

Alte probleme propuse

1. Probleme de optim în matematică

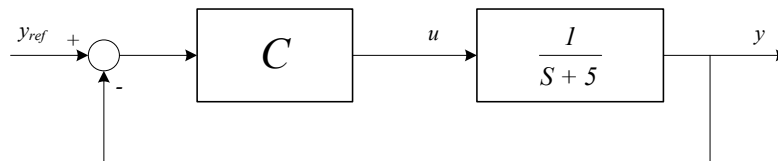
- Aflați soluția ecuației $f(x) = 5$, unde $f: [-10, 10] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x$, cu o precizie $\delta = 0.005$.
- Aflați maximul funcției $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x \cdot 1.5^{-x^2-y^2}$ unde $x, y \in [-5, 5]$, cu o precizie $\delta = 0.01$ pentru fiecare variabilă. Verificați rezultatul.
- Găsiți cea mai bună funcție polinomială de grad maxim 4 care aproximează funcția exponențială e^x pe intervalul $[0, e]$.
- Se dă expresia $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x) + c \cdot \cos(d \cdot x)$. Aflați valorile reale a, b, c, d pentru care derivata $f'(x) < f(x)$ pe tot intervalul $[-5, 5]$.

2. Modificarea unei distribuții de probabilitate

- Un examen teoretic constă din răspunsul la 21 de întrebări grilă, fiecare cu o anumită pondere (punctaj). Se dă o matrice cu 100×21 valori `boolean`, reprezentând rezultatele la evaluarea a 100 de participanți. Se cere să se determine ponderea fiecărei întrebări, astfel încât cât mai mulți participanți să obțină punctaj total peste 15, iar diferența între ponderi să nu depășească 50%.
Alternativ, se cere găsirea ponderilor astfel încât notele finale să respecte cât mai bine o distribuție gaussiană.
- Se dă o funcție `rand_0_pi()` care returnează un număr aleator în intervalul $[0, \pi]$, cu distribuția de probabilitate $P(x) = \sin(x)$. Găsiți o funcție polinomială de grad maxim 5 care să transforme distribuția dată într-o distribuție cât mai uniformă.

3. Calculul parametrilor unui controler PID

Se dă sistemul de gradul I din figura de mai jos. Calculați parametrii sistemului de control C , astfel încât răspunsul sistemului la treaptă să fie cât mai bun. Se cere să calculați parametrii controlerului în varianta P (proporțional) și PI (proporțional-integrativ). Se va considera un orizont de optimizare adecvat. *Sugestie:* discretizați sistemul și considerați un orizont de optimizare egal cu constanta de timp a sistemului.



4. Acoperire optimă pentru o suprafață

- Se dă o suprafață rectangulară de dimensiune fixă. Există n routere, fiecare cu o anumită rază de acoperire. Unde trebuie ele plasate ca să acopere cât mai bine zona

dată ? Zonele de lângă ferestre au prioritate pentru că acolo se vor amplasa birouri. Ne interesează acoperirea unei suprafețe cât mai mari.

- Într-o fabrică de îmbrăcăminte se taie cu o ștanță 20 de forme date dintr-un material textil cu lățimea dată (rolă). Se cere optimizarea tăieturilor în așa fel încât lungimea consumată din material să fie cât mai mică.

5. Control fuzzy ierarhizat pentru un sistem de lacuri de acumulare

În cazul controlului fuzzy pentru un sistem cu un număr mare de intrări și ieșiri, rezultă un număr imens de reguli de control, ceea ce face impractică folosirea algoritmilor genetici pentru găsirea lor. Exemplul de mai jos reprezintă modelul unui ansamblu de 4 lacuri, deci în total 8 intrări (debit de intrare u_i și nivelul apei l_i pentru fiecare lac) și 4 ieșiri d_i . Ar fi nevoie deci de $N = 5^8 \cdot 4 = 1\,562\,500$ reguli pentru controlul fuzzy cu un singur bloc FLRS.

Observăm în schimb că putem distribui controlul în mai multe unități, fiecare responsabilă de un singur lac. Mai mult, mărimile de intrare d_1 și u_2 pentru lacul 2, la fel ca d_2 , d_3 și u_4 pentru lacul 4 le putem însuma, nu este necesar să le considerăm separat. Ajungem deci la o *structură cu blocuri fuzzy ierarhizate*, cu un număr total de $N = 5^2 \cdot 4 = 100$ de reguli de control, mult mai fezabil pentru implementarea cu algoritmi genetici.

Implementați un program Java care stabilește regulile de control pentru acest sistem, cu scopul de a menține nivelul apei în fiecare lac la o referință dată, indiferent de mărimile de intrare u_1, u_2, u_3, u_4 (măsurabile, dar necontrolabile).

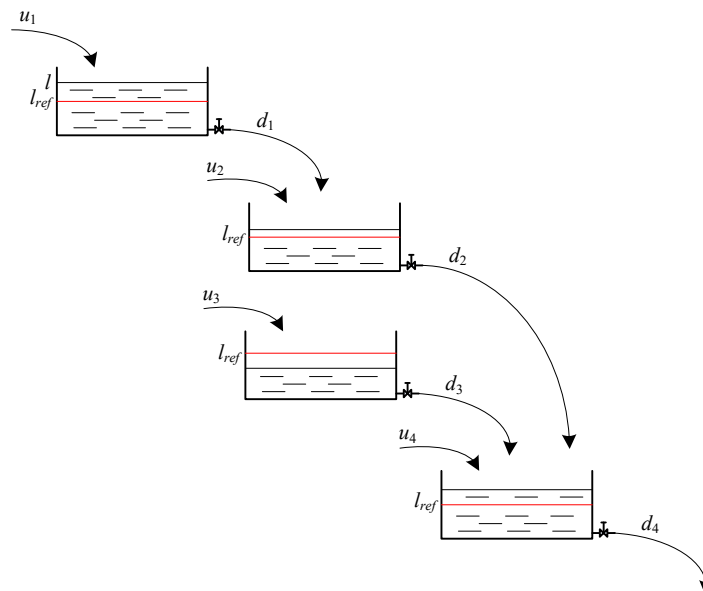


Figura 24. Modelul unui ansamblu de 4 lacuri

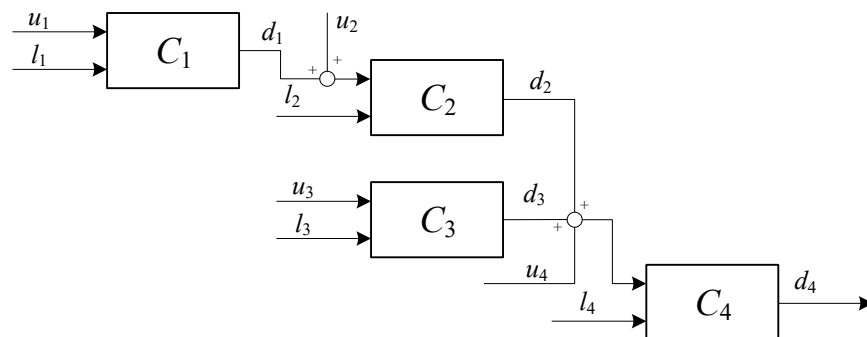


Figura 25. Control fuzzy ierarhizat

6. Problema comis-voiajorului

- Se dă un graf neorientat cu N orașe, cu costurile de deplasare de la un oraș la altul cunoscute. Un comis-voiajor are N pachete cu greutatea $g_1, g_2, \dots, g_n$ și trebuie să livreze fiecare pachet în orașul corespunzător. Calculați ruta optimă a comis-voiajorului astfel încât distanța totală parcursă să fie cât mai mică, dar să se evite deplasarea îndelungată cu pachete grele.
- Într-un oraș există m magazine, fiecare având un set de produse $S_i, i=1, \dots, m$, cu prețurile aferente. Lista de produse nu este comună, dar se suprapune parțial la diferite magazine. Un cetățean are nevoie de anumite produse pe care le va cumpăra. Trebuie determinat de la care magazin va cumpăra fiecare produs astfel încât costul total să fie cât mai mic, dar și numărul de magazine vizitate să fie cât mai mic.

7. Determinarea rutelor într-un sistem

- Se dă o rețea de $n \times n$ intersecții în cruce, prin care vehiculele pot circula virând la stânga, dreapta sau mergând înainte. Există date despre gradul de ocupare al fiecărei intersecții pe fiecare bandă și se cunosc timpii de verde ai fiecărei faze. Se cere să se calculeze ruta unui vehicul care dorește să treacă prin sistemul de intersecții astfel încât timpul total de așteptare la semafoare să fie minim. Este permisă găsirea unei soluții aproximative, bazată pe estimare.
- Considerând sistemul feroviar dat în laboratorul 5 (rețeaua feroviară din Figura 14 și întârzierile trenurilor din Figura 16), se cere să se introducă două trenuri noi *charter*: unul circule din gara din stânga spre dreapta, celălalt în sens opus. Să se determine rutele și întârzierile acestor trenuri astfel încât să nu existe accidente și timpul total de așteptare să fie minim.

8. Control fuzzy pentru un sistem de intersecții

- Se dau două intersecții în cruce cu o stradă de legătură între ele. Se consideră că la orice rută de intrare într-o intersecție *flow-split*-ul este astfel: 50% dintre vehicule merg înainte, 20% la dreapta și 30% la stânga. Există senzori care furnizează lungimea cozii pe fiecare dintre benzile de intrare în intersecție. Să se stabilească un ciclu al fazelor și să se genereze reguli de control fuzzy pentru fiecare intersecție și

fiecare fază, astfel încât timpul de așteptare la semafor pentru vehicule să fie minim. Se va folosi un simulator existent sau construit special pentru această aplicație.

- Se consideră un sistem de 9 intersecții în cruce, așezate într-o matrice 3×3 . Vehiculele pot merge doar înainte. Există senzori care măsoară lungimea cozii de vehicule pe fiecare bandă de intrare, iar semafoarele sunt controlate cu reguli fuzzy de control. Se cere aflarea celor mai bune reguli de control astfel încât timpul total de așteptare la semafor să fie minim.

Observație: dacă numărul de reguli de control este prea mare, el poate fi redus dacă se consideră *demand*-ul pentru fiecare fază, iar apoi durata fazelor pe baza *demand*-ului.

9. Determinarea controlului ETPN pentru un lac de acumulare

Se dă sistemul de mai jos, format dintr-un lac de acumulare și două generatoare de energie electrică. Există 4 senzori care generează evenimente atunci când nivelul h al apei în lac ajunge în dreptul senzorului: m , L , H , M . Se cere să se construiască un sistem de control cu evenimente discrete (în forma ETPN) care respectă următoarele specificații:

1. generatorul G_1 funcționează când nivelul apei h depășește L
2. generatorul G_1 funcționează când nivelul apei h depășește H
3. când nivelul apei depășește M se deschide și golirea c_3 .

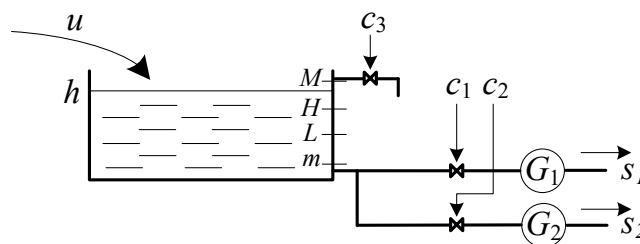


Figura 26. Modelul unui lac pentru control cu ETPN

10. Controlul unei intersecții folosind ETPN

Se consideră o intersecție în cruce cu 3 benzi de intrare din fiecare direcție. Un vehicul care se apropie de intersecție are 50% probabilitate de a se înscrie pe banda de mers înainte, 20% la dreapta și 30% la stânga (*flow-split*). Există senzori pe fiecare dintre benzile de intrare în intersecție, care generează un eveniment atunci când un vehicul se așează la coadă. Să se construiască un sistem de control ETPN care satisface următoarele cerințe: nici un vehicul nu trebuie să aștepte mai mult de 30 de secunde și timpul total de așteptare să fie minim. Se consideră că un vehicul trece prin intersecție în 1 secundă.

11. Optimizarea multiobiectiv a unor funcții matematice

- Se dă funcția $f: [-\pi/2, \pi] \rightarrow R \times R$, $f(x) = (f_1; f_2) = (x \cdot \sin(x); x \cdot \cos(x))$. Aflați valoarea lui x pentru care f_1 și f_2 au valori cât mai mari. Reprezentați grafic frontul Pareto dând valori lui x în intervalul $[-\pi/2, \pi]$.

- Se dă funcția $f : [-5,5] \times [-5,5] \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $f(x, y) = (x \cdot 1.5^{-x^2-y^2}; \sin x \cdot \cos y; \sqrt{x+y})$. Aflați valorile x și y cu o precizie $\delta = 0.01$ pentru care toate componentele funcției f au valori maxime. Reprezentați grafic frontul Pareto ca o suprafață în 3 dimensiuni.

12. Implementarea unui operator de selecție pentru optimizarea multiobiectiv

Pentru problema de optimizare multiobiectiv a unei funcții matematice (prezentată în laboratorul 7), implementați un operator de selecție care să asigure o varietate suficientă în generația următoare astfel: se ia o pondere $\gamma \in [0, 1]$ care scalează cele două obiective, pentru fiecare valoare posibilă a lui γ se calculează performanța ponderată $J_\gamma = \gamma \cdot f_1 + (1 - \gamma) \cdot f_2$ și se aleg 2 indivizi cu cea mai mare performanță J_γ . Considerați pentru γ un număr de 100 de valori diferite.

13. Calculul mărimii de control multiobiectiv

- Pentru sistemul descris în laboratorul 3 (studiu de caz I), se adaugă un cost de schimbare a valorii de intrare u_k de la un moment la altul: $c_k = |u_k - u_{k-1}|$. Acest cost are sensul energiei consumate de actuator. Se cere să se afle valorile lui u_k pentru $k=0, \dots, 13$ astfel încât să se respecte referința y_{ref} dată grafic în Figura 5 și energia totală consumată să fie cât mai mică. Reprezentați grafic frontul Pareto aferent celor 2 obiective.
- Se dau două sisteme de gradul 2, cu o constantă de timp comparabilă τ . Se cere găsirea parametrilor unui controler PI care să regleze cât mai bine răspunsul la treaptă pentru ambele sisteme, pe un orizont de optimizare $T_{sim} = 3 \cdot \tau$. Reprezentați grafic frontul Pareto pentru cele două obiective (suma erorilor de reglaj pentru fiecare dintre cele două sisteme).

14. Sistem de control multiobiectiv fuzzy

Se consideră sistemul de 4 lacuri de acumulare din Figura 24. Fiecare lac este controlat independent: se măsoară debitul de intrare și nivelul lacului și se calculează debitul de ieșire folosind un controler fuzzy. Debitul de ieșire este direct proporțional cu energia electrică generată. Există o funcție dată care descrie cererea de energie generată totală: într-o zi există 2 perioade cu cerere mai ridicată (dimineața și seara).

Se cere să se afle regulile de control fuzzy prin optimizare multiobiectiv: nivelul fiecărui lac să fie cât mai aproape de referință și energia totală generată să fie cât mai aproape de cerere în fiecare moment.

15. Determinarea unor expresii matematice / logice

- Se dă o mulțime de numere întregi $M = \{12, 5, -3, 7, 0, 11, 2\}$ și setul de operații $S = \{+, -, *, /, ^\}$. Stabiliți o expresie matematică folosind acești operanzi și cel puțin 4 numere distincte din M , astfel încât rezultatul evaluării expresiei să fie 110.
- Se dă un set de 10 variabile logice (cu valori posibile *true* sau *false*) și o listă de date de test care conțin valorile variabilelor de intrare și o valoare corespunzătoare pentru ieșire. Se cere să se determine o expresie logică cât mai scurtă care generează aceeași

ieșire pentru toate cazurile de test. O expresie logică este formată cu operatorii {and, or, not}

- Se dă un număr natural N . Folosind operatorii +, -, *, / (împărțire întreagă), găsiți o expresie matematică ce folosește cât mai puține numere prime $\leq N/2$, astfel încât rezultatul evaluării expresiei să fie cât mai aproape de N .
- Se cere determinarea unei expresii matematice cât mai simple care produce aceleași rezultate cu funcția $F(x)$ pentru $x \in [-10, 10]$:

$$F(x) = \frac{x}{2 \cdot \sin^2(x) + \cos(2x) + \operatorname{tg}(x)}$$

16. Probleme de alocare a resurselor

- La o nuntă sunt invitate N persoane, iar unele se cunosc între ele în funcție de o matrice de cunoștințe dată. Se cere ca toate persoanele să fie așezate la m mese cu câte L locuri în așa fel încât la fiecare masă să fie cât mai puține persoane care nu se cunosc între ele. Evident, datele problemei satisfac condiția $N \leq m \cdot L$.
Bonus: Se pot suplimenta locurile la fiecare masă cu maxim 2 locuri, dar acest lucru este penalizat.
- Într-o companie există n angajați, fiecare cu un anumit set de *skill*-uri și un salariu dat. Există p proiecte, fiecare cu un necesar de număr de oameni cu anumite *skill*-uri. Se cere să se aloce oamenii la proiectele date (nu există alocare part-time), astfel încât proiectele să fie acoperite în totalitate și costurile să fie cât mai mici (oamenii nealocați la proiecte nu intră în cost).

17. Probleme de strategie și joc

- Se cere să se plaseze 8 regine pe o tablă de șah astfel încât ele să atace toate pătratele rămase libere.
- Se dă o tablă ca de șah, dar cu $n \times m$ pătrate, se cere să se determine numărul minim de regine și unde să fie plasate astfel încât ele să atace toate pătratele rămase libere.
- *Problema săriturii calului*: pe o tablă de șah se află un cal pe poziția (1,1). Săritura calului este cea obișnuită pe o tablă de șah, în formă de L. Se cere să se determine în ce ordine trebuie să sară ca să acopere toată tabla de joc și să nu calce de 2 ori pe același pătrat.
- Pentru jocul de dame, se cere implementarea unui program pentru care, dacă se dă o configurație a jocului la un anumit moment, oferă cea mai bună variantă de mutare. O variantă de mutare se consideră că este cu atât mai bună cu cât:
 1. se fac mai multe sărituri cu piesa respectivă
 2. se capturează mai multe piese ale adversarului
 3. locul final al piesei este mai aproape de marginea opusăReprezentați frontul Pareto (cele mai bune mutări găsite în funcție de aceste 3 obiective) pe un grafic tridimensional.