Modulaţia combinată ASK+PSK (QAM)

- Utilizarea independentă a modulaţiilor ASK sau PSK pentru M ≥ 8 fazori ar fi posibilă numai în canale de comunicaţii cu un raport semnal zgomot ridicat (la SNR scăzut creşte probabilitatea de eroare).
- modulaţia combinată de amplitudine şi fază, ASK+PSK asigură performanţe BER mai bune decât modulaţiile ASK sau PSK.
- Semnalele modulate sunt generate şi demodulate prin utilizarea modulaţiei de amplitudine în cuadratură, → constelaţiile respectiv modulaţiile ASK+PSK sunt denumite şi constelaţii, respectiv modulaţie, QAM.

Expresia semnalului modulat ASK+PSK

- A+PSK – *modulaţie cu salt de amplitudine şi fază*, în care amplitudinea şi faza semnalului purtător aparţin câte unui set finit de valori, A şi Φ.
- valorile luate de cei doi parametri ai purtătorului rămân constante pe durata unei perioade de simbol T_S, fiind dictate de combinaţia de biţi (multibitul) modulator transmis în acea perioadă de simbol.
- expresia semnalului QAM este dată de relaţia (1), în care amplitudinea şi variaţia de fază în cea de-a *k*-a perioadă de simbol au fost notate cu A_k şi Φ_k, V_0 este amplitudinea semnalului purtător, iar V_r este tensiunea de referinţă a circuitului multiplicator.

$$s_{QAM}(t)=\frac{V_0}{V_r}\sum_{k=0}^{\infty}A_k\cdot\cos\left(\omega_p t+\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right); \qquad (1)$$

- semnalul ASK+PSK poate fi exprimat ca:

$$\begin{aligned}
s_{QAM}(t)&=\frac{V_0}{V_r}\sum_{k=0}^{\infty}A_k\cdot\cos\left(\omega_p t+\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)=\\
&=\frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty}A_k\cdot\cos\left(\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)\right]\cdot\cos\left(\omega_p t\right)-\frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty}A_k\cdot\sin\left(\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)\right]\cdot\sin\left(\omega_p t\right)= \qquad (2)\\
&=\frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty}I_k\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)\right]\cdot\cos\left(\omega_p t\right)-\frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty}Q_k\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)\right]\cdot\sin\left(\omega_p t\right)
\end{aligned}$$

- semnalul (nefiltrat) pe durata unei perioade de simbol poate fi pus sub forma:

$$\begin{aligned}
s_{MAQk}(t)&=\frac{\left[V_0A_k\cos\left(\Phi_k\right)u_{T_s}\left(t-kT_S\right)\cos\left(\omega_p t\right)-V_0A_k\sin\left(\Phi_k\right)u_{T_s}\left(t-kT_S\right)\sin\left(\omega_p t\right)\right]}{V_r}= \qquad (3)\\
&=I_k\cos\left(\omega_p t\right)-Q_k\sin\left(\omega_p t\right)
\end{aligned}$$

- pe baza relaţiei (3) simbolurile din alfabetul canalului pot fi reprezentate în coordonatele carteziene I_k şi Q_k, într-un sistem de axe ortogonale format de cele două semnale purtătoare, cosinus, considerat referinţă de fază şi sinus, semnal în cuadratură.
- coordonatele I_k şi Q_k nu sunt independente, ci satisfac relaţia:

$$A_k^2=I_k^2+Q_k^2 \qquad (4)$$

- semnalele modulatoare ale modulației MAQ pot fi exprimate sub forma unui semnal complex:

$$\begin{aligned}
c_k&=I_k+jQ_k=A_k\cos\left(\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)+jA_k\sin\left(\Phi_k\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)=\\
&=A_k\left(\cos\left(\Phi_k\right)+j\sin\left(\Phi_k\right)\right)\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)= \qquad (5)\\
&=A_ke^{j\Phi_k}\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)
\end{aligned}$$

- semnalul complex c(t) descris de relația (6) se numește *semnalul complex modulat ASK+PSK în banda de bază*

$$c(t)=\sum_{k=0}^{\infty}A_ke^{j\Phi_k}\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right) \qquad (6)$$

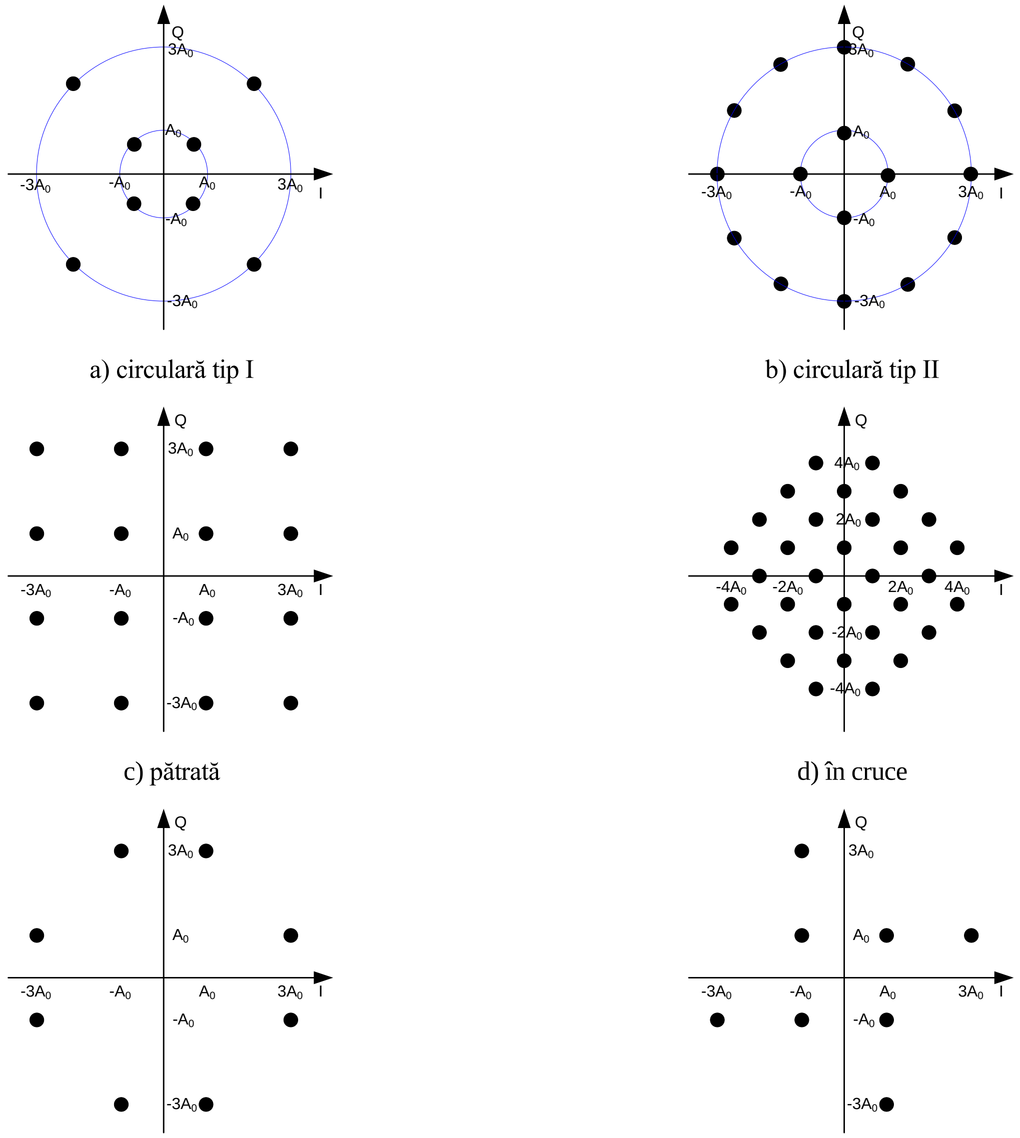
- pe baza (5) relația (2) poate fi rescris ca:

$$\begin{aligned} s_{QAM}(t) &= \frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty} I_k\right]\cdot\cos\left(\omega_p t\right) - \frac{V_0}{V_r}\left[\sum_{k=0}^{\infty} Q_k\right]\cdot\sin\left(\omega_p t\right) = \\ &= \Re e\left(\left[\sum_{k=0}^{\infty}\left(I_k + jQ_k\right)\right]\cdot\left[\frac{V_0}{V_r}\cos\left(\omega_p t\right) + j\frac{V_0}{V_r}\sin\left(\omega_p t\right)\right]\right) = \\ &= \Re e\left(\frac{V_0}{V_r}\sum_{k=0}^{\infty}\left(A_k e^{j\Phi_k}\cdot u_{T_S}\left(t-kT_s\right)\right)\cdot e^{j\omega_p t}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

- în relația (7) semnalul complex $V_0 e^{j\omega_p t}$ se *numește purtătorul complex.*

Tipuri de constelaţii de semnale ASK+PSK. Parametrii constelaţiilor

- *constelaţia* este formată din mulţimea combinaţiilor de fază şi amplitudine (A_k Φ_k) utilizate, respectiv din regula de asociere a cuvintelor binare de *p* biţi la combinaţiile (A_k Φ_k). Elementele mulţimii cu combinaţiile (A_k Φ_k) sunt numite şi *fazori*. Constelaţia utilizată pentru o transmisie cu *p* biţi pe simbol trebuie să fie formată din M=2^p fazori.
- clasificarea constelaţiilor se poate face după modul de dispunere a fazorilor.
- cele mai utilizate tipuri de constelaţii sunt prezentate în Figura 1, A_0 este unitatea elementară a amplitudinii celor două semnale modulatoare I_k şi Q_k.
- există două tipuri de constelaţii circulare, de tip I şi II (a. şi b.), constelaţii pătrate, c. şi constelaţii „în cruce", d. în Figura 1.



a) circulară tip I

b) circulară tip II

c) pătrată

d) în cruce

d) 8QAM-circular

e) 8QAM – stea

Figura 1 Principalele tipuri de constelaţii QAM

- distanţa euclidiană dintre doi fazori, f_i şi f_j, se obţine cu relaţia:

$$d_E\left(f_i, f_j\right)=\sqrt{\left|f_i-f_j\right|^2}=\sqrt{\left(I_i-I_j\right)^2+\left(Q_i-Q_j\right)^2};\quad i\neq j;\quad i,j\in\{1,..,\mathrm{M}\};\tag{8}$$

- *Parametrii constelaţiilor de semnale* sunt:

1. **Numărul de fazori ai constelaţiei M.**
2. **Numărul de biţi/simbol p**, care indică numărul biţilor "transportaţi" de un fazor într-o perioadă de simbol. Între cele două mărimi există relaţia:

$$M=2^p\tag{9}$$

- debitul binar *D* al transmisiei, în funcţie de viteza telegrafică v_t, care este numeric egală cu frecvenţa de simbol f_s:

$$D_{\left[\frac{biti}{s}\right]}=v_{t\left[\frac{simb}{s}\right]}\cdot p_{\left[\frac{biti}{simb}\right]}\tag{10}$$

3. **Puterea medie a fazorilor din constelaţie** :

$$P_m=\frac{\sum_{k=1}^{M}P_{s,k}}{M}=\frac{\sum_{k=1}^{M}\left(I_k^2+Q_k^2\right)}{2M};\tag{11}$$

4. **Puterea de vârf a fazorilor constelaţiei** (12) – trebuie să fie cât mai mică, pentru o P_m impusă.

$$P_v=\max_{k\in\{1,\dots,M\}}\left(P_{s,k}\right)\tag{12}$$

5. **Factorul PAPR** - raportul între puterea de vârf şi cea medie - trebuie să fie cât mai apropiat de unitate pentru a reduce nivelul distorsiunilor neliniare introduse de amplificatoarele finale de radiofrecvenţă. Este exprimat sub formă logaritmică:

$$PAPR=10\cdot\lg\left(\frac{P_V}{P_m}\right)_{[dB]}\tag{13}$$

6. **Distanţa euclidiană minimă între fazorii constelaţiei Δ_0**, definită de:

$$\Delta_0=\min_{\substack{i,j\in\{1,\dots,M\}\\ i\neq j}}\left(d_E\left(f_i,f_j\right)\right)\tag{14}$$

- Δ_0 - influenţează probabilitatea de eroare de simbol. Dar mărirea Δ_0 poate fi realizată doar în limitele impuse de păstrarea unei valori acceptabile a *PAPR* şi a unei valori impuse a puterii medii P_m → valoarea lui Δ_0 - compromis între o valoare mare, impusă de scăderea probabilității de eroare, şi o valoare mai redusă, impusă de o valoare redusă a PAPR.
- valoarea *PAPR*, pentru P_m şi Δ_0 impuse, depinde şi de forma constelaţiei.

7. **Factorul de eficienţă spectrală β_w**, reprezintă raportul între debitul binar al transmisiei şi lărgimea de bandă ocupată de semnalul modulat filtrat (15).

- deoarece semnalele modulate ASK+PSK sunt filtrate cu o caracteristică (R)RC cu factorul de exces de bandă α, lărgimea de bandă ocupată este similară cu cea a semnalelor PSK. Factorul β_w al transmisiilor QAM se calculează cu relaţia .

$$\beta_w=\frac{D}{LB};\left[\frac{bit/s}{Hz}\right]\tag{15}$$

$$\beta_w=\frac{v_t\cdot p}{f_s\left(1+\alpha\right)}=\frac{p}{1+\alpha};\left[\frac{bit/s}{Hz}\right]\tag{16}$$

8. **Factorul de susceptibilitate la perturbaţii S** - (17), este folosit [frie], ca o măsură calitativă a robusteţii unei constelaţii faţă de perturbaţiile şi distorsiunile canalului. O constelaţie este cu atât mai puţin sensibilă la perturbaţii, cu cât valoarea acestui factor este mai mică.

$$S = \frac{P_m}{\Delta_0^2} \tag{17}$$

Definirea constelaţiilor ASK+PSK

- din (3) → fazorii sunt definiţi de coordonatele I_k şi Q_k.
- fiecare din cele două purtătoare în cuadratură este modulată ASK (modulaţie cu salt de amplitudine);
    - pentru a asigura BLD-PS (distribuţia optimă a puterii), coordonatele fazorilor trebuie să aibă medie nulă
- modul de generare a coordonatelor este specific fiecărui tip de constelaţie menţionat mai sus.
- pentru o **constelaţie pătrată**, numărul de biţi/simbol trebuie să fie par, iar între numărul de fazori şi numărul de biţi/simbol există relaţia:

$$M = 2^p = \left(2^{\frac{p}{2}}\right)^2 = L^2; \tag{18}$$

- → pentru o constelaţie pătrată, numărul de nivele pe fiecare axă (I sau Q) trebuie să fie:

$$L = \sqrt{M} = 2^{\frac{p}{2}} \tag{19}$$

- modul de generare a unor nivele simetrice cu separaţia $2A_0$, pentru a obţine L nivele de medie nulă:

$$\begin{aligned} I_k\left(i_I\right) &= \left(2i_I + 1 - L\right)A_0 \quad i_I = 0,1,\ldots,L-1 \\ Q_k\left(i_Q\right) &= \left(2i_Q + 1 - L\right)A_0 \quad i_Q = 0,1,\ldots,L-1 \end{aligned} \tag{20}$$

- aplicând (20) pe fiecare axă, coordonatele fazorilor unei constelaţii pătrate sunt perechile (I_k, Q_k), adică elementele produsului cartezian $\{I_k(i_I) \times Q_k(i_Q)\}$.
- distanţa euclidiană minimă între fazorii unei constelaţii pătrate este:

$$\Delta_0 = 2A_0 \tag{21}$$

- P_m a semnalului modulat cu fazorii unei constelaţii pătrate este suma puterilor medii (egale între ele) ale celor două semnale modulate pe purtătoarele în cuadratură (22), unde *p* - numărul de biţi/simbol, *A* – amplitudinea semnalelor purtătoare, V_r - valoarea tensiunii de referinţă a circuitului multiplicator.

$$P_m = P_I + P_Q = \frac{2A_0^2(L^2-1)}{3} \cdot \frac{A^2}{2V_r^2} = \left.\frac{A_0^2(2^p-1)}{3}\right|_{A=V_r}; \tag{22}$$

- P_v a semnalului modulat pe semnalele purtătoare este:

$$P_v = \left(I_{\max}^2 + Q_{\max}^2\right)\cdot\frac{A^2}{2V_r^2} = 2I_{\max}^2\cdot\frac{A^2}{2V_r^2} = \left.\left(2^{\frac{p}{2}}-1\right)^2\cdot A_0^2\right|_{A=V_r} \tag{23}$$

- raportul P_v/P_m şi PAPR ale semnalelor modulate cu fazorii unei constelaţii pătrate sunt:

$$\mathrm{PAPR} = 10\lg\left(\frac{\mathrm{P_v}}{\mathrm{P_m}}\right) = 10\lg\frac{3\cdot\left(2^{\frac{p}{2}}-1\right)}{\left(2^{\frac{p}{2}}+1\right)}; \tag{24}$$

- (24) arată că P_v/P_m (PAPR) creşte cu creşterea lui *p*, de la 1,8 (2,55 dB) pentru p = 4 (16 QAM) până la 3 (4,77 dB), pentru $p \to \infty$.
- cele mai utilizate constelaţii pătrate sunt 16-QAM, $I_{max} = Q_{max} = +/-3A_0$, 64-QAM, $I_{max} = Q_{max} = +/-7A_0$, 256-QAM, $I_{max} = Q_{max} = +/-15A_0$ şi 1024-QAM, având $I_{max} = Q_{max} = +/-31A_0$.
- **constelaţiile „în cruce - cross”** se obţin din constelaţii pătrate care au un număr M' de fazori din care se elimină un număr P de fazori aflaţi în cele patru colţuri, pentru a se obţine numărul de fazori M, care nu este pătrat perfect, dar este o putere impară a lui 2;
- distanţa minimă între doi fazori va fi:

$$\Delta_0 = \sqrt{2} \cdot A_0 \tag{25}$$

- cele mai utilizate constelaţii "în cruce" sunt 32-QAM, $I_{max} = Q_{max} = +/-5A_0$ şi 128-QAM, $I_{max} = Q_{max} = +/-9A_0$.
- P_v şi P_m ale semnalelor modulate cu constelaţii „în cruce" se calculează utilizând (12) şi (11).
- tabelul 1 prezintă caracteristicile constelaţiilor QAM pătrate şi "în cruce", $M \leq 256$

M-QAM	**4**	**8**-circular	**8**-stea	**16**	**32**	**64**	**128**	**256**
p-bit/simb.	2	3	3	4	5	6	7	8
P_v	$0{,}5\ A_0^2$	$5\ A_0^2$	$5\ A_0^2$	$9\ A_0^2$	$8{,}5\ A_0^2$	$49\ A_0^2$	$42{,}5\ A_0^2$	$225\ A_0^2$
P_m	$0{,}5\ A_0^2$	$5\ A_0^2$	$3\ A_0^2$	$5\ A_0^2$	$5\ A_0^2$	$21\ A_0^2$	$20{,}5\ A_0^2$	$85\ A_0^2$
PAPR [dB]	0	0	2.21	2,6	2,3	3,7	3,3	4,22
Δ_0	$\sqrt{2}\ A_0$	$2\ A_0$	$2\ A_0$	$2\ A_0$	$\sqrt{2}\ A_0$	$2\ A_0$	$\sqrt{2}\ A_0$	$2\ A_0$
S	0,25	1,25	0.75	1,25	2,5	5,25	10,25	21,25

Tabel 1 caracteristicile constelaţiilor QAM

- Pentru comparaţie, tabelul conţine şi parametrii constelaţiei QPSK (DPSK-A4).

Comentarii:

- repartizarea fazorilor în constelaţiile "în cruce" şi modul de calcul al coordonatelor acestora, urmăreşte reducea P_m şi P_v la valori comparabile cu cele ale constelaţiei pătrate imediat inferioare, cu condiţia folosirii unor coordonate întregi, pentru a putea încadra nivelul de putere al semnalului modulat în limitele impuse de canalele de transmisie, iar pentru canalele radio pentru a asigura un factor PAPR cât mai redus posibil.
- îndeplinirea acestei cerinţe conduce la o Δ_0 mai mică de $\sqrt{2}$ ori decât cea a constelaţiilor pare, ceea ce măreşte susceptibilitatea la erori a transmisiilor ce utilizează constelaţiile "în cruce" de aproape 2 ori, comparativ cu constelaţiile pătrate imediat inferioare.
- modulaţia QPSK are un factor PAPR şi o susceptibilitate la erori mult mai scăzute decât cele ale modulaţiilor QAM → mult mai adecvată unor canale radio de slabă calitate; aceasta însă cu preţul scăderii a debitului.

Alocarea multibit-fazor (bit-mapping)

Alocarea în conformitate cu codul Gray

- alocarea (maparea) multibiţilor la fazori în conformitate cu codul Gray face ca multibiţii alocaţi la doi fazori adiacenţi să difere doar printr-un singur bit, vezi Figura 2 pentru constelaţia pătrată 16-QAM.

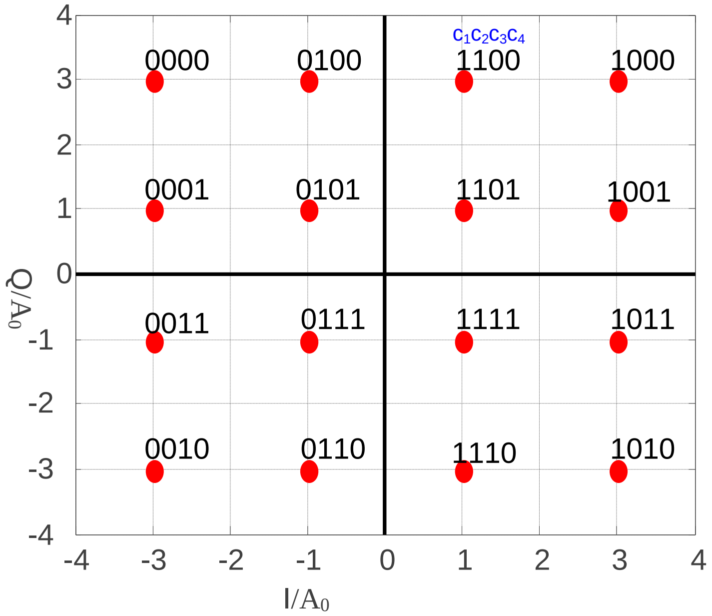


Figura 2 Maparea Gray perfectă a cuadribiţilor pe 16-QAM

- ştiind că cele mai probabile erori de simbol constau în înlocuirea unui simbol cu unul dintre simbolurile învecinate → BER (datorată perturbaţiilor) scade semnificativ dacă se utilizează maparea după această regulă.
- constelaţiile pătrate permit o mapare perfectă de tip Gray.
- constelaţiile „în cruce" şi cele circulare de tipul II nu permit maparea perfectă de tip Gray; în aceste cazuri media numărului de erori de bit, la eronarea unui fazor în cei învecinaţi, este cu ceva mai mare decât 1.
- pentru constelaţiile care trebuie demodulate cu metoda QAM, circuitul de recuperare al purtătorului local

poate introduce defazaje constante de k·90º (valabil şi pentru constelaţiile A+PSK) →
- recepţionarea unui fazor rotit cu k·90º conduce la demodularea unui multibit ce poate avea *p-1* biţi diferiţi de cei emişi;
- exemplu: în fig. 2 rotirea cu 90º a fazorului (3, -1) → obţinerea lui (1, 3) → trei biţi diferiţi fată de ai fazorului corect.
- efectul acestei rotaţii este creşterea BER pentru acelaşi SNR

Alocarea pentru obţinerea unor constelaţii invariante la rotaţii de k·90º
- pentru a compensa erorile de bit generate de rotaţiile de k·90º introduse la demodulare de circuitul de recuperare a purtătorului local, s-au elaborat metode de mapare multibit-fazor care să realizeze aşa-numitele **„constelaţii invariante la rotaţii de k·90º"**.
- indiferent de eronarea fazorului demodulat datorată numai unei rotaţii de k·90º, biţii demodulaţi vor fi cei ai fazorului emis, dacă se neglijează erorile introduse de canal şi de celelalte prelucrări din emiţător şi receptor.
- în cazul general, biţii unui multibit se împart în două grupe: o grupă formată din primii doi biţi ai multibitului şi o a doua grupă formată din ceilalţi (n-2) biţi ai acestuia.
- *primii doi biţi* definesc cadranul în care se află fazorul şi, deoarece rotaţiile k·90º implică schimbarea cadranului, aceşti biţi sunt **precodaţi diferenţial** înainte de mapare, la emisie, şi sunt **decodaţi diferenţial** după demodulare, decizie şi demapare, la recepţie.
- alocarea dibiţilor precodaţi diferenţial la cadrane se face Gray, dibiţii alocaţi cadranelor alăturate diferind printr-un singur bit.
- *restul de n-2 biţi* sunt mapaţi în moduri specifice, în funcţie de numărul de fazori ai constelaţiei şi utilizarea sau nu a unui cod corector de erori. În cazul modulaţiilor necodate şi aceşti biţi sunt mapaţi, independent de primii doi, tot conform codului Gray.
- invarianţa se asigură prin două operaţii:
a. *Precodarea diferenţială a primilor doi biţi ai cuadribitului.*
- operaţia introduce un salt de fază de k·90º între două simboluri succesive, vezi curs de DPSK-QAM, dar, spre deosebire de cazul QPSK (4-PSK), ea se execută tabelar v. Tabel 2 [V.32]; biţii b_1^k b_2^k sunt primii doi biţi ai cuadribitului de date, biţii c_1^{k-1} c_2^{k-1} sunt cei doi biţi precodaţi diferenţial în perioada de simbol anterioară, iar biţii c_1^k c_2^k sunt cei doi biţi precodaţi diferenţial în perioada de simbol curentă.
- regula de generare a Tabel 2 este de fapt echivalentă cu conversia Gray-natural urmată de precodarea diferenţială a dibitului; precodarea diferenţială se face prin sumare modulo 4
- biţii c_1^k c_2^k sunt comuni pentru toţi fazorii din acelaşi cadran iar alocarea dibit-cadran este de tip Gray.

Intrare		Ieşirea anterioară		$\Delta\Phi_k$	Ieşirea curentă	
b_1^k	b_2^k	c_1^{k-1}	c_2^{k-1}		c_1^k	c_2^k
0	0	0	0	+90°	0	1
0	0	0	1		1	1
0	0	1	0		0	0
0	0	1	1		1	0
0	1	0	0	+0°	0	0
0	1	0	1		0	1
0	1	1	0		1	0
0	1	1	1		1	1
1	0	0	0	+180°	1	1
1	0	0	1		1	0
1	0	1	0		0	1
1	0	1	1		0	0
1	1	0	0	+270°	1	0
1	1	0	1		0	0
1	1	1	0		1	1
1	1	1	1		0	1

Tabel 2 Tabelul de precodare diferenţială a primilor doi biţi

- operaţia asigură invarianţa primilor doi biţi la rotaţii de k·90º, prin precodarea diferenţială

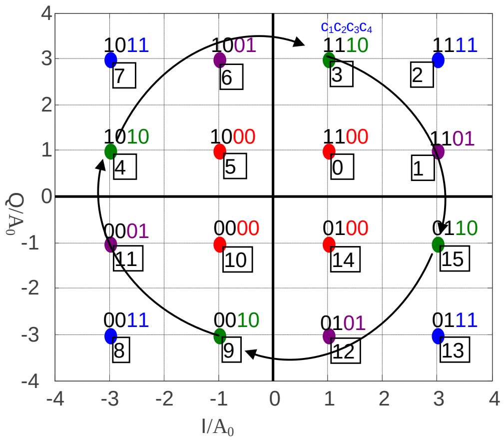


Figura 3 Maparea cuadribiţilor pentru constelaţie 16-QAM invariantă la rotaţii de 90°

b. *Maparea Gray intracadran şi rotaţia cu k·90^o a acesteia la schimbarea cadranului.*

- ultimii ai cuvântului binar selectează fazorul în interiorul fiecărui cadran.
- cele 4 combinaţii de doi biţi (în cazul 16 QAM)se alocă Gray celor patru fazori, pentru a asigura un BER minim la eronarea fazorului în fazorii învecinaţi.
- de la un cadran dat la cel învecinat alocarea Gray a acestor doi biţi este rotită cu câte 90º, în acelaşi sens în care parcurgem cadranele, v.Figura 3.
- prin această rotire a alocării Gray, ultimii doi biţi ai fazorilor ce au acelaşi modul dar diferă prin defazaje de k·90º, sunt identici.
- exemplu: în fig. 3 fazorii {3, 15, 9, 4}, defazaţi unul faţă de altul cu câte 90º, au alocaţi ultimii doi biţi identici şi anume „10”. Deci, în cazul unei rotaţii de k·90º aceşti biţi nu vor fi eronaţi, deşi fazorul demodulat este eronat.
- rotaţia mapării Gray la trecerea de la un cadran la altul asigură invarianţa la rotaţii de k·90º a ultimilor doi biţi.
- metoda poate fi extinsă şi la constelaţii mai mari, pentru a asigura invarianţa ultimilor (p-2) biţi la rotaţii de k·90º.
- pentru arăta că operaţiile de precodare-decodare diferenţială asigură invarianţa la rotaţii de k·90º a primilor doi biţi ai cuadribitului vom prezenta un exemplu în tabelul 3.

$b_1^k b_2^k b_3^k b_4^k$	$c_1^{k-1} c_2^{k-1}$	$c_1^k c_2^k c_3^k c_4^k$	F_k	F'_k	$c_1^{k\prime} c_2^{k\prime} c_3^{k\prime} c_4^{k\prime}$	$c_1^{k-1\prime} c_2^{k-1\prime}$	$b_1^{k\prime} b_2^{k\prime} b_3^{k\prime} b_4^{k\prime}$
01(01)	00	00(01)	11	6	10(01)	00	11(01)
11(10)	00	10(10)	4	3	11(10)	10	11(10)
10(00)	10	01(00)	14	10	00(00)	11	10(00)
00(11)	01	11(11)	2	13	01(11)	00	00(11)
01(01)	11	11(01)	1	12	01(01)	01	01(01)

Tabel 3 Exemplificarea invarianţei la rotaţia de 270° a constelaţiei 16-QAM prin precodare diferenţială

- considerăm că primii doi biţi ai cuadribiţilor modulatori a cinci perioade de simbol b_i^k, i = 1,...,4, col. 1 a tabelului 3, sunt precodaţi diferenţial conform tabelului 2, folosind primii doi biţi precodaţi ai perioadei de simbol anterioare, c_1^{k-1} c_2^{k-1}, col. 2; presupunem că c_1^{-1} c_2^{-1} = 00.
- biţii precodaţi împreună cu ultimii doi biţi necodaţi formează cuadribiţii c_i^k, i = 1,...,4, care se mapează pe constelaţie, col. 3, generând fazorii F_k, v. fig. 3, în cele 5 perioade de simbol, col.4.
- deoarece nu sunt precodaţi diferenţial, pentru ultimii doi biţi este adevărată relaţia:

$$c_3^k c_4^k = b_3^k b_4^k \tag{26}$$

- fazorii F_k suferă o rotaţie de 3·90º în sens trigonometric pozitiv → fazorii F'_k, col. 5.
- col. 6 conţine cuadribiţii demodulaţi din fazorii F'_k în fiecare perioadă de simbol, c'^k_i, i = 1,...,4. Ultimii doi biţi c'^k_3 c'^k_4 sunt identici cu cei emişi şi, deoarece respectă ecuaţia (26), vor fi identici cu ultimii biţi ai cuadribitului livrat calculatorului receptor, col. 8.
- col. 7 conţine primii doi biţi, c'^{k-1}_1 c'^{k-1}_2, ai cuadribitului obţinut din fazorul demodulat în perioada de simbol anterioară. Folosind primii doi biţi ai cuadribitului demodulat în perioada curentă de simbol, c'^k_1 c'^k_2, şi primii doi biţi ai cuadribitului obţinut din fazorul F'_{k-1}, c'^{k-1}_1 c'^{k-1}_2, prin decodare diferenţială se obţin primii

doi biţi ai cuadribitului extras, b'^{k-1}_1 b'^{k-1}_2 (col. 8), care sunt identici cu biţii b_1^{k-1} b_2^{k-1} ai cuadribitului modulator, cu excepţia primului simbol. Decodarea diferenţială se realizează prin utilizarea tabelului 2.
- eronarea primului simbol se datorează faptului că el nu a fost precodat diferenţial.
- metoda poate fi folosită la toate constelaţiile necodate care prezintă simetrii faţă de cele două axe de coordonate şi sunt generate prin metoda QAM.

Filtrarea semnalelor ASK+PSK

- filtrarea globală a semnalelor ASK+PSK, necesară pentru limitarea benzii semnalului modulat, este realizată cu o caracteristică RC în cosinus ridicat şi exces de bandă α, care asigură ISI nulă în momentele de sondare.
- pentru o comportare optimă în prezenţa zgomotului, această caracteristică este repartizată în mod egal între emisie şi recepţie, vezi cap. PSK, astfel încât la emisie semnalul este filtrat cu o caracteristică RRC în cosinus.

- *filtrarea poate fi realizată în două moduri:*

1. prin filtrarea semnalelor modulatoare I_k şi Q_k cu o caracteristică în cosinus de tip trece-jos. În acest caz banda de frecvenţă a semnalului modulator filtrat va fi:

$$B=\left[0,\, f_N\left(1+\alpha\right)\right] \tag{27}$$

2. prin filtrarea semnalelor modulate ASK+PSK cu caracteristică în cosinus de tip trece-bandă. În acest caz, banda de frecvenţă B şi lărgimea de bandă LB ale semnalului filtrat sunt:

$$B=\left[\, f_p - f_N\left(1+\alpha\right),\, f_p + f_N\left(1+\alpha\right)\right] \tag{28}$$

$$LB = f_S\left(1+\alpha\right) \tag{29}$$

- considerând expresia (3) a semnalului modulat ASK+PSK, expresia acestuia după filtrare devine:

$$s_{QAM}\left(t\right)=I\left(t\right)\cos\left(\omega_p t\right)-Q\left(t\right)\sin\left(\omega_p t\right) \tag{30}$$

- filtrarea trece-jos a nivelelor modulatoare necesită două filtre, câte unul pentru I_k şi Q_k, dar ordinul filtrelor formatoare este relativ redus.
- filtrarea trece-bandă a semnalului modulat necesită un singur filtru, dar de ordin mai mare.
- pentru constelaţiile ASK +PSK generate prin utilizarea modulaţiei QAM, este preferată filtrarea trece-jos a celor două semnale modulatoare.
- factorul de eficienţă spectrală al modulaţiilor QAM se calculează cu lărgimea de bandă a semnalului modulat filtrat (29), care nu depinde de constelaţia utilizată, şi cu debitul binar al transmisiei (31), şi are expresia (32).

$$D = f_S \cdot p = f_S \cdot ld\left(M\right) \tag{31}$$

$$\beta_w = \frac{D}{LB} = \frac{f_s \cdot ld\left(M\right)}{f_s \cdot (1+\alpha)} = \frac{ld\left(M\right)}{(1+\alpha)}; \quad \left[\frac{bit/s}{Hz}\right]; \tag{32}$$

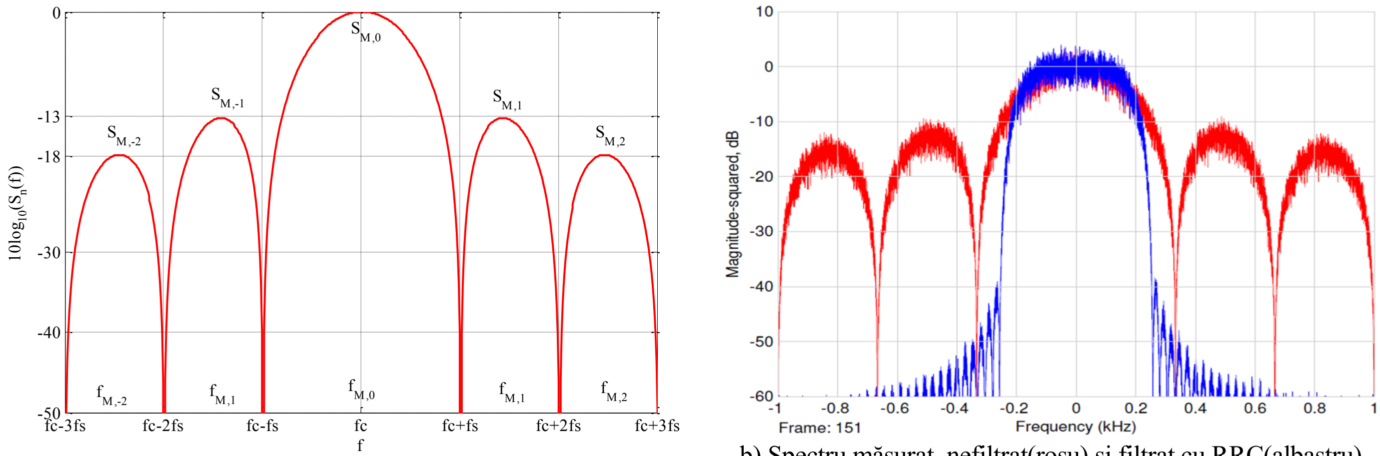
- deoarece lărgimea de bandă e aceeaşi, indiferent de constelaţia folosită, *factorul de eficienţă spectrală creşte (e mai bun!) odată cu creşterea constelaţiei.*
- aceasta implică însă scăderea Δ_0, deoarece P_m trebuie păstrată aproximativ constantă, → creşterea p_e. →
- utilizarea constelaţiilor QAM cu M mare asigură o folosire eficientă a benzii de frecvenţă ocupate, dar impune utilizarea unor coduri corectoare de erori, a unor circuite de corectare a distorsiunilor canalului şi o calitate mai bună a acestuia, pentru a asigura o p_b redusă.

Spectrul semnalelor modulate A+PSK

- semnalele modulate ASK+PSK sunt exprimate ca o sumă de două semnale PAM modulate BLD (rezultă un semnal ASK – Amplitude Shift Keying adică semnal modulat cu salt de amplitudine), (2), pe semnale purtătoare de aceeaşi frecvenţă, iar nivelele modulatoare ale celor două semnale PAM sunt de medie nulă → expresia densităţii spectrale de putere se obţine sumând expresiile densităţilor spectrale de putere ale celor două semnale BLD componente.
- aplicând relaţiile care definesc densitatea spectrală de putere a semnalului PAM şi BLD şi puterea medie a acestuia, pentru semnalul QAM compus din semnalele ASK pe axele I şi Q, obţinem puterea medie (22) şi densitatea spectrală de putere a semnalului QAM, (33), calculată pentru semnalul modulat nefiltrat.

$$S_{QAM}(f)=(P_{mI}+P_{mQ})\cdot T_S\cdot\left(\frac{\sin\frac{\pi(f-f_p)}{f_s}}{\frac{\pi(f-f_p)}{f_s}}\right)^2=P_m\cdot T_S\cdot\left(\frac{\sin\frac{\pi(f-f_p)}{f_s}}{\frac{\pi(f-f_p)}{f_s}}\right)^2; \qquad (33)$$

- (33), arată că *forma spectrului nu depinde de constelaţia de fazori utilizată, câtă vreme aceasta are coordonate de medie nulă*; doar amplitudinile lobilor spectrali depind de puterea medie a fazorilor constelaţiei.
- → forma densităţii spectrale de putere a semnalului ASK+PSK este similară cu cea a semnalului modulat QPSK, v. Figura 4, pentru aceeaşi frecvenţă de simbol f_s. Lobul principal este cuprins între $f_p - f_s$ şi $f_p + f_s$.



a)Spectru DPSK teoretic

b) Spectru măsurat, nefiltrat(rosu) şi filtrat cu RRC(albastru) α=0.5

Figura 4 Distribuţia densităţii spectrale de putere a semnalelor ASK+PSK

- dacă semnalul este filtrat cu o caracteristică RRC cu factor α, vezi curs de filtrarea semnalelor de date, → expresia densităţii spectrale de putere este dată de (34).

$$S_{QAM}(f)=P_m\cdot T_S\cdot\left(\sqrt{X_\alpha(f)}\right)^2=P_m\cdot T_S\cdot X_\alpha(f) \qquad (34)$$

Producerea semnalelor modulate ASK+PSK

- metoda generală pentru producerea semnalelor modulate cu fazorii unei constelaţii ASK+PSK constă în utilizarea tehnicii MAQ. Schema bloc a unui astfel de modulator, pentru M = 16, este descrisă în Figura 5.

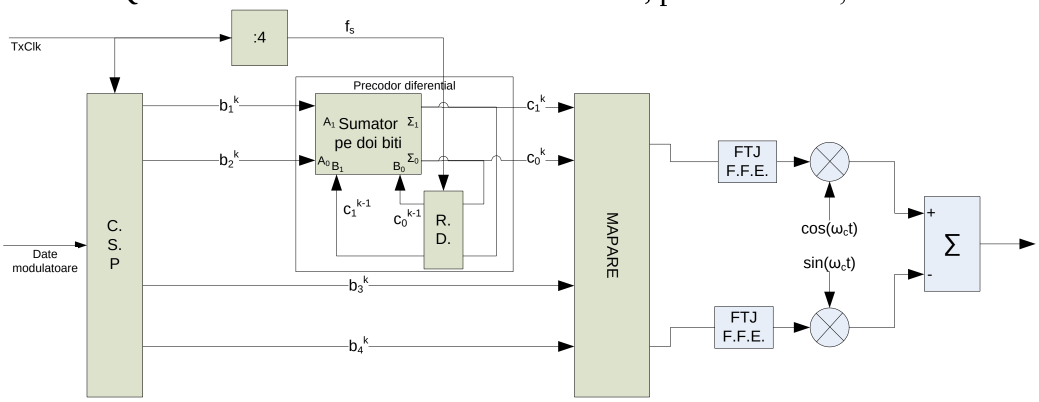


Figura 5 Schema bloc a modulatorului ASK+PSK realizat prin tehnica MAQ; n = 4

- indiferent de numărul de biţi/simbol, **primii doi biţi** ai multibitului sunt precodaţi diferenţial.
- apoi cei n biţi sunt mapaţi pe cei M fazori ai constelaţiei prin generarea tabelară a coordonatelor I_k şi Q_k.
- filtrarea cu caracteristica de tip cosinus (RRC) se face în banda de bază cu filtre TJ, obţinându-se semnalele modulatoare continue I(t) şi Q(t), care sunt modulate pe purtătoarele în cuadratură.
- aceste semnale sunt scăzute obţinându-se semnalul modulat ASK+PSK.
- operaţiile de precodare diferenţială şi de mapare se efectuează în ritmul tactului de simbol f_s, obţinut prin divizarea la n a tactului de bit f_b.