ML1 Un modulator ML realizează multiplicarea dintre o purtătoare cosinusoidală cu amplitudinea 3V şi frecvenţa f_p=1MHz şi un semnal dreptunghiular de amplitudine 1V, factor de umplere 50%, frecvenţa f_{dr}=10kHz şi valoarea medie 3V. Se cere :
a. Ce fel de semnal modulat ML se obţine ? Care sunt parametrii semnalului modulat ? Calculaţi valoarea maximă şi cea minimă a anvelopei semnalului modulat.
b. Calculaţi puterea purtătoarei nemodulate, a semnalului modulator şi puterea semnalului modulat. Care este puterea conţinută de o bandă laterală a semnalului modulat ?
c. Dacă descompunerea în serie Fourier a semnalului modulator este

$s_m(t) = 3 + \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cdot \sin((2k-1) \cdot \omega_{dr} \cdot t)}{2k-1}$ (cu comp. continuă şi amplitudinea specificată), daţi expresia densităţii spectrale a semnalului modulat şi reprezentaţi grafic acest spectru considerând armonicile 1 – 9 ale semnalului modulator.

Rezolvare

a) Semnalul după înmulţire va fi (in ipoteza ca V_{ref}=1V):

$$s_{modulat}(t) = A_p \cdot \cos(2\pi f_p t) \cdot (cc + A_{dr} f(t)) =$$
$$= A_p \cdot cc \cdot \left[1 + \frac{A_{dr}}{cc} \cdot f(t)\right] \cdot \cos(2\pi f_p t) =$$
$$= A \cdot [1 + m \cdot f(t)] \cdot \cos(2\pi f_p t)$$

unde f(t) este semnalul modulator dreptunghiular.
Aşa cum rezultă din relaţia de mai sus semnalul modulat va fi BLD-P, iar parametrii acestuia sunt:

- amplitudinea purtătoarei $A = A_p \cdot cc = 3 \cdot 3 = 9V$
- Indicele de modulaţie $m = \frac{A_{dr}}{cc} = \frac{1}{3} = 0.33$

Anvelopa are valoare maxima când f(t)=1, adică

$$A_{max} = A[1+m] = 9[1+0.33] = 12V$$

iar valoarea minima când f(t)=-1:

$$A_{min} = A[1-m] = 9[1-0.33] = 6V .$$

b) Semnalul purtător nemodulat este un semnal cosinusoidal cu amplitudine A_p, astfel puterea va fi:

$$P_{purtator} = \frac{A_p^2}{2} = \frac{9}{2} = 4.5W$$

Semnalul modulator este un semnal dreptunghiular cu amplitudine A_{dr} axat pe componenta continua *cc*, iar puterea acestui semnal este:

$$P_{modulator} = P_{cc} + P_{dr} = cc^2 + A_{dr}^2 = 9 + 1 = 10W$$

Iar puterea semnalului modulat este:

$$P_{modulat} = \frac{1}{T}\int_0^T s_{modulat}^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T (A \cdot [1 + m \cdot f(t)] \cdot \cos(2\pi f_p t))^2 dt$$

dar in acest caz particular f(t) este

$$f(t) = \begin{cases} 1 \quad daca \quad t \in \left[0; \frac{T}{2}\right] \\ -1 \; daca \quad t \in \left(\frac{T}{2}; T\right) \end{cases}$$

Deci puterea semnalului modulat se poate scrie ca:

$$P_{\mathrm{mod}ulat} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} (A\cdot[1+m]\cdot\cos(2\pi f_p t))^2 dt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} (A\cdot[1-m]\cdot\cos(2\pi f_p t))^2 dt =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} (\cos(2\pi f_p t))^2 dt + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} (\cos(2\pi f_p t))^2 dt =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\cdot\frac{T}{4} + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{T}\cdot\frac{T}{4} =$$

$$= \frac{(A\cdot[1-m])^2}{4} + \frac{(A\cdot[1-m])^2}{4} = \frac{(12)^2}{4} + \frac{(6)^2}{4} = 45W$$

Aceasta putere de fapt este suma puterilor componentei spectrale cu frecventa f_p si a puterilor conținute de cele doua benzi laterale; puterea conținuta într-o bandă laterală va fi:

$$P_{BL} = \frac{P_{\mathrm{mod}ulat} - \frac{A^2}{2}}{2} = \frac{45-40.5}{2} = 2.25W$$

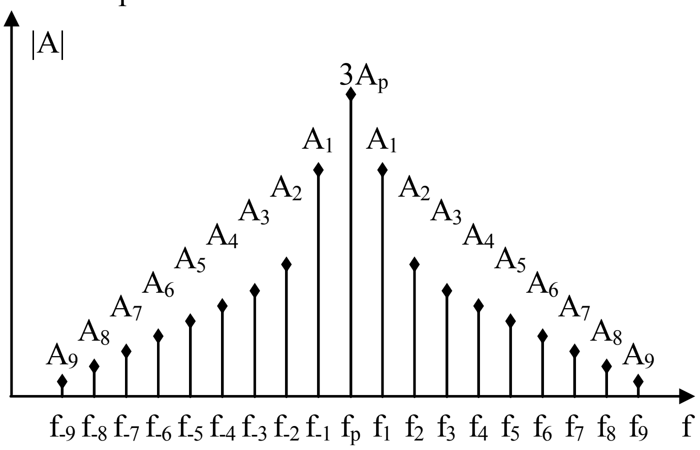
c) Semnalul modulat se obține prin înmulțirea semnalului modulator cu semnalul purtător:

$$s_{\mathrm{mod}ulat}(t) = s_m(t)\cdot s_p(t) = \left(3 + \frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((2k-1)\omega_{dr}t)}{2k-1}\right)\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) =$$

$$= 3\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) + \frac{4\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((2k-1)\omega_{dr}t)\cdot\cos(\omega_p t)}{2k-1} =$$

$$= 3\cdot A_p\cdot\cos(\omega_p t) + \frac{2\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((\omega_p+(2k-1)\omega_{dr})t)}{2k-1} + \frac{2\cdot A_p}{\pi}\sum_{k=1}^{9}\frac{(-1)^k\cdot\sin((\omega_p-(2k-1)\omega_{dr})t)}{2k-1}$$

din relația de mai sus rezultă spectrul semnalului modulat:



Unde :

$$A_i = \frac{2\cdot A_p}{\pi(2\cdot i-1)} = \frac{1.9}{(2\cdot i-1)} \quad pt \quad i = 1..9;$$

şi

$$f_i = \begin{cases} f_p + (2i-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i>0 \\ f_p - (2|i|-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i<0 \end{cases} \quad i = -9..+9; i \neq 0$$

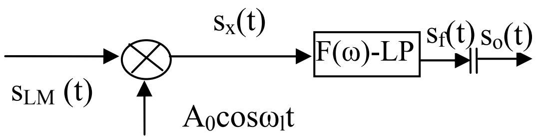
ML2 Semnalul recepționat aplicat pe intrarea unui demodulator ML coerent are următoarea expresie matematică: $s_r(t)=\frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p+\omega_m\right)t\right]+\frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p-\omega_m\right)t\right]$,iar purtătorul local este $s_p(t)=A\cos\left[\left(\omega_p+\Delta\omega\right)t\right]$.

a. Ce fel de semnal modulat ML s-a recepționat?
b. Dați schema bloc şi ecuațiile de funcționare a demodulatorului de produs.
c. Determinați expresia matematică a semnalului demodulat, dacă filtrul trece jos din componeta demodulatorului se consideră un filtru ideal cu frecvența de tăiere la $1.5f_p$
d. Ce valoare trebuie să aibă $\Delta\omega$ ca semnalul demodulat să nu fie distorsionat

Dacă A=2 calculați puterea semnalului recepționat.

a) deoarece semnalul recepționat are doua componente simetrice in jurul frecventei purtătoare, si nu are componenta cu frecventa fp s-a recepționat un semnal cu banda laterală dublă cu purtătoare suprimată

b)



$$s_x(t)=\left(\frac{\alpha g(t)}{2}\cos\omega_c t\mp\frac{g_q(t)}{2}\sin\omega_c t\right)\cdot A_0\cos(\omega_c t+\Theta(t))/V_{ref}=$$

$$=\frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}}[\cos\Theta(t)+\cos(2\omega_c t+\Theta(t))]\mp\frac{A_0\alpha g_q(t)}{4V_{ref}}[-\sin\Theta(t)+\sin(2\omega_c t+\Theta(t))]$$

$$s_f(t)=\frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}}\cos\Theta(t)\mp\frac{A_0\alpha g_q(t)}{4V_{ref}}(-\sin\Theta(t));\Rightarrow s_f(t)=\frac{A_0\alpha g(t)}{4V_{ref}}\quad pentru\quad \Theta(t)\to 0$$

c)

In cazul acestui semnal receptionat semnalul dupa inmultire cu purtatorul local va fi:

$$s_x(t)=s_r(t)\cdot s_p(t);\quad pt\, V_{ref}=1$$

unde

$$s_r(t)=\frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p+\omega_m\right)t\right]+\frac{A}{2}\cos\left[\left(\omega_p-\omega_m\right)t\right]=A\cos\left(\omega_p t\right)\cos\left(\omega_m t\right)$$

deci

$$s_x(t)=A\cos\left(\omega_p t\right)\cdot\cos\left(\omega_m t\right)\cdot A\cdot\cos\left[\left(\omega_p+\Delta\omega\right)t\right]=$$

$$=\frac{A^2\cos\left(\omega_m t\right)}{2}\left[\cos\left[\left(2\omega_p+\Delta\omega\right)t\right]+\cos\left(\Delta\omega t\right)\right]=$$

$$=\frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[\left(2\omega_p+\Delta\omega+\omega_m\right)t\right]+\cos\left[\left(2\omega_p+\Delta\omega-\omega_m\right)t\right]+\cos\left[\left(\Delta\omega+\omega_m\right)t\right]+\cos\left[\left(\Delta\omega-\omega_m\right)t\right]\right\}$$

Numărul de componente spectrale a semnalului filtrat depinde de valoarea numerică a frecvenței purtătoare, modulatoarea si de deviația de frecvență

Dacă $\left(2\omega_p+\Delta\omega-\omega_m\right)<1.5\omega_p$ atunci semnalul filtrat va fi:

$$s_f(t)=\frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[\left(2\omega_p+\Delta\omega-\omega_m\right)t\right]+\cos\left[\left(\Delta\omega+\omega_m\right)t\right]+\cos\left[\left(\Delta\omega-\omega_m\right)t\right]\right\}$$

Dacă $\left(2\omega_p+\Delta\omega-\omega_m\right)>1.5\omega_p$ atunci semnalul filtrat va fi:

$$s_f(t) = \frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[(\Delta\omega + \omega_m)t\right] + \cos\left[(\Delta\omega - \omega_m)t\right]\right\}$$

d.)

Deoarece este de dorit ca frecventa purtătoare sa fie mult mai mare decât frecventa modulatoare maxima se considera ca semnalul filtrat după FTJ este:

$$s_f(t) = \frac{A^2}{4}\left\{\cos\left[(\Delta\omega + \omega_m)t\right] + \cos\left[(\Delta\omega - \omega_m)t\right]\right\} =$$

$$= \frac{A^2}{2}\cos(\omega_m \cdot t)\cdot\cos(\Delta\omega \cdot t)$$

Acest semnal trebuie sa fie proporțional cu semnalul modulator adică cu $\cos(\omega_m \cdot t)$, deci termenul $\cos(\Delta\omega \cdot t)$ trebuie să fie constant. Asta este posibil numai dacă $\Delta\omega = 0$

Deci ca semnalul demodulat să nu fie distorsionat $\Delta\omega$ trebuie să fie zero, si frecvența purtătoare trebuie să îndeplinească condiția: $f_p \geq 2 f_m$ (pentru ca a treia componentă spectrală să fie eliminată de FTJ)

e.)

Puterea semnalului recepționat este:

$$P = 2\cdot\frac{\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} = \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1W$$

ML3 Se dă o modulație de tip bandă laterală dublă putătoare suprimată (BLD-PS) având frecvența purtătoare f_p=1MHz şi amplitudinea purtătoarei A_p=2.5V. Semnalul modulator este un semnal dreptunghiular bipolar cu factor de umplere 50%, amplitudinea A_{dr}=0.3V şi frecvența 20kHz. Se cere:

a. Dați expresia semnalului modulat BLD-PS şi reprezentați grafic alura spectrala a semnalului modulat.

b. Calculați puterea semnalului modulator, a celui modulat şi a purtătoarei

c. Dacă descompunerea în serie Fourier a unui semnal dreptunghiular simetric bipolar este: $s_m(t) = \frac{4A_{dr}}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\cdot\sin((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t)}{2k-1}$ dați expresia spectrului semnalului modulat şi reprezentați grafic acest spectru considerând armonicile 1-12 ale semnalului modulator.

d. Dacă banda semnalului modulat este definită la o atenuare de 30dB a componentelor spectrale față de amplitudinea purtătoarei nemodulate, calculați lărgimea de bandă a semnalului modulat.

Rezolvare

a) Expresia semnalului modulat BLD-PS este:

$$s_{BLD-PS}(t) = s_m(t)\cdot s_p(t)$$

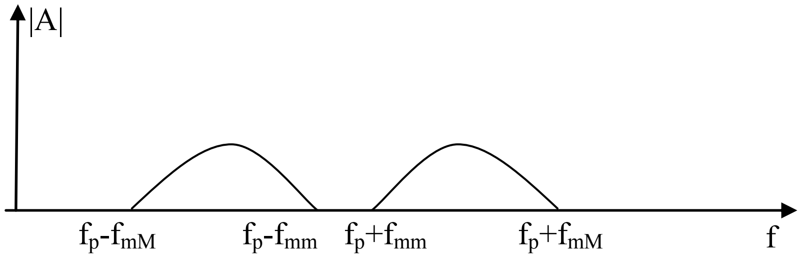
În cazul semnalelor descrise în enunțul problemei, semnalul recepționat va fi:

$$s_{BLD-PS}(t) = A_{dr}\cdot f(t)\cdot A_p\cos(2\pi f_p t)$$

unde

$$f(t) = \begin{cases} 1 \quad ; t \in \left[nT; nT + \frac{T}{2}\right] \\ -1\,; t \in \left(nT + \frac{T}{2}; (n+1)T\right) \end{cases} \text{unde } n = 0,1...+\infty \text{ si } T = \frac{1}{f_{dr}}$$

Alura spectrală a unui semnal BLD-PS este:



b.) Deoarece semnalul modulator este un semnal dreptunghiular, puterea lui este:

$$P_{modulator} = A_{dr}^2 = 0.3^2 = 0.09W$$

Puterea semnalului modulat este:

$$P_{modulat} = \frac{1}{T}\int_0^T \left(s_{BLD-PS}(t)\right)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(A_{dr}\cdot f(t)\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt$$

unde

$$f(t) = \begin{cases} 1 \quad ; t \in \left[nT; nT + \frac{T}{2}\right] \\ -1 ; t \in \left(nT + \frac{T}{2}; (n+1)T\right) \end{cases} \text{unde } n = 0,1...+\infty \text{ si } T = \frac{1}{f_{dr}}$$

deci

$$P_{modulat} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \left(A_{dr}\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} \left(-A_{dr}\cdot A_p\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{T}\int_0^T \left(\cos\left(2\pi f_p t\right)\right)^2 dt = \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\int_0^T \left(1+\cos\left(4\pi f_p t\right)\right) dt =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot(T-0) + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot \sin\left(4\pi f_p t\right)\Big|_0^T =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot\left(\sin\left(4\pi f_p \frac{1}{f_{dr}}\right) - \underbrace{\sin\left(4\pi f_p\cdot 0\right)}_{0}\right) =$$

$$= \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} + \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2T}\cdot\left(\underbrace{\sin\left(4\pi\frac{10^6}{20\cdot 10^3}\right)}_{0}\right) = \frac{\left(A_{dr}\cdot A_p\right)^2}{2} = \frac{(0.3\cdot 2.5)^2}{2} = 0.281W$$

Iar puterea semnalului purtător nemodulat este:

$$P_{purt} = \frac{A_p^2}{2} = \frac{2.5^2}{2} = 3.125W$$

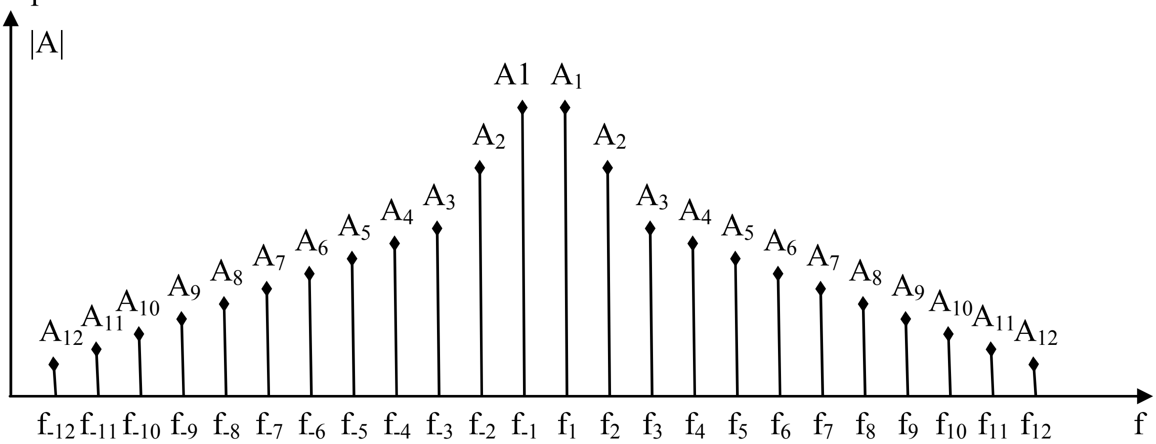
c.)

$$s_{BLP-PS}(t)=s_m(t)\cdot s_p(t)=\left(\frac{4A_{dr}}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t\right)}{2k-1}\right)\cdot\left(A_p\cdot cos\left(\omega_p t\right)\right)=$$

$$=\left(\frac{4A_{dr}\cdot A_p}{\pi}\cdot\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left((2k-1)\cdot\omega_{dr}\cdot t\right)\cdot cos\left(\omega_p t\right)}{2k-1}\right)=$$

$$=\frac{2A_{dr}\cdot A_p}{\pi}\cdot\left\{\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left[\left(\omega_p+(2k-1)\cdot\omega_{dr}\right)\cdot t\right]}{2k-1}+\sum_{k=1}^{12}\frac{(-1)^{k+1}\cdot sin\left[\left(\omega_p-(2k-1)\cdot\omega_{dr}\right)\cdot t\right]}{2k-1}\right\}$$

deci spectrul semnalului va fi:



unde:

$$A_i=\frac{2\cdot A_{dr}\cdot A_p}{\pi\left(2\cdot i-1\right)}=\frac{0.238}{\left(2\cdot i-1\right)}\quad pt\quad i=1..12;$$

şi

$$f_i=\begin{cases}f_p+(2i-1)\cdot f_{dr} & pentru\ i>0\\ f_p+(2i+1)\cdot f_{dr} & pentru\ i<0\end{cases}\quad i=-12..+12; i\neq 0$$

d.) Amplitudinea ultimei componente din bandă este:

$$30dB\geq 20\,lg\frac{A_p}{A_k}\Rightarrow\frac{A_p}{A_k}\geq 10^{\frac{30}{20}}\Rightarrow A_k\leq\frac{A_p}{10^{\frac{30}{20}}}=\frac{2.5}{31.66}=0.079056$$

dar

$$A_k=\frac{2\cdot A_{dr}\cdot A_p}{\pi\left(2\cdot k-1\right)}=\frac{0.238}{\left(2\cdot k-1\right)}\leq 0.079056\Rightarrow\frac{0.238}{0.079056}\leq\left(2\cdot k-1\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow k\geq\frac{\frac{0.238}{0.079056}+1}{2}\Rightarrow k\geq 2.0052$$

deci ultima componenta care amplitudine mai mare ca pragul impus este A_2 deci banda semnalului este:

$$B=\left[f_p-f_2; f_p+f_2\right]=\left[f_p-(2k-1)f_{dr}; f_p+(2k-1)f_{dr}\right]=$$

$$\left[f_p-3f_{dr}; f_p+3f_{dr}\right]=\left[940;1060\right]kHz$$