

Modulația în frecvență

Scopul Aplicației

Aplicația propune studiul tehnicilor de demodulare ale modulațiilor în frecvență. Se vor prezenta câteva tipuri demodulatoare MF analogice și digitale respectiv implementarea acestora utilizând SDR (Software defined Radio).

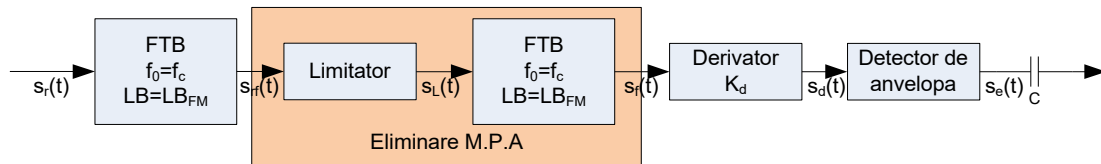
Un alt scop urmărit este evaluarea performanțelor asigurate de modulații în frecvență.

Considerente Teoretice

Demodularea semnalelor MF – principii

A. Demodulare prin derivare și detecție de anvelopă

- demodularea semnalelor MF necesită următoarele etape, vezi schema bloc de mai jos,:
- a. eliminarea modulației “parazite” de amplitudine (MPA), modulație introdusă de canal – semnalul rezultat are o amplitudine constantă
- b. derivarea semnalului modulat MF– această operație introduce o modulație BLD-P (MA) a semnalului rezultat, pe lângă modulația MF existentă
- c. detecția de anvelopă a semnalului (sau realizarea unei demodulări ML)
- d. eliminarea componentei continue



Figură 1 .Schema bloc a demodulatorului FM cu derivator și detecție de anvelopă

- filtrul trece-bandă de intrare are rolul de a îmbunătăți SNR-ul semnalului recepționat

a. Eliminarea modulației “parazite” de amplitudine

- semnalul recepționat este descris de relația (1); remarcăți amplitudinea variabilă $A(t)$:

$$s_{rf}(t) = A(t) \cos \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (1)$$

- eliminarea M.P.A. se face în două etape: - limitarea semnalului, urmată de o filtrare TB
- semnalul limitat este:

$$s_L(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin \left[(2k-1) \cdot \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \right] \quad (2)$$

- al doilea FTB reține doar prima armonică din (2), rezultând un semnal MF cu amplitudine constantă:

$$s_f(t) = \frac{4V}{\pi} \sin \left(\omega_c t + \Delta \omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau \right) \quad (3)$$

- pentru realizabilitatea filtrării, spectrele axate pe ω_c și $3\omega_c$ nu trebuie să se suprapună, adică:

$$3\omega_c - \frac{LB(3\Delta\omega_M)}{2} > \omega_c + \frac{LB(\Delta\omega_M)}{2} \Rightarrow \omega_c > \frac{LB(\Delta\omega_M) + LB(3\Delta\omega_M)}{4} \quad (4)$$

-privitor la relația (4) trebuie menționat că deviația maximă de frecvență a modulației MF de pe armonica de index k semnalului limitat are valoarea $\Delta\omega_{M-k} = (2k-1) \Delta\omega_M$, vezi relația (2), ceea ce face ca indicele de modulație al semnalului MF de pe această armonică să fie $\beta_k = (2k-1)\beta$. Rezultă că lărgimea de bandă ocupată de semnalul modulat MF pe armonica k se calculează cu acest indice folosind relația

$$LB_{MF} = 2 \cdot f_{mM} (1 + \beta + \sqrt{\beta})$$

b. Efectuarea derivării semnalului modulat MF

- derivarea semnalului MF are rolul de a introduce o modulare suplimentară BLD-P, alături de cea MF:

$$s_d(t) = k_d \frac{4V}{\pi} (\omega_c + \Delta\omega_M f(t)) \cdot \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \quad (5)$$

- rezultă că fiecare componentă spectrală a unui semnal MF va fi modulată BLD-P

c. *Detecția de anvelopă*

- extrage un semnal proporțional cu anvelopa lui (5):

$$s_o(t) = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} [\omega_c + \Delta\omega_M f(t)] = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \omega_c + k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \Delta\omega_M f(t) \quad (6)$$

d. *Eliminarea componentei continue*

- condensatorul C împreună cu Z_{in} a amplificatorului audio, formează un FTS, care dă la ieșire un semnal proporțional cu semnalul modulator:

$$s_o(t) = k_d \cdot k_e \frac{4V}{\pi} \Delta\omega_M f(t) \quad (7)$$

Demodulatoare MF digitale

Considerăm că semnalul recepționat modulat în frecvență este:

$$s_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \quad (8)$$

Ținând cont de egalitatea $\cos(a+b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$ relația (8) poate fi scrisă ca

$$\begin{aligned} s_{FM}(t) &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \cos(\omega_c t) - V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \cdot \sin(\omega_c t) = \\ &= I_{FM}(t) \cdot \cos(\omega_c t) - Q_{FM}(t) \cdot \sin(\omega_c t) \end{aligned} \quad (9)$$

Cu ajutorul unui demodulator MAQ se extrag componentele $I_{FM}(t)$ și $Q_{FM}(t)$

$$\begin{aligned} I_{FM}(t) &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \\ Q_{FM}(t) &= -V_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Aceste semnale reprezintă partea reală și partea imaginară a anvelopei complexe:

$$\begin{aligned} s_{FM-BB}(t) &= I_{FM}(t) + jQ_{FM}(t) = \\ &= V_0 \cos\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) - jV_0 \sin\left(\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau\right) = \\ &= V_0 e^{j\Delta\omega_M \cdot \int_0^t f(\tau) d\tau} \end{aligned} \quad (11)$$

Cu ajutorul convertoarelor analog-digitale (CAD) aceste semnale sunt convertite în semnale numerice:

$$\begin{aligned} s_{FM-BB}(nT_e) &= I_{FM}(nT_e) + jQ_{FM}(nT_e) = \\ &= V_0 e^{j\Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(x)} \end{aligned} \quad (12)$$

Variația de fază a anvelopei complexe este de fapt variația fazei semnalului recepționat datorită modulației,

$$\phi_n = \angle(s_{FM-BB}(nT_e)) = \tan^{-1}\left(\frac{Q_{FM}(nT_e)}{I_{FM}(nT_e)}\right) = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(xT_e) \quad (13)$$

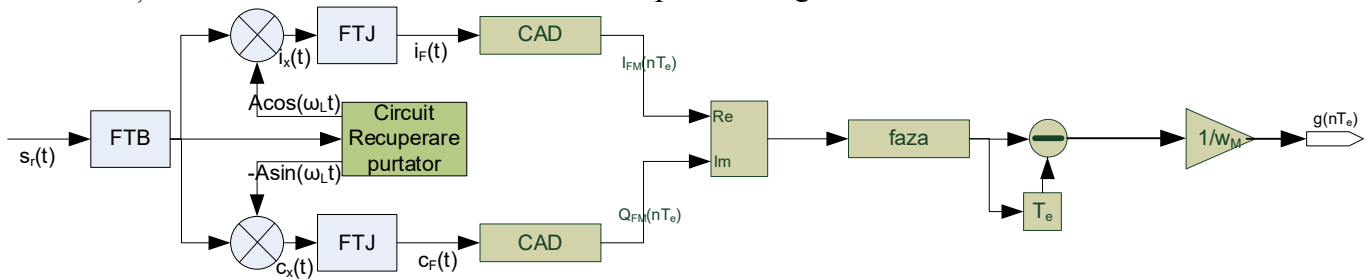
Relația (13) poate fi scrisă ca

$$\phi_n = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^n f(xT_e) = \Delta\omega_M \sum_{x=0}^{n-1} f(xT_e) + \Delta\omega_M f(nT_e) = \phi_{n-1} + \Delta\omega_M f(nT_e) \quad (14)$$

Pe baza relației (14) semnalului informațional recepționat poate fi determinat pe baza relației recursive:

$$f(nT_e) = \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{\Delta\omega_M} \quad (15)$$

Pe baza relațiilor de mai sus schema bloc a unui receptor MF digital este:



Figură 2 Demodulator FM digital

Performanțele MF în prezența zgomotului (performanțe de SNR)

- considerăm că semnalul MF de intrare are puterea P_s iar zgomotul Gaussian aditiv are puterea $P_n = N_0 \cdot LB_{FM}$, ambele după eliminarea M.P.A.;
- performanțele de SNR ale MF sunt evaluate prin raportul dintre valoarea raportului semnal/zgomot de la ieșirea demodulatorului și valoarea aceluiași raport la intrarea demodulatorului.
- raportul S/Zg (S/N – signal to noise) în exprimare liniară va fi notat cu ρ , iar în exprimare logaritmică cu SNR [dB]

$$\eta = \frac{\rho_o}{\rho_i};$$

$$\rho_o = \frac{P_{so}}{P_{No}}; \quad (16)$$

$$\rho_i = \frac{P_{si}}{P_{Ni}} = \frac{V_0^2 f^2(t)}{2N_0 \cdot LB_{FM}};$$

- punând expresia semnalului MF sub forma:

$$s_i(t) = V(t) \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega_M \int_0^t f(\tau) d\tau\right) = V(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t)) \quad (17)$$

- semnalul de zgomot poate fi exprimat sub aceeași formă:

$$n_i(t) = R(t) \cos(\omega_c t + \Psi(t)) \quad (18)$$

- deoarece semnalul de la intrarea demodulatorului este o sumă dintre $s_{MF}(t)$, și semnalul de zgomot, el poate fi exprimat sub forma:

$$s_r(t) = s_i(t) + n_i(t) = V(t) \sin[\omega_c t + \Phi(t)] + R(t) \cos[\omega_c t + \Psi(t)] = A(t) \cos[\omega_c t + \varphi_r(t)];$$

$$\varphi_r(t) = \Phi(t) + \arctg \frac{U(t)}{V_0}; \quad (19)$$

$$U(t) = R(t) \sin[\Psi(t) - \Phi(t)];$$

- datorită E.M.P.A. amplitudinea semnalului rezultat va fi constantă, iar purtătorul va fi sinusoidal;
- demodularea MF va extrage doar o tensiune $U_{LF}(t)$, proporțională cu variația frecvenței semnalului rezultat, care reprezintă semnalul de ieșire $s_o(t)$:

$$U_{LF}(t) = A \frac{d\phi_r(t)}{dt} = A \left[\Phi(t) + \arctg \frac{R(t) \sin(\Psi(t) - \Phi(t))}{V_0} \right]' \quad (20)$$

- în funcție de valorile SNR_i , semnalul de ieșire $U_{LF}(t)$ trebuie analizat pentru două cazuri „extreme”:

1. SNR_i foarte mic, adică $R(t) \gg V_0 \rightarrow SNR_i < 0 \text{ dB}$

- în acest caz probabilitatea ca amplitudinea $R(t)$ a zgomotului să fie mai mare decât V_0 este apropiată de 1, generând un semnal de ieșire care nu conține nici un termen care să fie proporțional cu semnalul modulator, vezi [Ed. Nicolau], ci doar termeni care „sunt captați” de zgomot:

$$P(R(t) > V_0) \approx 1 \Rightarrow U_{LF}(t) = A \frac{d\phi_r(t)}{dt} = A \frac{d \left[\arctg \frac{R(t) \sin(\Psi(t) - \Phi(t))}{V_0} \right]}{dt}; \quad (21)$$

de aceea, în acest domeniu de valori ale SNR_i , recepția este “captată” de zgomot, iar valoarea $SNR_i = 0 \text{ dB}$ (pentru FM cu $\beta = 3.33$) se numește prag “de captare a recepției de către zgomot”, PCZ.

- pentru $SNR_i = 0 \text{ dB}$, valoarea corespunzătoare a $SNR_0 = 10 \text{ dB}$, iar valoarea SNR_0 , pentru $SNR_i < 0 \text{ dB}$, este:

$$SNR_0 [\text{dB}] = 10 \text{ dB} + k_1 \cdot SNR_i [\text{dB}] \quad (22)$$

2. SNR_i mare, adică $R(t) \ll V_0 \rightarrow SNR_i > 10 \text{ dB}$ (5 dB)

- pentru $SNR_i \geq 10 \text{ dB}$ (5 dB), $P(R(t) < V_0) > 0.996$ și valoarea SNR_0 la ieșire este semnificativ mai mare decât cea a de la intrarea SNR_i ;

- această situație conduce la relațiile (23), în exprimare liniară și logaritmică:

$$P(R(t) < V_0) \approx 1 \Rightarrow \eta = \frac{\rho_o}{\rho_i} = k_3 \cdot 3 \cdot \beta^2 \cdot \frac{LB_{FM}}{2 \cdot f_{mM}}; \quad \text{pentru } \rho_i > 10 \Rightarrow \quad (23)$$

$$SNR_0 [\text{dB}] = 17 \text{ dB} + 10 \lg \left(3 \cdot \beta^2 \cdot \frac{LB_{FM}}{2 \cdot f_{mM}} \right) + SNR_i [\text{dB}] \quad \text{pt. } SNR_i > 10 \text{ dB};$$

- în reprezentarea logaritmică din (23) k_3 , care este panta dreptei din intervalul (0,10), a fost calculată pentru $\beta = 3,3$

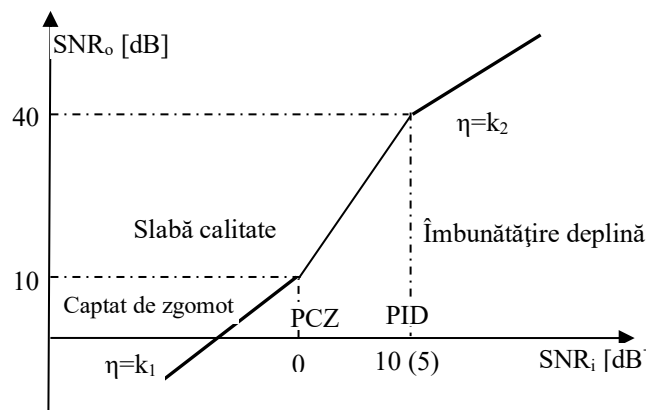


Fig. 1. Câștigul demodulatorului MF (reprezentarea aproximativă)

- acest fenomen este numit “îmbunătățire deplină” iar nivelul $SNR_i = 10 \text{ dB}$ (5 dB) este denumit prag de îmbunătățire deplină, P.I.D.

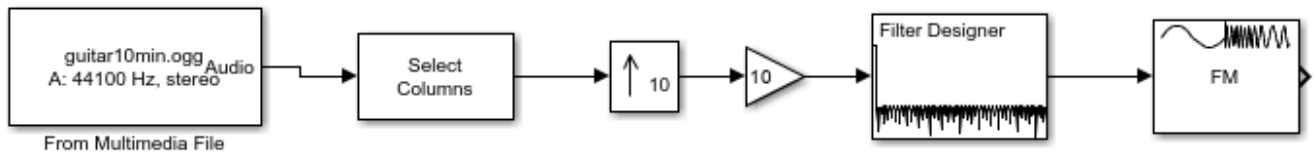
- P.I.D. = 10 dB pentru demodulatele care nu au buclă de reacție, cum sunt cele studiate mai sus;

- P.I.D. = 5 dB pentru demodulatele cu buclă de reacție, cum sunt cele cu PLL, [Ed. Nicolau].

- pentru valori ale SNR_i între cele două praguri ($0 < SNR_i < 10 \text{ dB}$), valoarea lui SNR_i se mărește cu un factor de multiplicare, vezi Fig. 1.

- în domeniul $SNR_i \in [0, 10] \text{ dB}$, semnalul demodulat e de slabă calitate, dar nu e captat de zgomot.

Desfășurarea Lucrării



Figură 3 **Modulatorul FM** utilizat pentru efectuarea lucrării de laborator

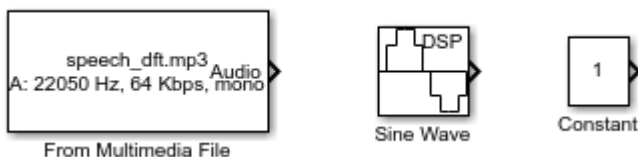
- Se va implementa modulatorul FM prezentat în Figura 3. utilizând un semnal modulator cu frecvența modulatoră maximă de 5kHz. Pentru modulare se va utiliza blocul *FM modulator* din Communications Toolbox -> Modulation-> Analog Baseband Modulation
 - Se va afișa spectrul semnalului FM bandă de bază pentru diferite valori a indicelui de modulație
 - Se va determina banda de frecvență a semnalului modulat FM pentru următoarele valori a deviației maxime de frecvență: 5kHz, 10kHz, 15kHz, 20kHz.
- Se va implementa demodulatorul MAQ prezentat în Figura 1.
- Se va implementa demodulatorul MAQ prezentat în Figura 2.
- Utilizând demodulatorul FM din figura 2 se va studia efectul suprapunerii a doua semnale modulate FM cu puteri diferite.

Să salvați reprezentarea în timp și în frecvență a semnalelor demodate.

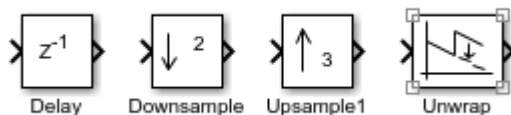
Blocurile simulink utilizate

Surse de semnal:

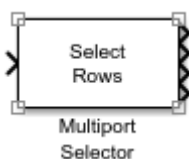
DSP System Toolbox -> Sources

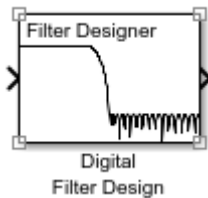
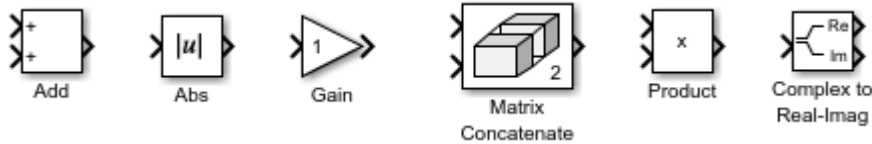
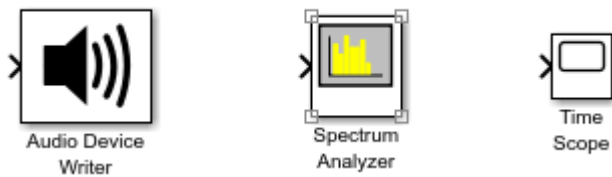


Prelucrarea semnalului: DSP System Toolbox -> Signal Operations



Gestionarea semnalului: DSP System Toolbox -> Signal Management -> Indexing



Filtrarea semnalului: DSP System Toolbox -> Filtering -> Filter Designs**Operațiuni matematice:** Simulink-> Math Operations**Afișarea/redarea semnalelor:** DSP System Toolbox -> Sinks**Referințe:**

- Ed.Nicolau, coord. "Manualul Inginerului electronist. Radiotehnica vol.III", Ed. Tehnică, 1989
- <https://ccrma.stanford.edu/software/snd/snd/fm.html>
- John G Proakis , Masoud Salehi, "Fundamentals Of Communication Systems" Prentice Hall 2004
- B.P. Lathi, "Modern Digital and Analog Communication Systems" Third Edition, Oxford University Press, 1998
- Simon Haykin "Communication Systems" 4th edition, John Wiley & Sons, 2001