

Modulații Liniare (ML)

Scopul lucrării

- Aplicația propune studiul modulațiilor liniare. Se vor prezenta proprietățile spectrale ale semnalelor modulate cu diferite tipuri de modulații liniare.
- Un alt scop urmărit este prezentarea metodelor prin care se pot obține aceste semnale modulate.

Considerente Teoretice

- informația utilă este conținută în amplitudinea semnalului purtător modulat:

$$s_{LM} = A(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t) \quad (1)$$

- semnalul modulator $g(t)$ poate fi descris cu relația (2), unde g_c este componenta continuă, g_M este amplitudinea componentei variabile, iar funcția $f(t)$ descrie variația în timp (forma) a semnalului modulator:

$$g(t) = g_c + g_M \cdot f(t); \quad f(t) \in [-1; 1] \quad (2)$$

- de obicei constantele g_c și, g_M nu transportă informație utilă.

- pentru diferitele tipuri de modulații liniare constantele g_c și, g_M trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- Bandă laterală dublă cu purtătoare (BLD-P) (Double SideBand with Carrier DSB-C)

$$\begin{cases} g_c > 0 \\ g_c \geq g_M \end{cases} \quad (3)$$

- Bandă laterală dublă cu purtătoare suprimată (BLD-PS) (Double SideBand and Suppressed Carrier DSB-C), și modulațiile cu bandă laterală unică (BLU) (Single SideBand SSB):

$$\text{preferabil } g_c = 0 \quad (4)$$

- semnalul purtător are următoarea formă:

$$s_c(t) = V_0 \cdot \cos(\omega_c t); \quad (5)$$

Modulația în amplitudine (MA)

- expresia semnalului modulat ML-BLD este:

$$s_{ML}(t) = \frac{g(t) \cdot V_0 \cos(\omega_c t)}{V_{ref}} \quad (6)$$

care poate fi particularizată pentru BLD-P sau MA folosind (3):

$$s_{AM} = \frac{V_0 \cdot g_c}{V_{ref}} [1 + m \cdot f(t)] \cos(\omega_c t); \quad (7)$$

$$m = \frac{g_M}{g_c} - \text{indice modulație};$$

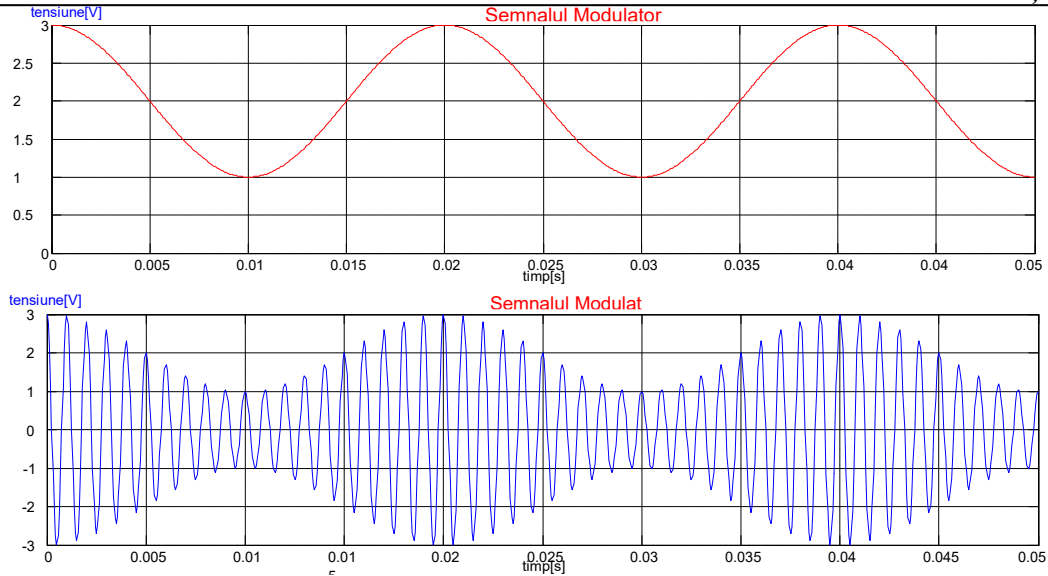


Fig. 1. Semnal modulată în amplitudine cu semnal modulator cosinusoidal

- pentru $V_{ref}=1$ puterea medie a semnalului MA este:

$$P = \frac{(V_0 \cdot g_c)^2}{2} + \frac{(V_0 \cdot g_c)^2 m^2 \overline{f^2(t)}}{2} \quad (8)$$

- semnalul BLD-P este singurul semnal ML care are **anvelopa semnalului modulată direct proporțională** cu nivelul semnalului modulator, ceea ce permite o demodulare mai simplă.

Ex. Considerând semnalul

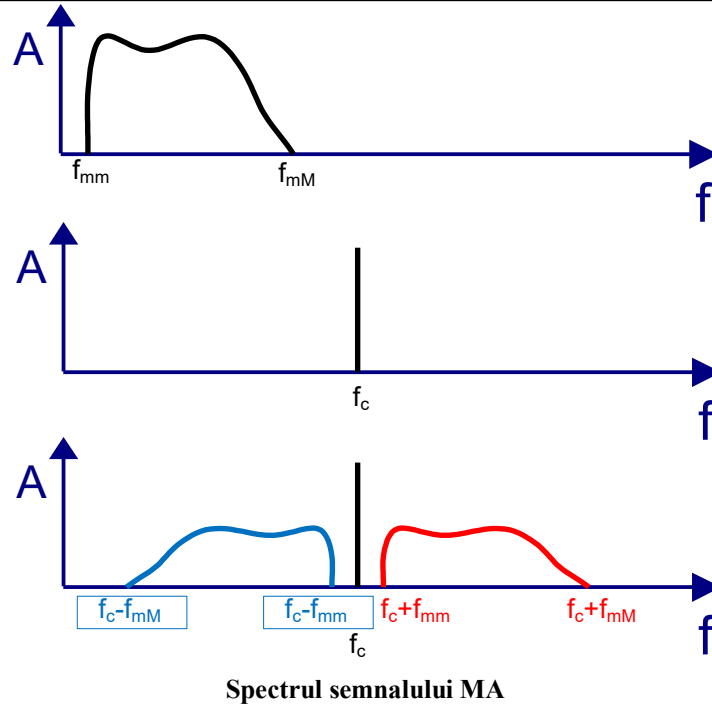
$$g(t) = \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \quad (9)$$

după modulare obținem:

$$\begin{aligned} s_{DSB-C} &= V_0 (g_c + g(t)) \cos(2\pi f_c t) = \\ &= V_0 \left[g_c + \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \right] \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (10)$$

Ținând cont că $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2} \cos(a+b) + \frac{1}{2} \cos(b-a)$ obținem

$$s_{DSB-C} = g_c V_0 \cos(2\pi f_c t) + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c + f_k) \cdot t] + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c - f_k) \cdot t] \quad (11)$$



Modulația Liniară cu bandă laterală dublă și purtătoare suprimată – BLD-PS (DSB-SC)

-expresia BLD-PS se obține din (4) și (6):

$$s_{BLD-PS} = \frac{V_0}{V_{ref}} \cdot g_M \cdot f(t) \cdot \cos(\omega_c t); \Leftrightarrow pt. \Leftrightarrow V_{ref} = 1 \Rightarrow s_{BLD-PS} = V_0 \cdot g_M \cdot f(t) \cdot \cos(\omega_c t); (12)$$

$$P = \frac{(V_0 \cdot g_M)^2 \cdot \tilde{f}^2(t)}{2}; (13)$$

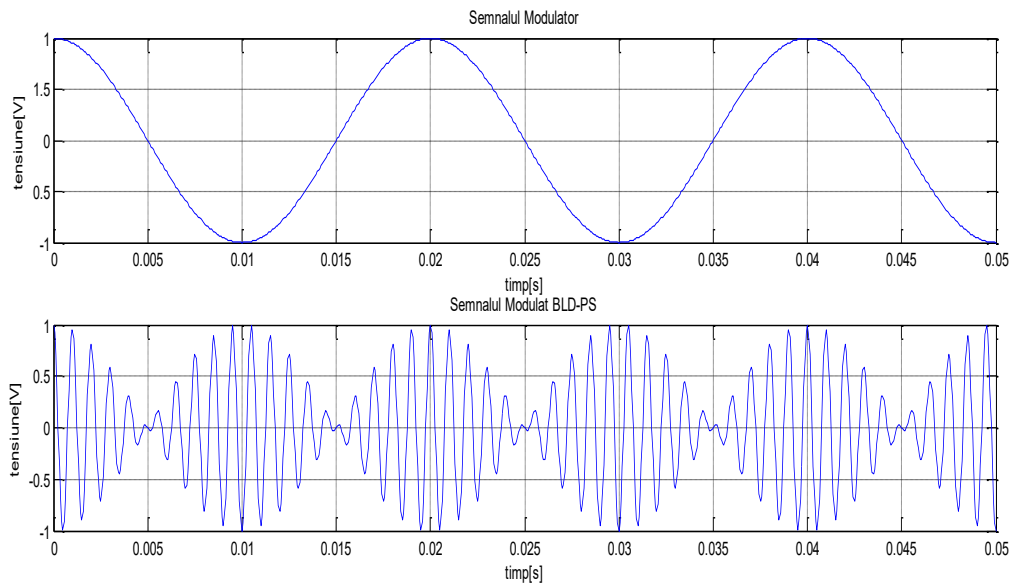


Fig. 2. Semnal modulat BLD-PS cu semnal modulator cosinusoidal

– nu se inserează *componentă continuă* (c.c.) la semnalul modulator

Ex.

Considerând semnalul

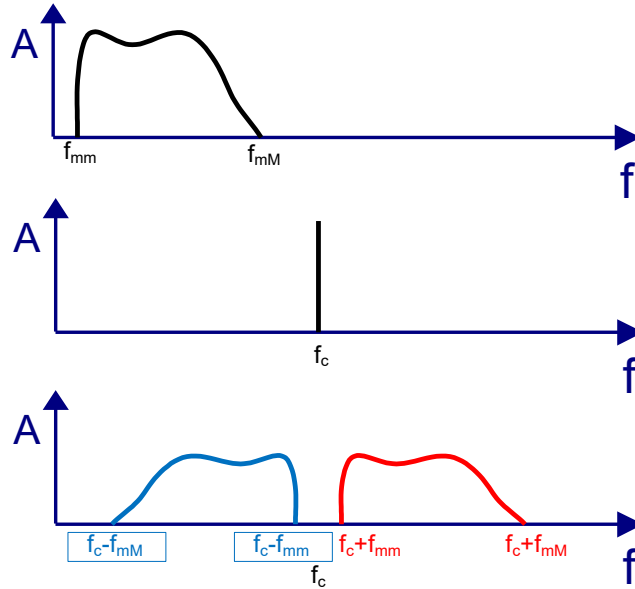
$$g(t) = \sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) (14)$$

după modulare obținem:

$$\begin{aligned}
 s_{DSB} &= V_0 g(t) \cos(2\pi f_c t) = \\
 &= V_0 \left[\sum_k c_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \right] \cos(2\pi f_c t)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Ținând cont că $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(b-a)$ obținem

$$s_{DSB-SC} = \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c + f_k) \cdot t] + \frac{V_0}{2} \sum_k c_k \cos[2\pi \cdot (f_c - f_k) \cdot t] \tag{16}$$



Spectrul semnalului BLD-PS

Modulație de amplitudine în quadratură – MAQ (QAM)

- eficiența a modulațiilor BLD este scăzută, deoarece pentru transmisia unui semnal modulator cu o lărgime de bandă LB, semnalul modulat ocupă o bandă cu lărgime 2LB
- prin utilizarea modulației MAQ se poate utiliza mai eficient banda disponibilă, prin transmiterea a două semnale independente în același bandă de frecvență pe două purtătoare ortogonale
- ortogonalitatea purtătoarelor permite separarea celor două semnale la recepție.
- prin definiție două funcții reale $f(x)$ și $g(x)$ sunt ortogonale dacă:

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{daca } f(x) \neq g(x) \\ \text{ct. daca } f(x) = g(x) \end{cases} \tag{17}$$

- cu ușurință se poate arăta că semnalele $s_I(t) = V_0 \cos(\omega_c \cdot t)$ și $s_Q(t) = V_0 \sin(\omega_c \cdot t)$ verifică condiția (17)
- presupunând că semnale $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ sunt două semnale reale cu lărgime de bandă limitată, expresia semnalului MAQ modulat pe purtătoarele ortogonale $s_I(t)$ și $s_Q(t)$ este :

$$s_{MAQ}(t) = \frac{g_I(t) \cdot s_I(t)}{V_{ref-I}} - \frac{g_Q(t) \cdot s_Q(t)}{V_{ref-Q}} \tag{18}$$

Impunând următoarele condiții (pentru simplificarea relațiilor):

$$V_{ref-I} = V_{ref-Q} = V_0 \tag{19}$$

Expresia semnalului MAQ devine:

$$s_{MAQ}(t) = g_I(t) \cos(\omega_c t) - g_Q(t) \sin(\omega_c t) \tag{20}$$

-schema bloc a modulatorului MAQ este:

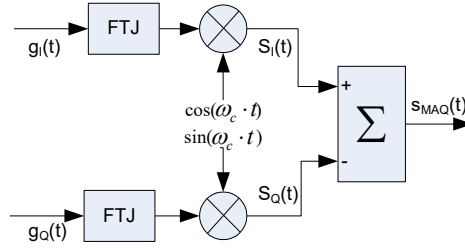


Fig. 3. Modulator QAM

- practic modulația MAQ este o sumă de două semnale BLD-PS, astfel dacă cele două semnale modulatorare $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ au același bandă de frecvență atunci și semnalele modulate $S_I(t)$ și $S_Q(t)$ vor ocupa același bandă de frecvență.

- presupunând ca semnalele modulatorare $g_I(t)$ și $g_Q(t)$ au componente spectrale nenule în intervalul $(0; f_{mM}]$ banda de frecvență ocupată de semnalul MAQ va fi:

$$\begin{aligned} BF_{MAQ} &= [f_c - f_{mM}; f_c + f_{mM}] \\ LB_{MAQ} &= 2 \cdot f_{mM} \end{aligned} \quad (21)$$

- filtrul trece jos din schema modulatorului asigură ca spectrul de frecvență ale semnalelor modulatorare să fie limitat superior.

Modulația cu bandă laterală unică – BLU (SSB)

- toată informația semnalului modulat BLD-PS este conținută într-o singură bandă laterală
- BLD-PS utilizează redundant a doua bandă laterală în care transmite jumătate din putere
- se transmite o singură bandă laterală, pentru reducerea benzii de frecvență ocupate și a puterii transmise

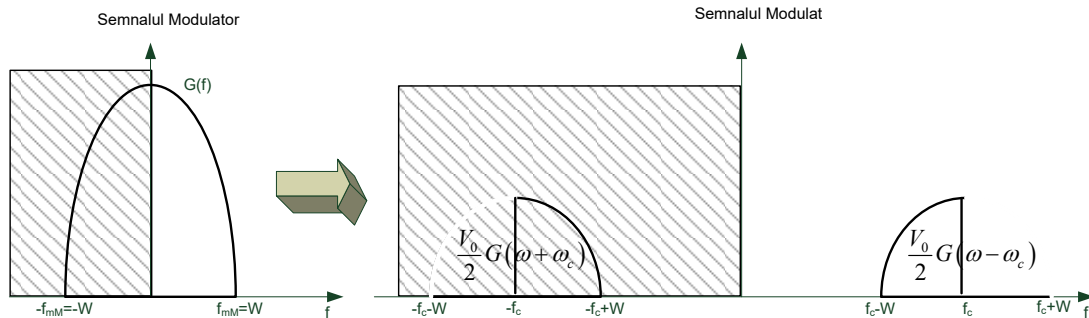


Fig. 4. BLU-inf

- semnalul BLU poate fi obținut prin două metode:

- prin filtrarea semnalului BLD-PS – se poate utiliza numai pt. anumite semnale modulatorare;
- prin defazarea semnalului modulator

a. *metoda filtrării*: semnalul BLD-PS este filtrat TB, atenuându-se banda laterală nedorită

- BF și LB ale BLU sunt:

$$BF \in \begin{cases} [f_c - f_{mM}; f_c] & - \text{BLU inf.} \\ [f_c; f_c + f_{mM}] & - \text{BLU sup.} \end{cases} \quad (22)$$

$$LB = f_{mM}$$

BLU prin defazarea semnalului modulator

- folosește transformata Hilbert a semnalului modulator

- transformata Hilbert – funcția de transfer:

$$H(\omega) = \begin{cases} j & \omega < \omega_c \\ 0 & \omega = \omega_c; j \text{ indica un defazaj de } \pi/2; |H(\omega)|=1 \\ -j & \omega > \omega_c \end{cases} \quad (23)$$

- expresia semnalului BLU este:

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2}g(t) \cos(\omega_c t) \mp \frac{1}{2}\hat{g}(t) \sin(\omega_c t); -pt. BL sup; + pt. BL inf; \quad (24)$$

- schema bloc a generării BLU cu această metodă implementează relația (24):

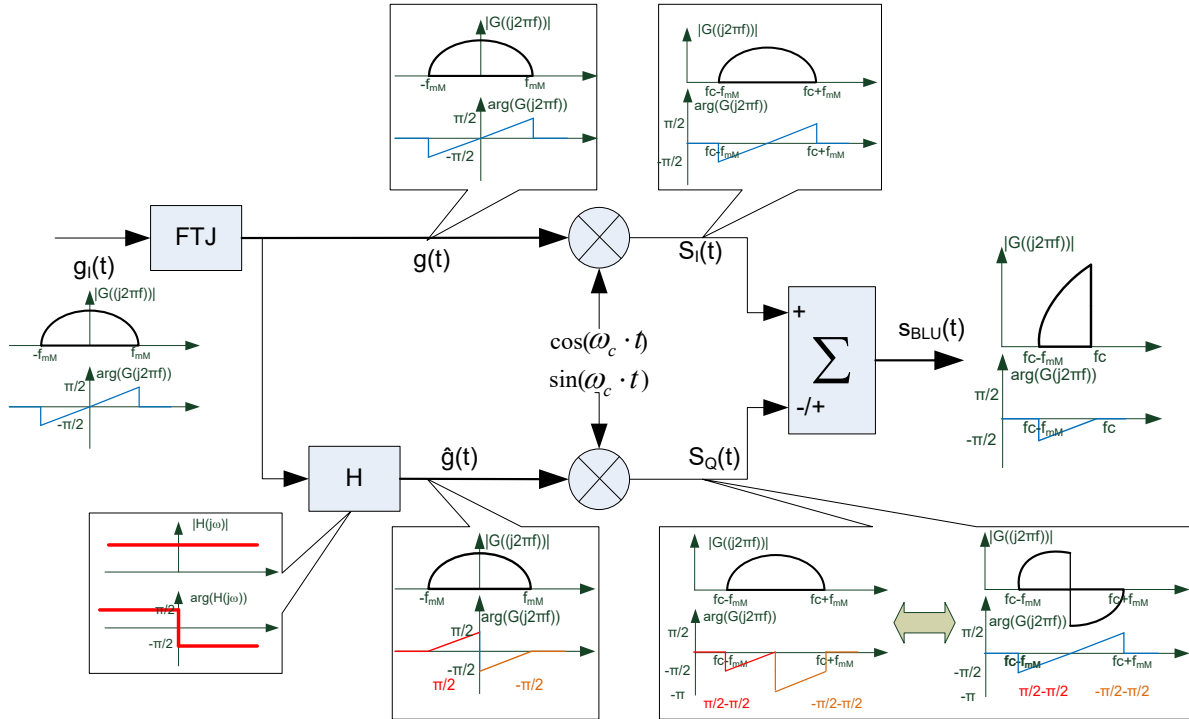


Fig. 5. Exemplificarea generării semnalului BLU cu metoda QAM și filtrare Hilbert

- pentru o implementare cât mai riguroasă, semnalul modulator **NU** trebuie să conțină componentă continuă și amplitudinea componentelor de joasă frecvență trebuie să fie redusă

Expresia generală a semnalelor modulate LM:

$$s_{LM}(t) = g(t) \cdot \cos(\omega_c t) \mp q(t) \cdot \sin(\omega_c t); \quad (25)$$

Cazuri particulare:

$$\begin{cases} q(t) = 0 & \Rightarrow BLD; \rightarrow g(t) = \begin{cases} g_c + g_m \cdot f(t) & \Rightarrow BLD + P \\ g_m \cdot f(t) & \Rightarrow BLD - PS \end{cases} \\ q(t) = H(g(t)) = \hat{g}(t) & \Rightarrow BLU \\ q(t) \neq 0 \neq g(t) & \Rightarrow MAQ \end{cases} \quad (26)$$

- expresia folosește Modulația de Amplitudine în Quadratură – MAQ (QAM)

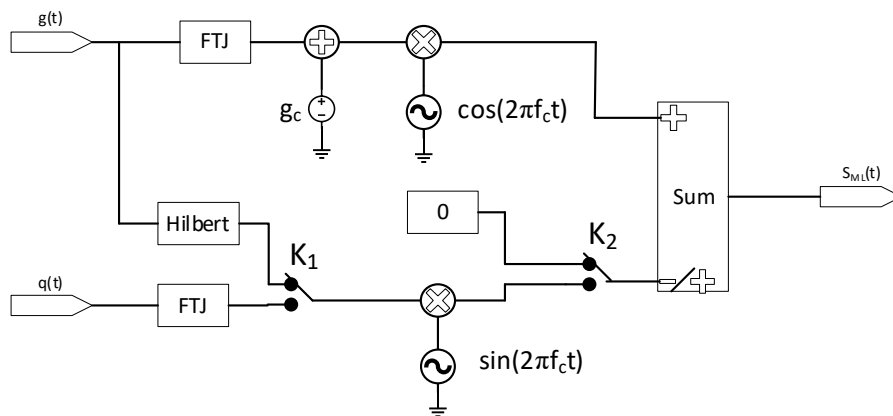


Fig. 6. Schema bloc a modulatorului ML

Metode de producere a modulațiilor ML

Cea mai frecvent utilizată tehnică pentru "înmulțirea" unui semnal cu un semnal purtător este modularea cu choppere

Modulatoare cu choppere

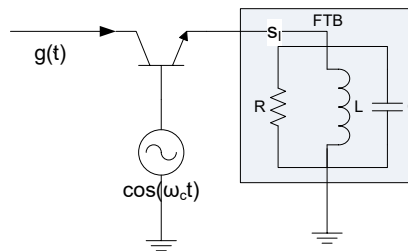


Fig. 7. Modulator BLD cu chopper neechilibrat

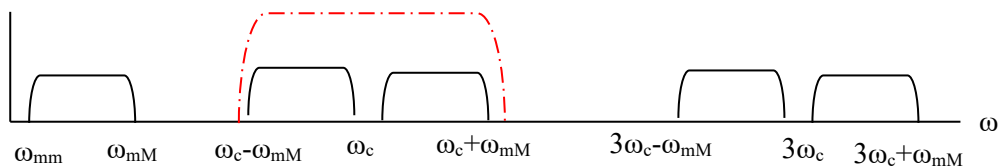
- semnalul modulator este "choppat" cu funcția de întrerupere având frecvența f_c :

$$f_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{daca } V_0 \cos \omega_c t > 0; \\ 0 & \text{daca } V_0 \cos \omega_c t \leq 0; \end{cases} \quad f_i(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \quad (27)$$

- înmulțirea semnalului f_i cu semnalul modulator $g(t)$ se realizează cu ajutorul unui tranzistor (vezi schema de pe tablă):

$$s_x(t) = \frac{g(t)}{2} + \frac{2g(t)}{\pi} \sin(\omega_c t) + \frac{2g(t)}{3\pi} \sin(3\omega_c t) \dots \quad (28)$$

- prin filtrarea TB cu $F(\omega)$ se selectează doar banda de frecvență dorită:



- condiții pentru a face filtrarea posibilă:

$$\left. \begin{aligned} \omega_c - \omega_{mM} &> \omega_{mM} \\ 3\omega_c - \omega_{mM} &> \omega_c + \omega_{mM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_c > 2\omega_{mM} \quad (29)$$

Desfășurarea Lucrării

- Se va implementa în Simulink modulatorul ML descris de ecuația din (26) și prezentat în Fig.6 .
- Se alege

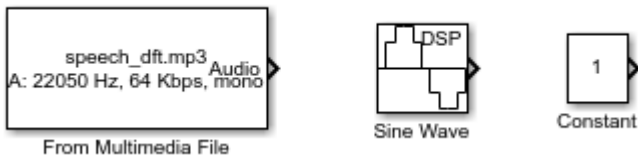
Frecvența modulatoră maximă	5kHz
Frecvența purtătoare	15kHz
Amplitudinea semnalelor modulatoră	2V
Amplitudinea semnalului purtător	1V
Frecvența de eșantionare	$\geq 10 \times$ frecvența purtătoare

- Pentru modulația MA
 1. Determinați lărgimea de bandă ocupată de un semnal modulat MA cu un semnal modulator determinist
 2. Determinați valorile maxime si minime a anvelopei semnalului modulat, daca semnalul modulator are amplitudine de 2V și componenta continua are valoare de 2V

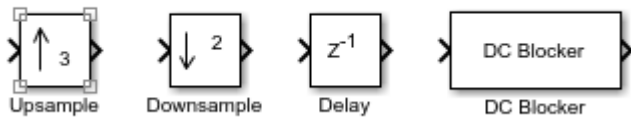
3. Determinați puterea semnalului modulat în funcție de puterea semnalului modulator și amplitudinea semnalului purtător
 - Pentru modulația BLD-PS
 1. Vizualizați spectrul și determinați banda de frecvență ocupată de semnalul modulat pentru diferite semnale modulate
 2. Determinați puterea semnalului modulat în funcție de puterea semnalului modulator și amplitudinea semnalului purtător
 - Pentru modulația BLU
 1. Vizualizați spectrul și determinați banda de frecvență ocupată de semnalul modulat
 2. Determinați puterea semnalului modulat în funcție de puterea semnalului modulator și amplitudinea semnalului purtător
 - Pentru modulația QAM
 1. Vizualizați spectrul și determinați banda de frecvență ocupată de semnalul modulat
 2. Determinați puterea semnalului modulat în funcție de puterea semnalului modulator și amplitudinea semnalului purtător

Blocurile simulink utilizate

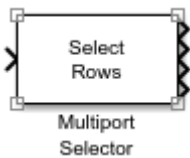
Surse de semnal: DSP System Toolbox -> Sources



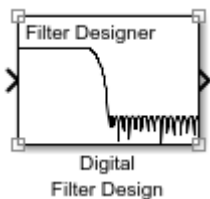
Prelucrarea semnalului: DSP System Toolbox -> Signal Operations



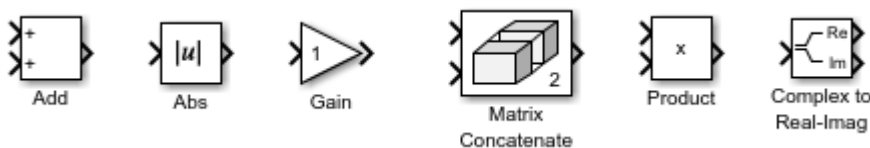
Gestionarea semnalului: DSP System Toolbox -> Signal Management -> Indexing



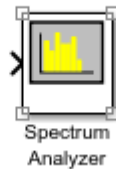
Filtrarea semnalului: DSP System Toolbox -> Filtering -> Filter Designs



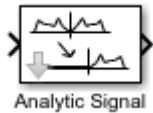
Operațiuni matematice: Simulink-> Math Operations



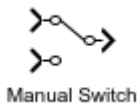
Afișarea/redarea semnalelor: DSP System Toolbox -> Sinks



Transformata Hilbert: DSP System Toolbox -> Transforms



Comutator: Simulink-> Signal Routing



Temă

1. Dacă un semnal purtător cu amplitudine de 2V este modulată în amplitudine cu un semnal modulator sinusoidal, și indicele de modulație $m=0.5$ calculați valoarea minimă respectiv maximă a anvelopei semnalului modulat.
2. Un semnal purtător cu amplitudine de 2V și frecvență de 3kHz este înmulțită cu o sumă de trei semnale sinusoidale care au amplitudini egale cu: $A_1=1V$, $A_2=2V$ și $A_3=0.5V$, respectiv frecvențe: $f_1=100Hz$, $f_2=200Hz$, $f_3=300Hz$. Ce tip de semnal modulat se obține? Desenați spectrul semnalelor înainte de înmulțire, respectiv spectrul semnalului modulat.
3. Se dă o modulație de tip bandă laterală dublă putătoare suprimată (BLD-PS) având frecvența purtătoare $f_p=1MHz$ și amplitudinea purtătoare $A_p=2.5V$. Semnalul modulator este un semnal dreptunghiular bipolar cu factor de umplere 50%, amplitudinea $A_{dr}=0.3V$ și frecvența 20kHz. Se cere:

- a. Dați expresia semnalului modulat BLD-PS și reprezentați grafic alura spectrala a semnalului modulat.
- b. Calculați puterea semnalului modulator, a celui modulat și a purtătoarei
- c. Dacă descompunerea în serie Fourier a unui semnal dreptunghiular simetric bipolar este:

$$s_m(t) = \frac{4A_{dr}}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cdot \cos((2k-1) \cdot \omega_{dr} \cdot t)}{2k-1}$$

dați expresia spectrului semnalului modulat și reprezentați grafic acest spectru considerând armonicile 1-12 ale semnalului modulator.

- d. Dacă banda semnalului modulat este definită la o atenuare de 30dB a componentelor spectrale față de amplitudinea purtătoare nemodulate, calculați lărgimea de bandă a semnalului modulat.

Bibliografie

- Ed.Nicolau, coord. - Manualul Inginerului electronist. Radiotehnica vol.III, Editura Tehnică, 1989
- http://en.wikipedia.org/wiki/Amplitude_modulation
- B.P. Lathi, "Modern Digital and Analog Communication Systems", Oxford University Press, 1998