u_{T_S}(t - kT_S) = \\ &= A \sum_{k=0}^{\infty} \cos(\omega_p t + \Phi_{k-1} + \Delta\Phi_k) \cdot u_{T_S}(t - kT_S) \end{aligned} \quad (26)$$

Distribuția spectrală a semnalelor PSK

- distribuția spectrală a semnalelor de tip PSK, depinde de frecvența de simbol și este exprimată de (27) pentru nivele modulatorie nefiltrate.

$$S_n(f) = \frac{A^2}{f_s} \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi(f - f_p)}{f_s}}{\frac{\pi(f - f_p)}{f_s}} \right)^2; \quad \left[\frac{V^2}{Hz} \right]; \quad (27)$$

- spectrul, reprezentat în Figura 9, prezintă un lob central, axat pe frecvența purtătoare ($k = 0$), a cărui lărgime de bandă este $2 \cdot f_s$ și a cărui valoare maximă este S_{M0} , și lobi laterali, a căror maxime $S_{M,k}$ apar la frecvențele $f_{M,k}$ și sunt date de relațiile (28) Loburile sunt delimitate de nului spectrale care apar la frecvențele $f_{m,k}$. Se observă că amplitudinile lobilor laterali scad destul de încet odată cu creșterea numărului lor de ordine.

$$f_{m,k} = f_c \pm k \cdot f_s; \quad k \neq 0;$$

$$f_{M,k} = f_c \pm \left(k \cdot f_s + \frac{f_s}{2} \right); \quad k \neq 0;$$

$$S_{M,0} = \frac{A^2}{f_s} \quad (28)$$

$$S_{M,k} = S_{M,0} \cdot \frac{4}{[(2k+1)\pi]^2}$$

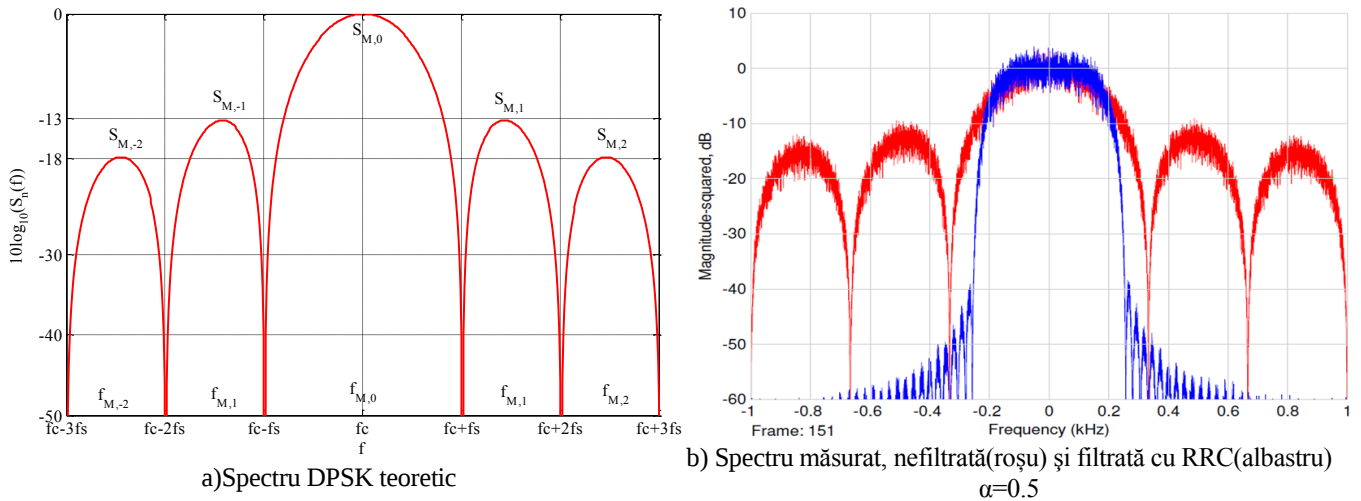


Figura 9 Distribuția densității spectrale de putere a semnalelor QPSK;

- pentru încadrarea în banda canalului, semnalul se filtrează cu o caracteristică $RRC(\alpha)$, care atenuează lobi laterali ai spectrului; semnalul filtrat (vezi Figura 9) are banda dată de (11).

Modularea DPSK utilizând tehnica MAQ

- dacă prelucrăm expresia (25) obținem expresia (29), care este reprezentarea unui semnal MAQ, dar cele două semnale modulatorie nu mai sunt semnale independente, ci satisfac condiția (30).

$$\begin{aligned}
 s_{PSK} &= \sum_{k=0}^{\infty} \cos(\omega_p t + \Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) = \\
 &= A \left[\sum_{k=0}^{\infty} \cos(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \cos(\omega_p t) - A \left[\sum_{k=0}^{\infty} \sin(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \right] \sin(\omega_p t) = \\
 &= A \left[\sum_{k=0}^{\infty} I_k \right] \cos(\omega_p t) - A \left[\sum_{k=0}^{\infty} Q_k \right] \sin(\omega_p t) =
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$I_k = A \cos(\Phi_k) u_{T_s}(t - kT_s)$$

$$Q_k = A \sin(\Phi_k) u_{T_s}(t - kT_s)$$

$$I_k^2 + Q_k^2 = 1 \cdot u_{T_s}(t - kT_s) \tag{30}$$

În cazul modulației DPSK semnalele modulatorie I_k și Q_k vor fi:

$$I_k = A \cos(\Phi_{k-1} + \Delta\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s)$$

$$Q_k = A \sin(\Phi_{k-1} + \Delta\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s)$$

Semnalul complex $s_{PSK-BB}(t) = I(t) + j \cdot Q(t)$ se numește semnalul PSK în banda de bază. Utilizând identitatea lui Euler expresia semnalului PSK în banda de bază pe o perioadă de simbol poate fi scrisă ca:

$$s_{PSK-BB_k} = A(\cos(\Phi_k) + j \cdot \sin(\Phi_k)) \cdot u_{T_s}(t - kT_s) = A \cdot e^{j\Phi_k} \cdot u_{T_s}(t - kT_s)$$

Obs: Punctele constelațiilor prezentate în Figura 8 reprezintă reprezentarea semnalului PSK în banda de bază în planul complex.

Ex: ca exemplu, vom prezenta generarea constelației A4 cu modulația DPSK, reprezentată în Figura 10. În Tabel 1 sunt prezentate salturile de fază corespunzătoare dibitului de intrare $\Delta\Phi_k$, valorile semnalelor modulatorie I_k și Q_k , valorile dibitului de intrare a_1a_0 și ale dibitului după conversia Gray-natural (CGN), b_1b_0 , dibit care se obține cu relația:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= a_0 \oplus a_1; \\
 b_1 &= a_1;
 \end{aligned} \tag{31}$$

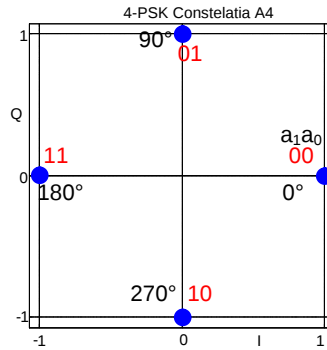


Figura 10 Constelația de semnale A4

a_1a_0	b_1b_0	I_k	Q_k	$\Delta\Phi_k$
00	00	+1	0	0°
01	01	0	+1	90°
11	10	-1	0	180°
10	11	0	-1	270°

Tabel 1 Valorile semnalelor în punctele principale ale codorului DPSK-A4 pentru $c_1^{k-1} c_0^{k-1} = 00$

- Utilizând metoda QAM se generează o modulație absolută de fază, deoarece faza purtătorului se va modifica în raport cu faza purtătorului nemodulat.
- De cele mai multe ori în literatură modulația APSK cu patru fazori (variantă A sau B) este denumită modulație QPSK.
- pentru transformarea acestei modulații într-una diferențială de fază, este necesară modificarea fazei absolute a semnalului modulat conform relației (32),

$$\Phi_k = (\Phi_{k-1} + \Delta\Phi_k)_{\text{mod } 360^\circ} \tag{32}$$

- deoarece toate $\Delta\Phi_k$ sunt multipli de 90° , (32) poate fi pusă sub forma:

$$\Phi_k = N_k \cdot 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Phi_k = (N_{k-1} \cdot 90^\circ + \Delta N_k \cdot 90^\circ)_{\text{mod } 360^\circ} \Leftrightarrow N_k = (N_{k-1} + \Delta N_k)_{\text{mod } 4}$$
(33)

- presupunând că numerele N_k și ΔN_k sunt reprezentate sub formă binară de către diibiții $c_1^k c_0^k$ și respectiv $b_1^k b_0^k$, rezultă că ecuația (33) se poate rescrie sub forma :

$$c_1^k c_0^k = (c_1^{k-1} c_0^{k-1} + b_1^{k-1} b_0^{k-1})$$
(34)

- (33) și (34) arată că pentru a obține o modulație DPSK, dibitul cu care se comandă blocul de mapare se obține prin precodarea diferențială a dibitului modulator de date, după conversia Gray - Natural.

- schema bloc a modulatorului DPSK, realizat prin tehnica MAQ, este prezentată în Figura 11.

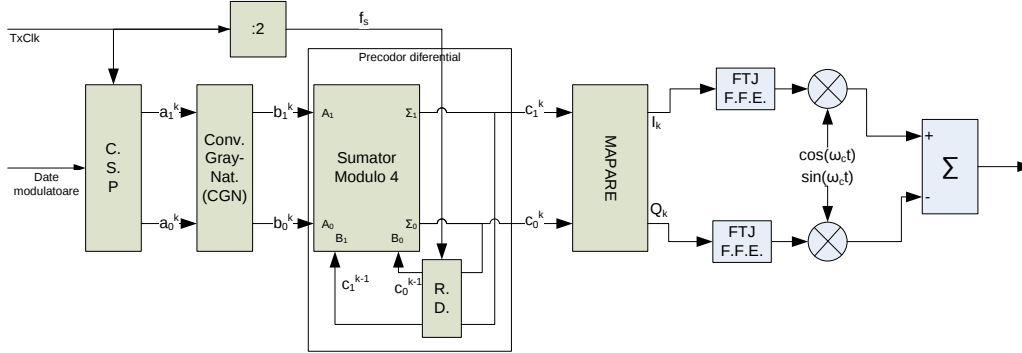


Figura 11 Schema bloc a modulatorului DPSK realizat prin tehnica MAQ -DQPSK

- pentru limitarea benzii semnalului modulator și eliminarea ISI în momentele de sondare, semnalele I_k și Q_k vor fi filtrate TJ cu o caracteristică RRC, filtru numit *Filtru Formator de la Emisie* - FFE.

- după filtrare se obțin semnalele nodulatoare continue $I(t)$ și $Q(t)$.

- expresia semnalului modulat transmis în linie este:

$$s_{DPSK}(t) = I(t) \cos(\omega_c t) - Q(t) \sin(\omega_c t)$$

$$I(t) = A \cos(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s)_{\text{filtrat}} ;$$

$$Q(t) = A \sin(\Phi_k) \cdot u_{T_s}(t - kT_s)_{\text{filtrat}} ;$$
(35)

- la implementarea pe procesor de semnal (implementare „digitală”) la ieșire convertorului D-A este necesar un filtru trece-jos (*anti-alias*) analog pentru refacerea semnalului continuu în timp din semnalul eșantionat, acest filtru trece jos trebuie să aibă o caracteristică de atenuare constantă și o caracteristică de fază liniar variabilă în banda semnalului modulat, altfel nu se va putea asigura caracteristica Nyquist în receptor.

Producerea celorlalte constelații DPSK cu ajutorul tehnicii QAM

Constelațiile A2 și B2

- deoarece aceste constelații implică salturi de fază $\Delta\Phi_k=0^\circ$ sau 180° și respectiv, $\Delta\Phi_k=+/-90^\circ$, care le definesc fazorii, expresiile semnalului 2-PSK, devin:

$$s_{PSK-A2}(t) = \pm A \sum_{k=0}^{\infty} \cos(\omega_p t) u_{T_s}(t - kT_s) ;$$

$$s_{PSK-B2}(t) = \pm A \sum_{k=0}^{\infty} \sin(\omega_p t) u_{T_s}(t - kT_s) ;$$
(36)

- valorile nivelelor modulatorare I_k și Q_k ale lui A2 și B2 sunt prezentate în Tabel 2.

- modularea, demodularea și schemele bloc ale tuturor prelucrărilor rămân aceleași cu cele din paragraful anterior, cu excepția precodării diferențiale, unde sumarea se face modulo 2 pe un bit.

Constelație	Bit	I_k	Q_k
A2	0	+1	0
A2	1	-1	0
B2	0	0	+1
B2	1	0	-1

Tabel 2 Valorile lui I_k și Q_k pentru constelațiile A2 și B2

Constelația B4

- generarea constelației B4 implică efectuarea unei precodări diferențiale modulo 8 pe trei biți.
- dibitul b_1b_0 rezultat după conversia Gray-natural este convertit în tribitul $c_2c_1c_0$, în care:

$$\begin{aligned} c_2^k &= b_1^k \\ c_1^k &= b_0^k \\ c_0^k &= "1" \end{aligned} \quad (37)$$

- setarea bitului $c_0 = "1"$ este echivalentă cu rotația de 45° , impusă de această constelație.
- Tribitul $c_2c_1c_0$ este utilizat pentru generarea nivelelor ce trebuie atribuite semnalelor I_k și Q_k , care sunt date în Tabel 3.

Dibit→	00	01	10	11
I_k	$+\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$+\sqrt{2}/2$
Q_k	$+\sqrt{2}/2$	$+\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$

Tabel 3 Valorile I_k și Q_k pentru constelația B4

- restul operațiilor necesare modulării-demodulării acestei constelații cu ajutorul tehnicii MAQ, sunt identice cu cele ale constelației A4 (QPSK), cu mențiunea că și decodarea diferențială trebuie efectuată modulo 8, pe trei biți.
- după demapare și decodarea diferențială, doar cei mai semnificativi doi biți, care corespund salturilor de $k \cdot 90^\circ$, vor fi utilizați pentru operațiile ulterioare.

Constelația A8

- modularea-demodularea lui A8 sunt implementate similar cu cele ale lui A4 cu următoarele diferențe:
- valorile semnalelor I_k și Q_k , în funcție de valorile tribitului de date $c_2c_1c_0$ sunt date în Tabel 4
- sumarea din cadrul precodării-decodării diferențiale se face modulo 8 pe trei biți.

$c_2c_1c_0 \rightarrow$	000	001	010	011	100	101	110	111
I_k	$+\sqrt{2}/2$	$+1$	$-\sqrt{2}/2$	0	$-\sqrt{2}/2$	-1	$+\sqrt{2}/2$	0
Q_k	$+\sqrt{2}/2$	0	$+\sqrt{2}/2$	$+1$	$-\sqrt{2}/2$	0	$-\sqrt{2}/2$	-1

Tabel 4 Valorile nivelelor I_k și Q_k pentru constelația A8.**Filtrarea semnalului modulat PSK**

- deoarece semnalul QAM este un semnal ML modulat cu semnale modulatorie rectangulare, limitarea benzii trebuie realizată cu o caracteristică RRC.

Principal, aceasta poate fi implementată în două variante:

- filtrare trece-bandă, plasată pe ambele ramuri după înmulțirea cu semnalele purtătoare sau după sumatorul de ieșire; - în practică nu se utilizează această variantă
 - filtrare trece-jos, aplicată semnalelor rectangulare I_k , Q_k la ieșirea din codor. Această metodă este preferată în majoritatea aplicațiilor.
- pentru o mai bună comportare în prezența zgomotului, caracteristica de filtrare $N(\omega)$ trebuie repartizată în mod egal între emisie și recepție;
 - semnalul este filtrat atât la emisie cât și la recepție, cu câte o caracteristică de tip RRC-TB, vezi (38).

$$X_E(\omega) = X_R(\omega) = \sqrt{X_\alpha(\omega)} = \begin{cases} 1 & \omega \in B_T \\ \cos\left(\frac{\pi(\omega - \omega_p)}{4\omega_N\alpha} - \frac{\pi(1-\alpha)}{4\alpha}\right) & \omega \in B_o \\ 0 & 0 \text{ in rest} \end{cases} \quad (38)$$

$$B_T = [\omega_p - \omega_N(1-\alpha), \omega_p + \omega_N(1-\alpha)]$$

$$B_o = [\omega_p - \omega_N(1+\alpha), \omega_p - \omega_N(1-\alpha)] \cup [\omega_p + \omega_N(1-\alpha), \omega_p + \omega_N(1+\alpha)];$$

Efectele filtrării semnalelor modulate PSK

- scopurile filtrării cu caracteristica globală în cosinus ridicat sunt:
 - limitarea benzii de frecvențe a semnalului modulat, și

- anularea ISI în momentele de sondare.

- dacă modularea se face la începutul perioadei de simbol, indicat de frontul negativ al tactului de simbol cu frecvența f_s , atunci, datorită caracteristicii $\tau_g(f)$ a acestui filtru, momentele de sondare coincid cu mijlocul perioadei de simbol, respectiv cu frontul pozitiv al tactului cu frecvența f_s

- pentru a analiza efectele filtrării semnalului modulat asupra fazei, frecvenței instantanee și amplitudinii sale, vom considera că faza semnalului suferă la începutul perioadei de simbol un salt de fază de la 0° , la $\Delta\Phi_n$. Notând cu $\theta(t)$ variația fazei datorită modulării, semnalul modulat va fi de forma:

$$s(t) = A \cos(\omega_p t + \theta(t));$$

$$\theta(t) = \Delta\Phi_n \cdot u_T \left(t + \frac{T}{2} - nT \right) = \begin{cases} \Delta\Phi_n; & t \in \left[nT - \frac{T}{2}; nT + \frac{T}{2} \right] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \quad (39)$$

- teoria arată că în urma filtrării, faza instantanee $\varphi(t)$ a semnalului modulat variază continuu, având expresia (40), în care cu $x(t)$ s-a notat răspunsul la impuls al filtrului cu caracteristică în cosinus ridicat; referința de timp este considerată momentul de sondare $t = 0$.

$$\varphi(t) = \arctan \frac{\sin \Delta\Phi_n}{\frac{1}{x(t)} - 2 \sin^2 \frac{\Delta\Phi_n}{2}}; \quad (40)$$

- reprezentarea grafică a acestei variații arată că în toate momentele de sondare, $t = kT_s$, cu excepția momentului principal de sondare $t = 0$, faza instantanee e nulă.

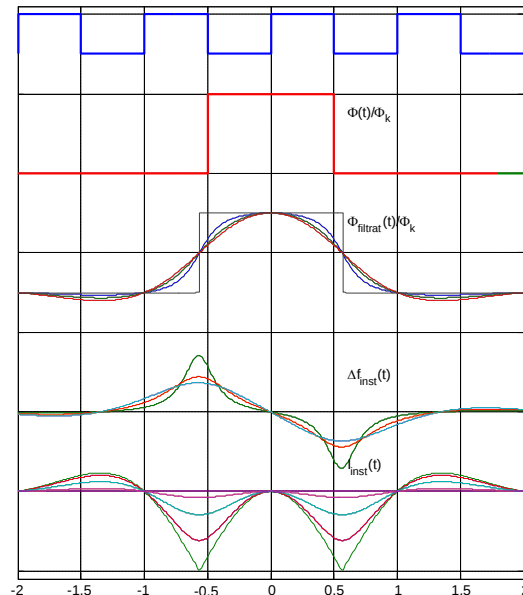


Figura 12 Efectele filtrării semnalului PSK

- în momentul principal de sondare faza $\varphi(t)$ atinge valoarea nominală a saltului de fază al simbolului respectiv, $\Delta\Phi_n$. Aceasta arată că s-a eliminat ISI în domeniul fazei, deci că, în fiecare moment de sondare și numai atunci, faza instantanee are valoarea saltului de fază al unui simbol și nu e afectată de "dilatarea" în timp a variației de fază introduse în alte perioade de simbol.

- Figura 12 prezintă variația fazei instantanee pentru $\Delta\Phi_n = k2\pi/8$, $k \in \{1, \dots, 4\}$. Pentru $\Delta\Phi_n = \pi$, variația fazei instantanee e aproape rectangulară, iar pentru $\Delta\Phi_n = 0$, aceasta e nulă.

- legea de variație a frecvenței instantanee $f_i(t)$ în urma filtrării poate fi obținută din legea de variație a lui $\varphi(t)$, ținând cont de:

$$f_{in}(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (41)$$

- o determinare mai simplă a curbei de variație a lui $f_i(t)$ se poate face derivând grafic curba de variație a lui $\varphi(t)$. Punctele de inflexiune ale lui $\varphi(t)$ vor deveni puncte de extrem pentru funcția derivată; monotonia funcției derivate poate fi dedusă din concavitatea/convexitatea funcției $\varphi(t)$, iar semnul funcției derivate, din monotonia funcției $\varphi(t)$, rezultând graficul variației deviației frecvenței instantanee față de frecvența

purătoarei, grafic prezentat în Figura 12.

- amplitudinea semnalului modulat după filtrare nu mai e constantă, ci variază în timp, expresia anvelopei semnalului modulat fiind:

$$I(t) = A \cdot \sqrt{1 - 4 \sin^2 \frac{\Delta\Phi_n}{2} \cdot x(t) [1 - x(t)]} \quad (42)$$

- relația (42) reprezentată pe ultima axă a Figura 12, arată că anvelopa semnalului modulat filtrat are valoarea nominală la momentul de sondare. Valorile minime ale anvelopei au expresia dată în (43). Pentru $\Delta\Phi_n = k \cdot 2\pi/8$, $k \in \{0, \dots, 7\}$ aceste minime au cinci valori posibile, 1, 0.92, 0.707, 0.38, 0, care au fost reprezentate în Figura 12.

$$I_{\min} = A \left| \cos \frac{\Delta\Phi_N}{2} \right| \quad (43)$$

- pentru $\Delta\Phi_n = 0^\circ$ variațiile fazei și frecvenței instantanee și amplitudinii sunt nule.

- rezumând, scopurile filtrării semnalului modulat DPSK cu filtrul cosinus ridicat sunt:

- reducerea benzii de frecvențe ocupate;
- anularea ISI în momentele de sondare;

- efectele filtrării semnalului modulat DPSK cu caracteristica cosinus ridicat sunt:

- deplasarea momentului de sondare cu o jumătate de perioadă de simbol față de momentul modulării;
- variația continuă a fazei instantanee, cu maxime egale cu saltul nominal de fază în momentele de sondare;
- variația continuă a frecvenței instantanee;
- apariția unei modulații "parazite" de amplitudine.