Technical University of Cluj - Napoca
Computer Science Department

Procesarea Imaginilor

(An 3, semesterul 2)

Curs 3: Imagini binare. Proprietati geometrice simple.

Procesarea imaginilor binare

Introducere

- Imaginea cea mai simplă, care este folosită într-o gamă largă de aplicaţii industriale şi medicale este imaginea binară (imagine alb-negru, imagine siluetă).

Avantaje

- Simplu de generat: prin camere digitale simple, sau prin aplicarea binarizării pe imagini grayscale.
- Necesită memorie puţină: 1 bit per pixel, sau mai puţin, dacă aplicăm şi compresie (de exemplu run length encoding – RLE).
- Procesare simplă şi rapidă: algoritmii sunt mult mai simpli decât cei aplicaţi pe imaginile grayscale.

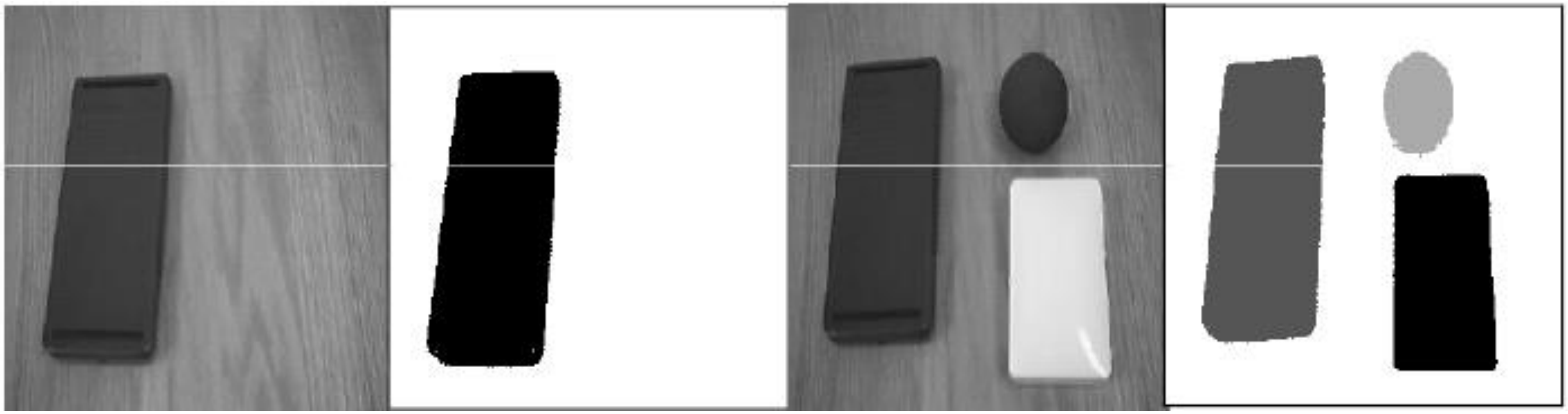
Dezavantaje

- Aplicabilitate limitată, restricţionată la cazurile în care detaliul intern nu este necesar ca o trăsătură definitorie.
- Nu poate sugera natura tridimensională a obiectelor.
- Este necesară o iluminare specială pentru a obţine imagini siluetă corecte, fără a impune restricţii asupra mediului.

Procesarea imaginilor binare

Binarizarea

- În cel mai simplu caz, o imagine conţine un singur obiect sau mai multe obiecte individuale, vizualizate pe un fundal de intensitate diferită de cea a obiectelor. În acest caz, separaţia dintre obiecte şi fundal se poate realiza prin binarizare.



- Scopul binarizării este segmentarea unei imagini în regiuni de interes, şi eliminarea regiunilor considerate neesenţiale. Cea mai simplă binarizare va folosi un singur prag pentru a izola obiectele de interes. În alte cazuri, un singur prag nu este suficient pentru segmentarea întregii imagini. În aceste cazuri, se folosesc praguri variabile, sau multiple, bazate pe măsuri statistice.

Procesarea imaginilor binare

Binarizarea – identificarea regiunilor care conţin obiecte de interes

Segmentarea – partiţionarea imaginii în regiuni

$$f(i,j) \rightarrow P_1, P_2, \ldots, P_k$$

Def. 1.1. O regiune este o sub-mulţime a imaginii.

Def. 1.2. Segmentarea este gruparea pixelilor în regiuni, astfel încât

$\bigcup_{i=1}^{k} P_i =$ întreaga imagine (partiţionare exhaustivă), şi

$P_i \cap P_j = 0$ if $i \neq j$ (partiţionare exclusivă)

- Fiecare regiune Pi satisface un predicat, deci toate punctele unei regiuni au o proprietate comună.
- Pixelii regiunilor adiacente, când sunt luaţi împreună, nu satisfac acest predicat.

Strategii de selecţie a pragului

Tipuri de binarizare

- Binarizare globală
- Semi-binarizare
- Binarizare cu mai multe praguri
- Binarizare cu prag variabil

Selecţia pragului

- Selecţia folosind media şi deviaţia standard
- Selecţia folosind maximizarea varianţei dintre clase (metoda Otsu)
- Selecţia folosind cea mai bună aproximare a imaginii de intensitate (graylevel) cu o imagine cu două nivele

Binarizare globală

f(x,y) este imaginea sursă, iar b(x,y) este imaginea binară rezultată.

$$b(x,y) = f_T(x,y)$$

$$f_T(x,y) = \begin{cases} 1 & f(x,y) \leq T \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

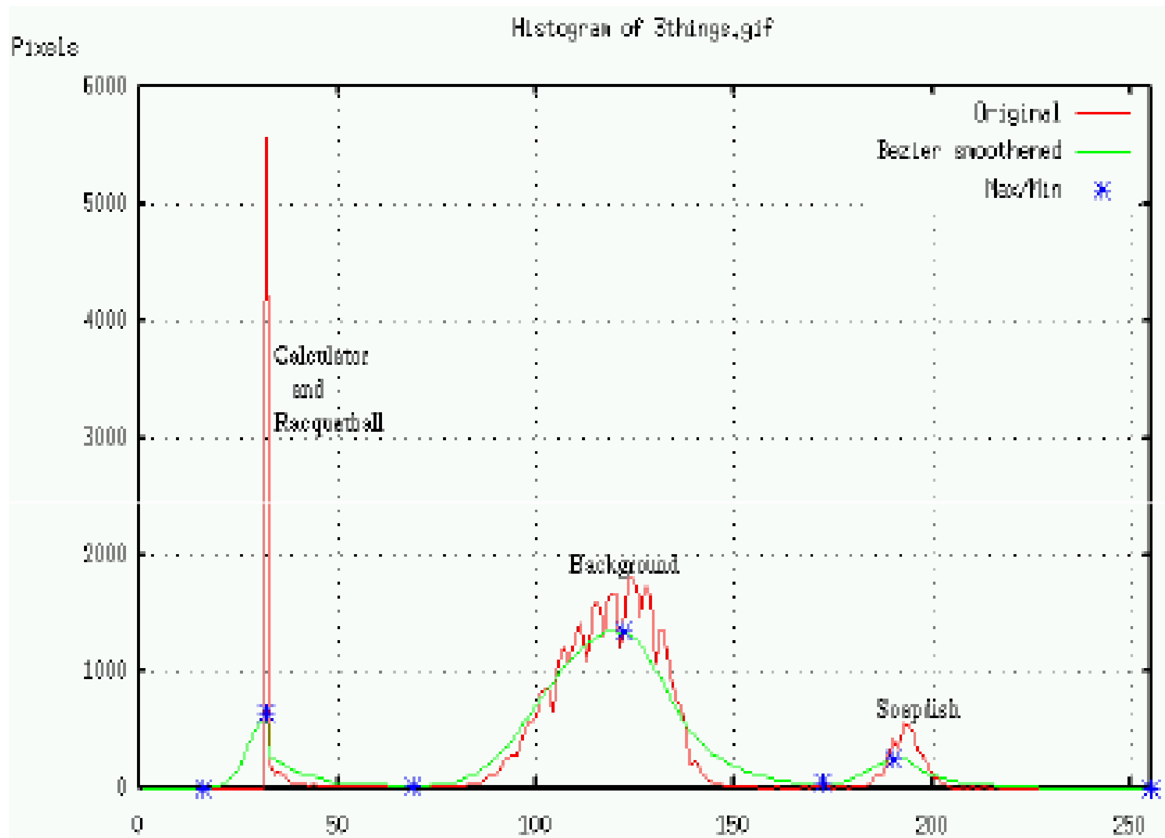
$$Object \in [T_1, T_2]$$

$$f_T(x,y) = \begin{cases} 1 & T_1 \leq f(x,y) \leq T_2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$Obiect \in Z$$

Unde Z este o mulţime de valori de intensitate

$$f_T(x,y) = \begin{cases} 1 & f(x,y) \in Z \\ 0 & otherwise \end{cases}$$



Analiza histogramei

Semi-binarizare

- Pixelii a căror intensitate este într-un anumit interval dat de praguri își rețin valoarea originală, iar ceilalți primesc valoarea zero.

$$b(x,y)=\begin{cases} f(x,y) \text{ } if \text{ } h \le f(x,y) \le k \\ 0 \quad otherwise \end{cases}$$

- Pixelii de intensitate mare se pot reține astfel:

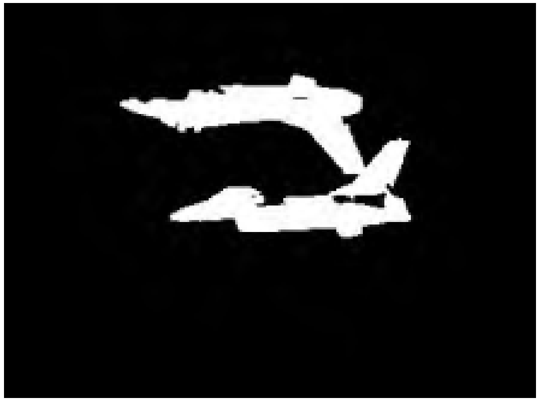
$$b(x,y)=\begin{cases} f(x,y) \text{ } if \text{ } f(x,y) \ge k \\ 0 \quad otherwise \end{cases}$$

- Pixelii de intensitate mică se pot reține astfel:

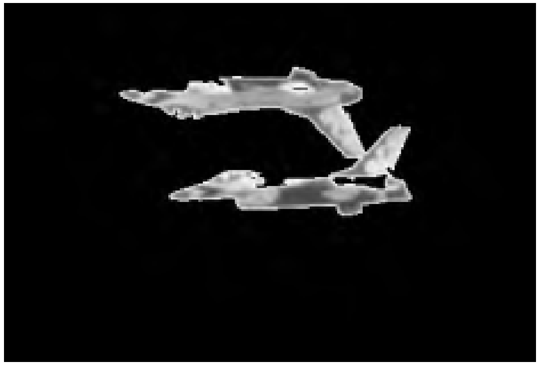
$$b(x,y)=\begin{cases} f(x,y) \text{ } if \text{ } f(x,y) \le k \\ 255 \quad otherwise \end{cases}$$

Exemplu

Imagine originală



Binarizare globală



Semi-binarizare

Binarizarea multi-nivel

- Binarizarea multi-nivel permite segmentarea pixelilor în clase multiple. De exemplu, dacă histograma conţine mai multe vârfuri, se poate segmenta imaginea folosind doua praguri. Aceste două praguri divid mulţimea de pixeli în trei domenii care nu se suprapun.
- Fie f(x,y) imaginea sursă, şi k_1, ..., k_n valori prag, astfel încât $k_1>k_2>\ldots>k_n$. Aceste praguri partiţionează R în n+1 intervale, ce vor fi asociate cu valorile v_1, ..., v_n în imaginea binarizată.
- Imaginea rezultat este definită prin:

$$b(x,y)=\begin{cases} v_1,\ if\ k_1 < f(x,y) \\ v_i\ if\ k_i < f(x,y) \le k_{i-1} \\ v_{n+1}\ if\ \ f(x,y) \le k_n \end{cases}$$

Binarizarea variabilă

- Binarizarea variabilă permite ca mai multe nivele prag să fie aplicate pe diferite regiuni ale imaginii.
- Dacă f(x,y) este imaginea sursă, notăm cu d(x,y) valoarea prag asociată cu fiecare punct din imagine.
- Imaginea rezultat b(x,y) este definită ca:

$$b(x,y)=\begin{cases}1 \; if \;\; f(x,y)\geq d(x,y)\\ 0 \; if \;\; f(x,y)< d(x,y)\end{cases}$$

Selecţia pragului folosind media şi deviaţia standard

- Media valorilor unei imagini f(x,y) este:

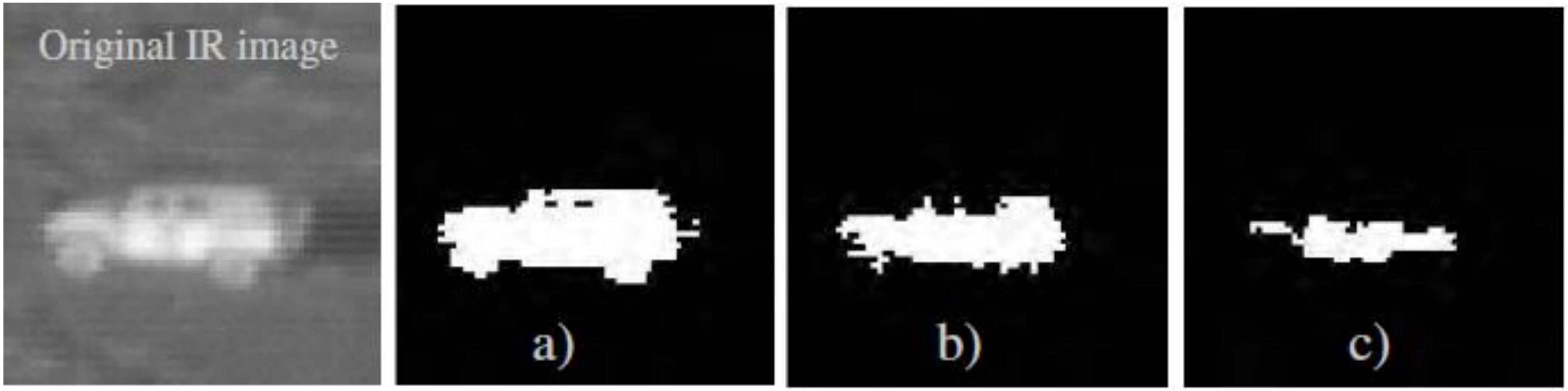
$$\mu = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(i,j)$$

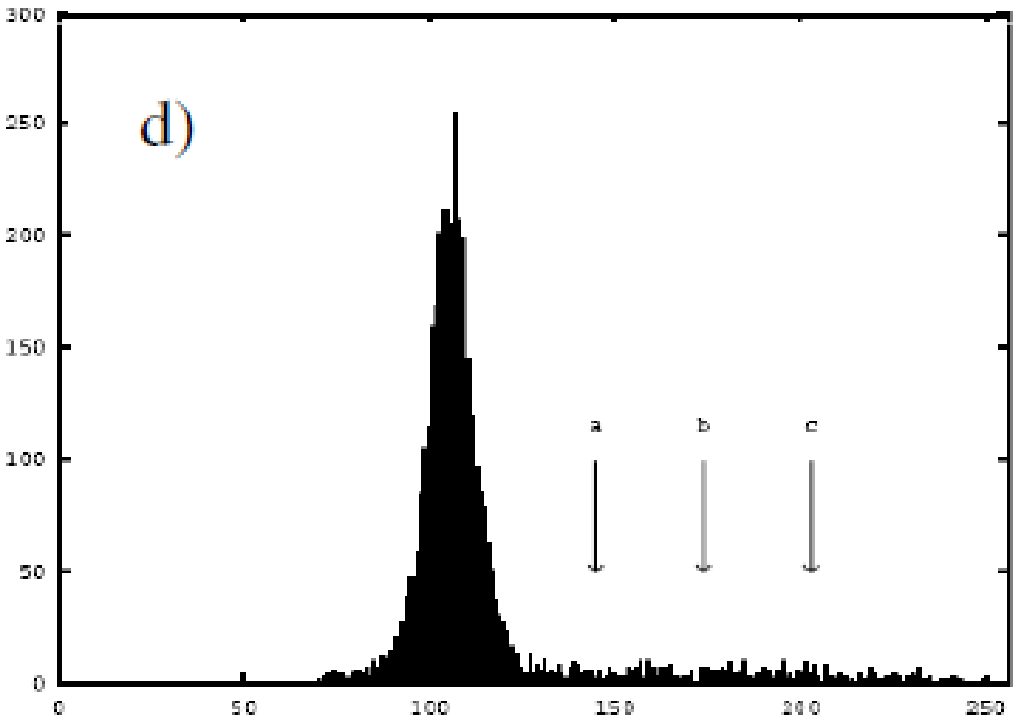
- Deviaţia standard a valorilor imaginii f(x,y) este

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} [f(i,j) - \mu]^2}$$

- Nivelul pragului, T, este $\mathbf{T = k_1\mu + k_2\sigma}$ unde k_1 şi k_2 sunt dependente de tipul imaginii.

Exemplu





a) $k_1=k_2=1$, $T=145$

b) $k_1=1$, $k_2=2$, $T=174$

c) $k_1=1.5$, $k_2=1$, $T=203$

Histograma imaginii originale, si nivelul pragurilor

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare

Aria

$$A = \iint_I b(x, y)\,dx\,dy$$

$$A = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} b(i, j)$$

Poziţia

- Practica uzuală este alegerea centrului ariei. Centrul ariei este centrul de masă al unei figuri cu aceeaşi formă, şi cu masă constantă pe unitate de arie.
- Centrul de masă al unui obiect este punctul în care întreaga masă a obiectului poate fi concentrată fără a schimba momentul de ordinul 1 al obiectului raportat la orice axă de de coordonate.

$$\bar{x} \iint_I b(x, y)\,dx\,dy = \iint_I x\,b(x, y)\,dx\,dy \qquad \bar{i} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} b(i, j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} i\,b(i, j)$$

$$\bar{y} \iint_I b(x, y)\,dx\,dy = \iint_I y\,b(x, y)\,dx\,dy \qquad \bar{j} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} b(i, j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} j\,b(i, j)$$

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare

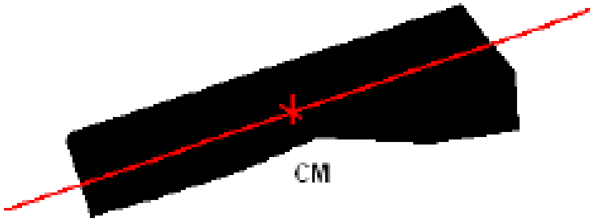
Poziţia

- $(\bar{x}, \bar{y})$ şi $(\bar{i}, \bar{j})$ reprezintă poziţia centrului ariei.

$$\bar{i} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} i\,b(i,j)}{A} \qquad \bar{j} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} j\,b(i,j)}{A}$$

Orientarea

- Dacă presupunem că obiectul este alungit, orientarea acestuia se poate defini printr-o axă de alungire. Axa de alungire este echivalentă cu axa momentului de ordin 2, şi ne dă dreapta faţă de care integrala pătratelor distanţelor punctelor obiectului binar este minimă.



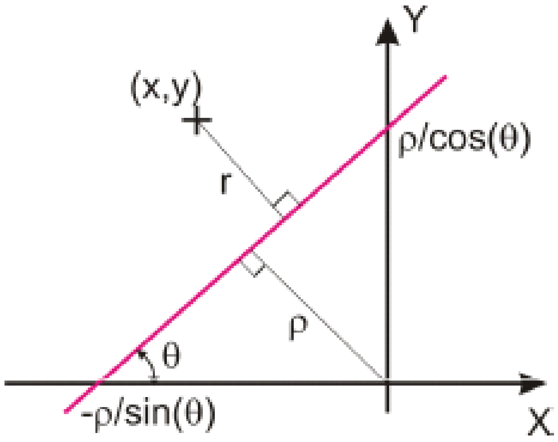
Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare

Orientarea

- Axa de inerţie minimă, ce va minimiza $E = \iint_I r^2 b(x, y)\,dx\,dy$

unde r este distanţa de la un punct (x,y) la dreaptă

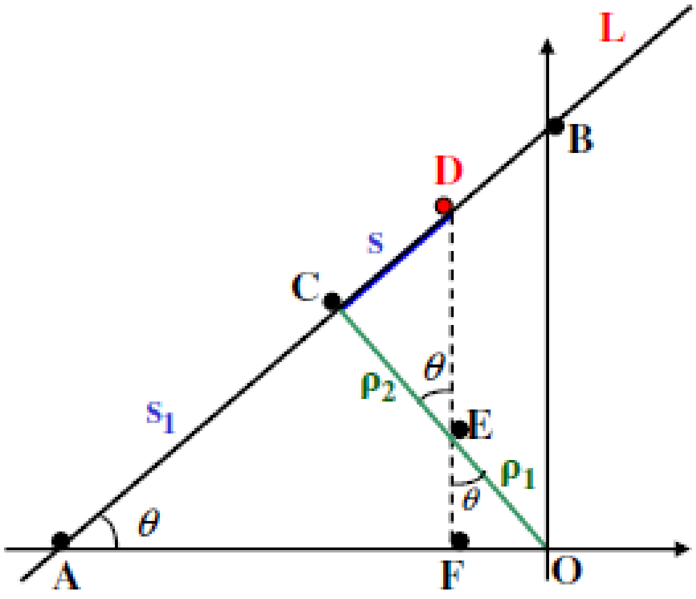
Pentru a găsi o dreaptă în plan, avem nevoie de doi parametri. O pereche convenabilă este distanţa faţă de origine, ρ , şi unghiul de orientare θ faţă de axa x. Ecuaţia dreptei este



$$x \sin\theta - y \cos\theta + \rho = 0$$

Dacă se dă un punct (x,y) de pe un obiect binar, trebuie găsit cel mai apropiat punct de pe dreaptă, (x0, y0), pentru a putea calcula distanţa r.

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare



- $\rho = \rho_1 + \rho_2$
- $C(x_c,y_c)$ este punctul de pe dreaptă cel mai apropiat de origine, unde $x_c = -\rho\sin\theta$; $y_c = \rho\cos\theta$
- Se va scrie ecuaţia parametrică a punctelor de pe linie, (x_0,y_0).
- Considerăm distanţa s de-a lungul dreptei faţă de punctul cel mai apropiat de origine, ca parametru.

$$\Delta FEO: \sin\theta = \frac{FO}{EO} = \frac{FO}{\rho_1} \Rightarrow FO = \rho_1 \cdot \sin\theta = (\rho - \rho_2)\cdot \sin\theta$$

$$\Delta ECD: \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{CD}{CE} = \frac{s}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{s\cos\theta}{\sin\theta}$$

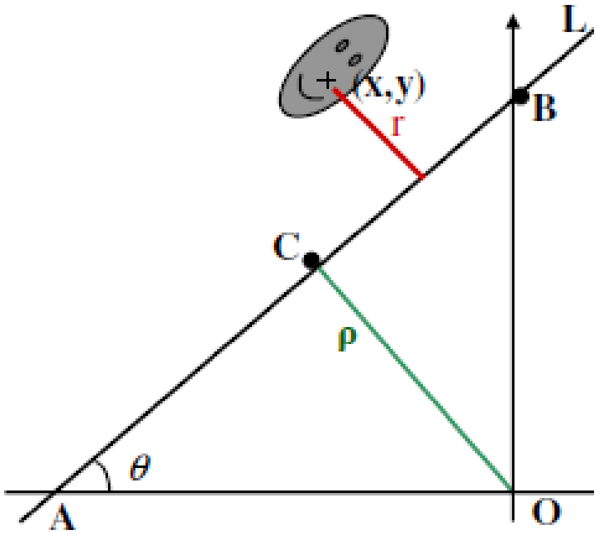
$$x_0 = -\rho\sin\theta + s\cos\theta$$

$$\Delta AFD: \sin\theta = \frac{FD}{AD} = \frac{FD}{s+s_1} \Rightarrow FD = (s+s_1)\cdot\sin\theta$$

$$\Delta AOC: \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{CO}{AC} = \frac{\rho}{s_1} \Rightarrow s_1 = \frac{\rho\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$y_0 = \rho\cos\theta + s\sin\theta$$

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare



- Dându-se un punct (x,y) pe obiect, se va găsi punctul cel mai apropiat (x0,y0) pe linia L astfel încât să putem calcula distanţa punctului (x,y) faţă de linie.

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

- Se folosesc ecuaţiile parametrice ale lui x_0 şi y_0:

$$r^2 = (x^2 + y^2) + \rho^2 + 2\rho(x\sin\theta - y\cos\theta) - 2s(x\cos\theta + y\sin\theta) + s^2$$

- Se derivează în raport cu s, şi se pune condiţia ca derivata să fie zero: $s = x\cos\theta + y\sin\theta$

- Acest rezultat se substituie în ecuaţiile parametrice pentru x_0 şi y_0:

$$\left.\begin{aligned} x - x_0 &= +\sin\theta(x\sin\theta - y\cos\theta + \rho) \\ y - y_0 &= -\cos\theta(x\sin\theta - y\cos\theta + \rho) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow r^2 = (x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)^2$$

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare

- Ecuaţia inerţiei devine:

$$E = \iint_I r^2 b(x,y)dxdy = \iint_I (x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)^2 b(x,y)dxdy$$

- Derivând faţă de ρ şi punând condiţia ca rezultatul să fie zero se obţine:

$E'_\rho(r, \rho)=0$

$$E'_\rho = \iint 2(x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)b(x,y)dxdy =$$

$$= 2\sin\theta \iint xb(x,y)dxd\ y - 2\cos\theta \iint yb(x,y)dxd\ y + \rho \iint b(x,y)dxdy$$

$$E'_\rho = 2A(\bar{x}\sin\theta - \bar{y}\cos\theta + \rho) = 0$$

- Astfel, axa de inerţie trece prin centrul de masă al obiectului. Centrând coordonatele, $x' = x - \bar{x}$ şi $y' = y - \bar{y}$ ecuaţia dreptei se transformă:

$$x\sin\theta - y\cos\theta + \rho = x'\sin\theta - y'\cos\theta$$

$$E = a\sin^2\theta - b\sin\theta\cos\theta + c\cos^2\theta$$

- a, b, c sunt momentele de ordinul 2:

$$a = \iint_{I'} (x')^2 b(x,y)dx'dy'$$

$$b = 2\iint_{I'} (x'y')b(x,y)dx'dy'$$

$$c = \iint_{I'} (y')^2 b(x,y)dx'dy'$$

Proprietăţi geometrice simple ale imaginilor binare

- Ecuaţia inerţiei E se poate rescrie sub forma:

$$E = \frac{1}{2}(a+c) - \frac{1}{2}(a-c)\cos 2\theta - \frac{1}{2} b \sin 2\theta$$

- Derivând faţă de θ şi punând condiţia ca rezultatul să fie zero, obţinem:

$$E'_{\theta} = (a-c)\sin 2\theta - b\cos 2\theta = 0$$

- De unde

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c}$$

- În consecinţă,

$$\sin 2\theta = \pm \frac{b}{\sqrt{b^2 + (a-c)^2}} \qquad \cos 2\theta = \pm \frac{a-c}{\sqrt{b^2 + (a-c)^2}}$$

- Din soluţiile posibile, cea cu semnul plus pentru sin şi cos corespunde minimului inerţiei, iar cealaltă soluţie corespunde maximului inerţiei.

Momente

- Momentele: iniţiale (sau pur si simplu momente) şi centrate. Sunt valori care caracterizează distribuţia statistică a unor variabile aleatoare.
- În procesarea de imagini ne interesează momentele definite pentru două variabile (pe R^2)
- Momente iniţiale de ordin p,q:

$$m_{p,q} = \sum_{x,y} I(x,y) x^p y^q$$

- Aria este moment iniţial de ordin 0:

$$A = m_{0,0} = \sum_{x,y} I(x,y)$$

- Centrul de masă poate fi definit prin momente:

$$\bar{x} = \frac{1}{A} \sum_{x,y} I(x,y) x = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}} \qquad \bar{y} = \frac{1}{A} \sum_{x,y} I(x,y) y = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$$

Momente

- Momente centrate: sunt calculate pe baza diferenţelor faţă de centrul de masă.
- Momente centrate de ordin p,q:

$$\mu_{p,q} = \sum_{x,y} I(x,y)(x-\overline{x})^p (y-\overline{y})^q$$

- Unghiul axei de alungire exprimat prin momente centrate:

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c}$$

$$a = \iint_{I'} (x')^2 b(x,y)dx'dy' \qquad a = \mu_{2,0}$$

$$b = 2\iint_{I'} (x'y')b(x,y)dx'dy' \qquad b = 2\mu_{1,1}$$

$$c = \iint_{I'} (y')^2 b(x,y)dx'dy' \qquad c = \mu_{0,2}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\mu_{1,1}}{\mu_{2,0} - \mu_{0,2}}$$

Momente

- Excentricitatea: exprimă gradul de alungire al unei elipse.
- Se poate potrivi o elipsă oricărui obiect:

$$a_1 = \mu_{2,0} + \mu_{0,2} + \sqrt{(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})^2 + 4\mu_{1,1}^2}$$

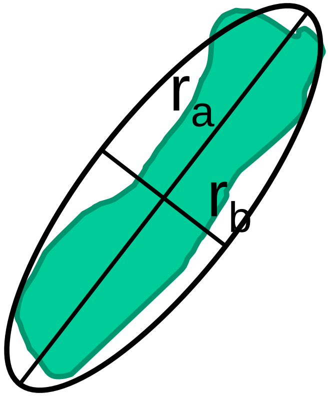
$$a_2 = \mu_{2,0} + \mu_{0,2} - \sqrt{(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})^2 + 4\mu_{1,1}^2}$$

- Dimensiunea axelor:

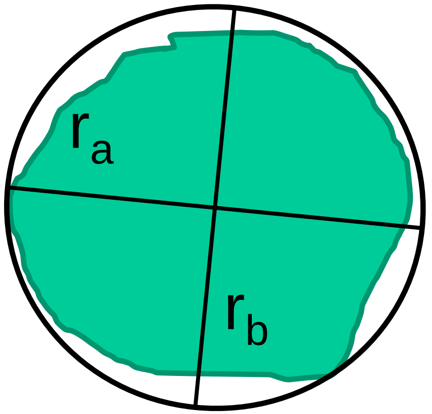
$$r_a = \sqrt{\frac{2a_1}{A}} \qquad r_b = \sqrt{\frac{2a_2}{A}}$$

- Excentricitatea:

$$e = \sqrt{1 - \frac{r_b^2}{r_a^2}}$$



Excentricitate mare



Excentricitate mică

Proiecţiile

- Integrala lui b(x,y) de-a lungul unei drepte L dă valoarea proiecţiei:

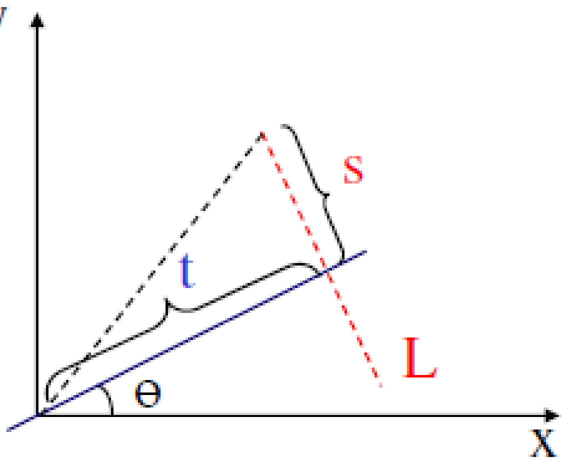
$$p_\theta(t) = \int b(t\cos\theta - s\sin\theta, t\sin\theta + s\cos\theta)ds$$

- Proiecţia verticală: Θ = 0

$$v(x) = \int b(x,\ y)dy$$

- Proiecţia orizontală: Θ = π/2

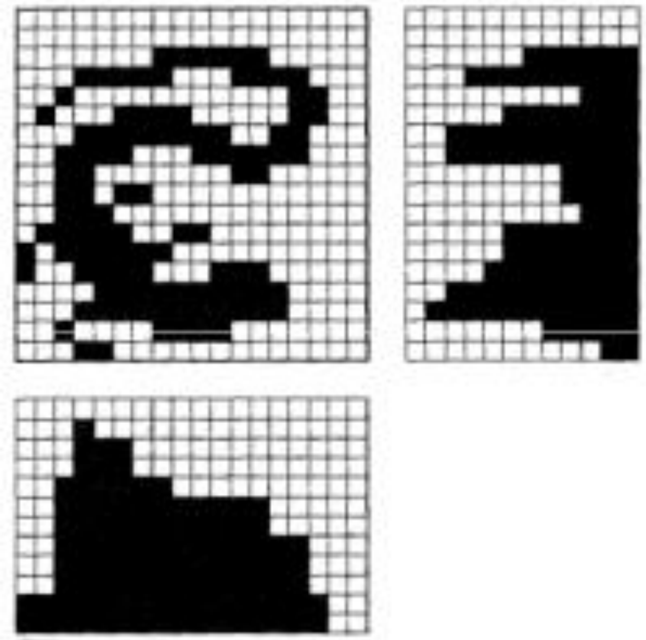
$$h(y) = \int b(x,y)dx$$



Calculul proprietăţilor geometrice folosind proiecţiile

- Aria:

$$A = \iint b(x,\ y)dxdy \qquad A = \int v(x)dx = \int h(y)dy$$



- Coordonatele centrului de masă

$$\bar{x}A = \iint xb(x,\ y)dxdy = \int xv(x)dx$$

$$\bar{y}A = \iint yb(x,y)dxdy = \int yh(y)dy$$

- Momentele de ordinul 1 ale proiecţiilor sunt egale cu momentele de ordinul 1 ale imaginii originale

Calculul proprietăţilor geometrice folosind proiecţiile

- Orientarea – pentru aceasta avem nevoie şi de momentele de ordinul 2. Două din acestea sunt uşor de calculat din proiecţii:

$$\iint x^2 b(x, y)dxdy = \int x^2 v(x)dx \qquad \iint y^2 b(x, y)dxdy = \int y^2 h(y)dy$$

- Pentru integrala produselor xy avem nevoie şi de proiecţia diagonală,

Θ = π/4 : $$d(t) = \int b\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(t-s), \frac{1}{\sqrt{2}}(t+s)\right)ds$$

- Se poate calcula:

$$\iint xyb(x, y)dxdy = \int t^2 d(t)dt - \frac{1}{2}\int x^2 v(x)dx - \frac{1}{2}\int y^2 h(y)dy$$

Run-Length Coding

- Această metodă exploatează faptul că de-a lungul unei linii din imagine există lungi şiruri de valori identice de zero sau 1:
- Aceste şiruri ("runs") se pot reprezenta într-o manieră mai compactă:
  - Poziţia de început şi lungimea şirurilor de "1" pentru fiecare rând, sau
  - Lungimea şirurilor, începând cu şirul de lungime zero

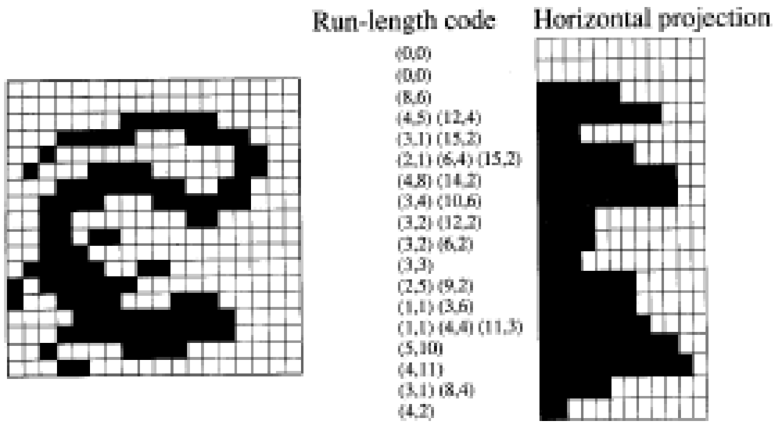
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1

  - Reprezentarea RLE cu varianta 1: (1,3) (7,2) (12,4) (17,2) (20,3)
    (5,13) (19,4)
    (1,3) (17,6)
  - Reprezentarea RLE cu varianta 2: 0,3,3,2,3,4,1,2,1,3
    4,13,1,4
    0,3,13,6

Proprietăţi geometrice calculate din RLE

- Folosim notaţia r_{ik} pentru şirul *k* din linia *i*, şi considerăm că primul şir de pe fiecare linie din imagine este un şir de zero (deci toate şirurile pare vor fi şiruri de 1). Notăm cu m_i numărul de şiruri de pe linia *i*.
- Aria:

$$A=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i/2} r_{i,2k}$$



- Poziţia centrului de masă
  - Se obţine proiecţia orizontală:

$$h_i=\sum_{k=1}^{m_i/2} r_{i,2k}$$

  - Poziţia verticală a centrului de masă este:

$$\bar{i}A=\sum_{i=1}^{n} i h_i$$

Alte proprietăţi geometrice

- Perimetrul *P* – numărul punctelor obiect care sunt vecini cu puncte de tip fundal.
- Circularitatea:

$$c = 4\pi \frac{A}{P^2}$$

- Pentru o formă circulară, c=1. Orice altă formă va avea c < 1.

- Proprietăţi topologice
  - Numărul de găuri (zone de tip fundal înconjurate de puncte de tip obiect)
  - Numărul lui Euler: numărul regiunilor conexe din care se scade numărul de găuri